

最优跟踪特殊参考输出的自适应极点配置算法

陈卫田 初学导

(曲阜师范大学自动化研究所, 山东)

摘要: 本文针对确定性系统给出了一种自适应极点配置算法, 并证明了算法的全局稳定性和对一类特殊参考输出的最优跟踪性.

关键词: 自适应; 极点配置; 全局稳定性

1 引言

非逆稳定系统的自适应控制问题是长期以来对人们的挑战, 人们面临着解决以下两个问题:

- 1) 自适应控制系统的全局稳定性问题.
- 2) 自适应控制系统的输出最优跟踪参考输出的问题.

[1]、[2]给出的自适应极点配置算法解决了问题 1), 但是需要持续激励条件的支持; [3]在没有持续激励条件的情况下给出了具有全局稳定性的自适应极点配置算法, 从而更好地解决了问题 1). 已有的自适应极点配置算法, 很少讨论问题 2), [4]在持续激励条件下, 给出了能够最优跟踪周期参考输出的自适应极点配置算法. 本文利用[3]中的参数辨识方法, 给出了一种自适应极点配置算法, 它不需要持续激励条件的支持, 具有全局稳定性, 而且能跟踪一大类特殊参考输出(具体包括哪些参考输出, 见本文第二部分注 2), 而 [1]~[3]中的自适应极点配置算法却没有这种跟踪性能. 因此本文算法很好地解决了问题 1), 对一大类参考输出解决了问题 2).

2 自适应极点配置算法

给定如下系统:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t). \tag{2.1}$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}, \\ B(q^{-1}) &= b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}. \end{aligned} \right\}$$

$u(t)$ 、 $y(t)$ 分别是系统的输入、输出.

作如下假设:

- A1) n, m 已知.
- A2) $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 互质, 但系数未知.
- A3) $y^*(t)$ 为有界参考输出且满足:

$$C(q^{-1})y^*(t) = 0, \quad C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_rq^{-r} \text{ 为已知.}$$

- A4) 假设 $C(q^{-1})$ 与 $B(q^{-1})$ 互质.

2.1 参数辨识方法

将(2.1)式写成下式:

$$y(t) = \theta^T \varphi(t-1). \tag{2.2}$$

其中, $\theta^T = [b_1, \dots, b_m, a_1, \dots, a_n]$,

$$\varphi(t-1) = [u(t-1), \dots, u(t-m), -y(t-1), \dots, -y(t-n)].$$

定义如下系统:

$$y^n(t) = \theta^T x(t-1). \tag{2.3}$$

其中, $y^n(t) = y(t)/n(t-1)$, $x(t-1) = \varphi(t-1)/n(t-1)$,

$$n(t-1) = \max\{1, \|\varphi(t-1)\|\}.$$

我们给出如下参数辨识方法:

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \frac{F_{t-1}x(t-1)}{1 + x^T(t-1)F_{t-1}x(t-1)}[y^n(t) - \theta^T(t-1)x(t-1)], \tag{2.4}$$

$$F_t = \frac{1}{\lambda_t} \left[F_{t-1} - \frac{F_{t-1}x(t-1)x^T(t-1)F_{t-1}}{1 + x^T(t-1)F_{t-1}x(t-1)} \right], \tag{2.5}$$

$$\lambda_t = 1 - \frac{1}{\text{tr}F_0} \frac{x^T(t-1)F_{t-1}^2x(t-1)}{1 + x^T(t-1)F_{t-1}x(t-1)}. \tag{2.6}$$

定义 $e(t) = y(t) - \theta^T(t-1)\varphi(t-1)$, $\tag{2.7}$

$$\tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \theta. \tag{2.8}$$

定理 2.1 将算法(2.4)~(2.6)应用于系统(2.2)和(2.3),有如下性质:

a) $\frac{1}{1 + \text{tr}F_0} \leq \lambda_t \leq 1$,

b) $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)/n(t-1) = 0$,

c) $\lim_{t \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^t \lambda_j = \delta, \quad 0 \leq \delta \leq 1$,

d) 若 $\delta = 0$ 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta$,

e) 若 $\delta \neq 0$. 则

1° $\lambda_t \rightarrow 1, \quad t \rightarrow \infty$,

2° $F_{t-1}X(t-1) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty$,

3° $F_t \rightarrow F_\infty, \quad t \rightarrow \infty$,

4° $\theta(t) \rightarrow \theta_\infty = \theta + F_\infty \delta F_0^{-1} \tilde{\theta}(0), \quad t \rightarrow \infty$.

证 见[3],此处略.

2.2 自适应极点配置算法

2.2.1 $\delta = 0$, 这时 $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta$.

从下式中解出 $\hat{K}_L(t-1, q^{-1}), \hat{H}(t-1, q^{-1})$:

$$\hat{A}(t-1, q^{-1})C(q^{-1})\hat{K}_L(t-1, q^{-1}) + \hat{B}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1}) = S(q^{-1}). \tag{2.9}$$

其中, $S(q^{-1})$ 是给定的次数不超过 $n+m+l$ 的渐近稳定多项式, $\hat{A}(t-1, q^{-1}), \hat{B}(t-1, q^{-1})$ 是 $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ 在 $t-1$ 时刻的估计, $\hat{K}_L(t-1, q^{-1}), \hat{H}(t-1, q^{-1})$ 具有适当次数.

控制律由下式给出:

$$u(t) = -\frac{\hat{H}(t-1, q^{-1})}{\hat{K}_L(t-1, q^{-1})C(q^{-1})}[y(t) - y^*(t)]. \quad (2.10)$$

(2.4)~(2.6)、(2.9)~(2.10)构成了 $\delta=0$ 时的自适应极点配置算法.

定理 2.2 对系统(2.1),应用算法(2.4)~(2.6)、(2.9)~(2.10),则在假设 A1)~A4)下有:

1° $\{u(t)\}$ 、 $\{y(t)\}$ 有界.

2° $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y^*(t)] = 0$.

证 由 A2)、A4)知, $A(q^{-1})C(q^{-1})$ 与 $B(q^{-1})$ 互质,再由 $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta$ 知,必存在有限时间 T ,当 t 大于 T 时, $\hat{A}(t-1, q^{-1})C(q^{-1})$ 与 $\hat{B}(t-1, q^{-1})$ 总互质,由[5]中 P451 的系 G-3 知,当 t 大于 T 时,(2.9)总可解.

由 $e(t)$ 的定义知:

$$\hat{A}(t-1, q^{-1})y(t) = \hat{B}(t-1, q^{-1})u(t) + e(t). \quad (2.11)$$

由(2.9)~(2.11)知:

$$S(q^{-1}) \begin{pmatrix} y(t) \\ u(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{B}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1}) \\ \hat{A}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1}) \end{pmatrix} y^*(t) + \begin{pmatrix} \hat{K}_L(t-1, q^{-1})C(q^{-1}) \\ -\hat{H}(t-1, q^{-1}) \end{pmatrix} e(t).$$

由上式易证:

$u(t)$ 、 $y(t)$ 关于 $e(t)$ 线性有界.

由 $n(t-1)$ 的定义知: $n(t-1)$ 关于 $e(t)$ 线性有界,由定理 2.1 中结论 b) 及[6]中引理 6.2.1 知:

$$n(t-1) \text{ 有界且 } e(t) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.$$

由 $n(t-1)$ 的定义知结论 1° 成立.

由 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 易证:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [S(q^{-1})y(t) - \hat{B}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1})y^*(t)] = 0.$$

由 A3):

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} S(q^{-1})[y(t) - y^*(t)] &= \lim_{t \rightarrow \infty} [S(q^{-1})y(t) - S(q^{-1})y^*(t)] \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} [S(q^{-1})y(t) - \hat{B}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1})y^*(t)] \\ &= 0. \end{aligned}$$

由 $S(q^{-1})$ 是渐近稳定多项式易证:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y^*(t)] = 0 \quad \text{证毕}$$

2.2.2 $\delta=0$, 这时 $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_\infty = \theta + F_\infty \delta F_0^{-1} \bar{\theta}(0)$ 在这种情况下,由于参数不收敛到真值,如果仍用 $\delta=0$ 时的算法,则会出现(2.9)式不可解的情况.为了解决这个问题,我们将给出 $\delta \neq 0$ 时的自适应极点配置算法.

$$\text{令} \quad \bar{e}(t) = e(t) - \alpha^T(t-1)F_{t-1}\varphi(t-1) \quad (2.12)$$

$$= y(t) - \bar{\theta}^T(t-1)\varphi(t-1). \quad (2.13)$$

$$\text{其中,} \quad \bar{\theta}(t-1) = \theta(t-1) + F_{t-1}\alpha(t-1). \quad (2.14)$$

由(2.13)知

$$\bar{A}(t-1, q^{-1})y(t) = \bar{B}(t-1, q^{-1})u(t) + \bar{e}(t). \quad (2.15)$$

其中 $\bar{A}(t-1, q^{-1})$ 、 $\bar{B}(t-1, q^{-1})$ 的系数由 $\bar{\theta}(t-1)$ 给出。

由附录, 我们总可以选择有界序列 $\{\alpha(t-1)\}$, 使 $\bar{A}(t-1, q^{-1})C(q^{-1})$ 与 $\bar{B}(t-1, q^{-1})$ 在每一时刻 t 都互质. 由 $\alpha(t-1)$ 有界, 再根据 (2.12) 及定理 2.1 结论 b) 和结论 e) 的 2° 易见:

$$\bar{e}(t)/u(t-1) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty. \quad (2.16)$$

我们给出如下算法:

1) 选择 $\alpha(t-1)$ 使 $\bar{A}(t-1, q^{-1})C(q^{-1})$ 与 $\bar{B}(t-1, q^{-1})$ 互质.

2) 从下面式中解出 $\hat{K}_L(t-1, q^{-1})$ 、 $\hat{H}(t-1, q^{-1})$:

$$\bar{A}(t-1, q^{-1})C(q^{-1})\hat{K}_L(t-1, q^{-1}) + \bar{B}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1}) = S(q^{-1}). \quad (2.17)$$

3) 控制律由下式给出:

$$\hat{K}_L(t-1, q^{-1})C(q^{-1})u(t) = -\hat{H}(t-1, q^{-1})[y(t) - y^*(t)]. \quad (2.18)$$

(2.4)~(2.6)、(2.14) 和 (1)~(3) 构成了 $\delta \neq 0$ 时的自适应极点配置算法.

定理 2.3 对系统 (2.1) 应用算法 (2.4)~(2.6)、(2.14) 和 (1)~(3), 在假设 A1)~A4) 下, 我们有:

1° $\{u(t)\}$ 、 $\{y(t)\}$ 是有界的.

2° $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y^*(t)] = 0$.

证 由所给算法及 (2.15) 易得:

$$S(q^{-1}) \begin{pmatrix} y(t) \\ u(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{B}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1}) \\ \bar{A}(t-1, q^{-1})\hat{H}(t-1, q^{-1}) \end{pmatrix} y^*(t) + \begin{pmatrix} \hat{K}_L(t-1, q^{-1})C(q^{-1}) \\ -\hat{H}(t-1, q^{-1}) \end{pmatrix} \bar{e}(t).$$

与定理 2.2 的证明类似, 我们可证明本定理结论成立, 具体证明略. 证毕.

注 1 若取 $S(q^{-1})=1$, 则定理 2.2 和定理 2.3 的证明变得更为简单、明显.

注 2 满足 $C(q^{-1})y^*(t)=0$ 的参考输出包括了阶跃信号、斜坡信号、抛物线信号和正弦波信号等参考输出信号^[7].

3 仿真例子

我们针对如下非逆稳定系统进行了仿真:

$$(1 - q^{-1})y(t) = (q^{-1} + 2q^{-2})u(t).$$

仿真结果由图 1、图 2 给出. 其中图 1 中参考输出为常值, 取 $C(q^{-1})=1 - q^{-1}$, $S(q^{-1})=1$. 其中图 2 中参考输出为周期为 20 的方波信号, 取 $C(q^{-1})=1 - q^{-20}$, $S(q^{-1})=1$.

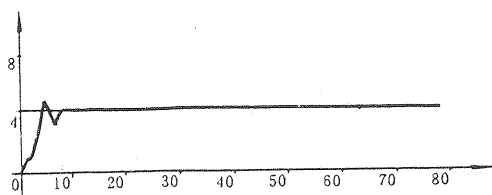


图 1 闭环系统输出跟踪常值信号的情形

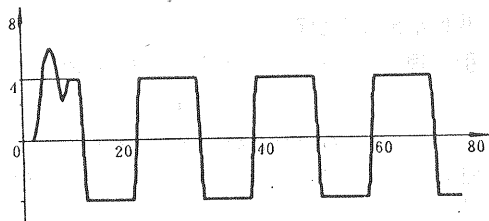


图 2 闭环系统输出跟踪周期方波信号的情形

4 结 论

本文针对确定性单变量系统,给出了一种具有全局稳定性,并且能最优跟踪一大类参考输出的自适应极点配置算法.本文算法的优点在于:

- 1) 不需要持续激励条件.
- 2) 部分解决了非逆稳定系统的自适应控制中对参考输出的最优跟踪问题.仿真例子也证明了本文算法的良好性质.

参 考 文 献

- [1] Elliott, H. et al. Global Stability of Adaptive Pole Placement Algorithms. IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, AC-30(4): 348—356
- [2] Anderson, B. D. O., Johnstone, R.. Global Adaptive Pole Positioning. IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, AC-30(1): 11—22
- [3] Lozano-Leal, R., Goodwin, G. C.. A Globally Convergent Adaptive Pole Placement Without a Persistency of Excitation Requirement, IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, AC-30(8): 795—798
- [4] Ishitobi, M., Iwai, Z.. Adaptive Control of a Non-minimum Phase System Tracking a Periodic Reference Output. 8th IFAC, Beijing, China, 1988, 85—90
- [5] 陈启宗著;王纪文等译. 线性系统理论与设计. 北京:科学出版社, 1988, 451
- [6] Goodwin, G. C., Sin, K. S.. Adaptive Filtering Prediction and Control. Prentice-Hall, Inc., 1984, 181
- [7] Darison, E. J., Goldeberg, A.. Robust Control of a General Servo-mechanism Problem the Servo Compensator. Automatica, 1975, 11: 461—471

A Self-Adaptive Pole Placement Algorithm Tracking a Kind of Reference Outputs

Chen Weitian, Chu Xuedao

(Institute of Automation, Qufu Normal University, Shandong)

Abstract: In this paper, a self-adaptive pole placement algorithm is given for a deterministic system, global stability has been proved and the property of tracking a kind of reference outputs is also given.

Key words: self-adaptive; pole placement; global stability

附 录

我们给出如下引理:

引 理: 1) 至少存在一个有界 $a(l-1)$ 使得:

$$\bar{A}(l-1, q^{-1})C(q^{-1}) \text{ 与 } \bar{B}(l-1, q^{-1}) \text{ 互质.}$$

2) $a(l-1)$ 可以在有限步找到.

证: 与[3]中引理3.1的证明类似,可证本定理. 此处略.