

状态和偏差去耦估计方法 及其在惯性测量中的应用

顾启泰 周力强

(清华大学精密仪器系·北京,100084)

摘要: 本文介绍状态和偏差去耦估计方法,其特点是计算量小、估计精度高,适用于偏差项较多的场合.在惯性测量中按此法估计惯性器件的未知常值偏差,取得满意的仿真结果.

关键词: 卡尔曼估计器;去耦估计器;惯性测量;零速修正

1 引言

在应用卡尔曼估计器时,如果对象受到未知常值的扰动作用(动态偏差)而在估计方程中仍按名义值考虑,就有可能导致估计器发散. J. Tyler 和 J. Brown^[1]提出采用增广状态估计方法,同时得到状态向量和动态偏差的最优估计值. 后来 B. Friedland^[2]和 M. B. Ignagni^[3]又相继提出状态和偏差去耦估计方法及其改进算法,同增广状态法相比,它不仅大大减小了计算量,而且在高阶向量和矩阵情况下仍能保持较高的估计精度.

本文将状态和偏差去耦估计方法用于惯性测量的零速修正中,估计三个陀螺和三个加速度计的动态偏差,取得了满意的仿真结果.

2 状态和偏差去耦估计方法

讨论线性离散系统,其方程式为

$$x_k = A_k x_{k-1} + B_k b_{k-1} + \xi_k, \quad (1)$$

$$b_k = b_{k-1}, \quad (2)$$

$$y_k = H_k x_k + C_k b_k + \eta_k. \quad (3)$$

式中 x_k 为 n 维状态向量, b_k 为 r 维偏差向量, y_k 为 m 维观测向量; A_k, B_k, H_k 和 C_k 为时变系数矩阵; ξ_k 和 η_k 为零均值不相关的随机序列, $E[\xi_k \xi_i] = Q_k \delta_{ki}$, $E[\eta_k \eta_i] = R_k \delta_{ki}$, $E[\xi_k \eta_i] = 0$.

在状态和偏差去耦估计中,先计算出系统中无偏差时状态向量的估计值 \tilde{x} ,再计算动态偏差估计值 $\hat{\delta}$,然后按下式组合成有偏差时状态向量估计值 \hat{x}

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + V_x(k) \hat{\delta}_k. \quad (4)$$

式中 V_x 为加权阵.

无偏差时状态估计由以下卡尔曼估计器递推方程给出

$$\tilde{P}_x(k) = A_k \tilde{T}_x(k-1) A_k' + Q_k, \quad (5)$$

$$\tilde{K}_x(k) = \tilde{P}_x(k) H_k' [H_k \tilde{P}_x(k) H_k' + R_k]^{-1}, \quad (6)$$

$$\tilde{x}_k = A_k \tilde{x}_{k-1} + \tilde{K}_x(k) [y_k - H_k A_k \tilde{x}_{k-1}], \quad (7)$$

$$\tilde{T}_x(k) = [I - \tilde{K}_x(k) H_k] \tilde{P}_x(k). \quad (8)$$

4 期

式中 \tilde{P}_x, \tilde{T}_x 分别为 \tilde{x} 的测前和测后误差协方差阵, \tilde{K}_x 为卡尔曼增益阵. 初始条件为 $\tilde{x}_0 = E[\tilde{x}(0)], \tilde{T}_x(0) = E[(\tilde{x}(0) - \tilde{x}_0)(\tilde{x}(0) - \tilde{x}_0)']$.

类似地, V_x 和 \hat{b} 由以下卡尔曼估计器递推方程给出

$$K_b(k) = P_b(k-1)S'(k)[H_k\tilde{P}_x(k)H_k' + S(k)P_b(k-1)S'(k) + R_k]^{-1}, \quad (9)$$

$$P_b(k) = [I - K_b(k)S(k)]P_b(k-1), \quad (10)$$

$$\hat{b}_k = \hat{b}_{k-1} + K_b(k)[y_k - H_kA_k\tilde{x}_{k-1} - S(k)\hat{b}_{k-1}]. \quad (11)$$

式中 P_b 为 \hat{b} 的误差协方差阵, K_b 为卡尔曼增益阵; 初始条件为 $\hat{b}_0 = 0, P_b(0) = P_{b_0}; S(k)$ 为下述递推方程的解

$$U_x(k) = A_kV_x(k-1) + B_k, \quad (12)$$

$$V_x(k) = U_x(k) - \tilde{K}_x(k)S(k), \quad (13)$$

$$S(k) = H_kU_x(k) + C_k. \quad (14)$$

3 在惯性测量系统中的应用

惯性测量系统是 20 世纪 70 年代国外出现的一种新型测量仪器^[4], 它可以实时测量车辆或直升机的平面位置、高程和方位角等. 由于采用零速修正和卡尔曼估计技术, 在相同硬件下, 其定位精度可比惯性导航提高 2 个数量级, 达到 2 级大地测量精度水平.

惯性测量系统的误差方程如下

$$\dot{x}(t) = f(x)x(t) + g_1(t)b(t) + g_2(t)w(t), \quad (15)$$

$$\dot{b}(t) = 0, \quad (16)$$

$$y(t) = h(t)x(t) + \eta(t). \quad (17)$$

式中 $x(t) = \text{col}[\varepsilon_E \ \varepsilon_N \ \varepsilon_H \ \delta\varphi \ \delta\lambda \ \delta h \ \delta\dot{\varphi} \ \delta\dot{\lambda} \ \delta\dot{h}]$ 为状态向量, 它包括 9 个变量, 其中 $\varepsilon_E, \varepsilon_N, \varepsilon_H$ 为计算坐标系相对东、北、天坐标轴的误差角, $\delta\varphi, \delta\lambda, \delta h$ 为地理纬度、经度和高程误差, $\delta\dot{\varphi}, \delta\dot{\lambda}, \delta\dot{h}$ 为它们相应的速率误差; $b(t) = \text{col}[\Delta d_E \ \Delta d_N \ \Delta d_H \ \Delta a_N \ \Delta a_E \ \Delta a_H]$ 为输入向量, $w(t) = \text{col}[\delta d_E \ \delta d_N \ \delta d_H \ \delta a_N \ \delta a_E \ \delta a_H]$ 为输入噪声, 其中 $\Delta d_E, \Delta d_N, \Delta d_H$ 和 $\delta d_E, \delta d_N, \delta d_H$ 分别为东、北、天方向陀螺漂移的未知常值分量和随机分量, $\Delta a_N, \Delta a_E, \Delta a_H$ 和 $\delta a_N, \delta a_E, \delta a_H$ 分别为北、东、天方向加速度计误差的未知常值分量和随机分量; $y(t) = \text{col}[\delta v_N \ \delta v_E \ \delta v_H]$ 为观测向量, 其中 $\delta v_N, \delta v_E, \delta v_H$ 为北、东、天方向的速度误差; $\eta(t) = \text{col}[\eta_N \ \eta_E \ \eta_H]$ 为观测噪声, 其中 η_N, η_E, η_H 为北、东、天方向的分量;

$$f(t) = \begin{bmatrix} 0 & f_{12} & f_{13} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ f_{21} & 0 & f_{23} & f_{24} & 0 & 0 & 0 & f_{28} & 0 \\ f_{31} & f_{32} & 0 & f_{34} & 0 & 0 & 0 & f_{38} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{66} & 0 & 0 & 1 \\ f_{71} & 0 & f_{73} & f_{74} & 0 & f_{76} & f_{77} & f_{78} & f_{79} \\ 0 & f_{82} & f_{83} & f_{84} & 0 & f_{86} & f_{87} & f_{88} & f_{89} \\ f_{91} & f_{92} & 0 & f_{94} & 0 & f_{96} & f_{97} & f_{98} & 0 \end{bmatrix}$$

为动态矩阵, 其中 $f_{12} = \tan\varphi, f_{13} = -\tan\varphi, f_{21} = -f_{12}, f_{23} = -\dot{\varphi}, f_{24} = f_{21}, f_{28} = \cos\varphi, f_{31} = -f_{13}, f_{32} = -f_{23}, f_{34} = f_{31}, f_{38} = \sin\varphi, f_{66} = -K_1, f_{71} = F_H/\tau, f_{73} = -F_E/\tau, f_{74} = -\mu\cos 2\varphi, f_{76} =$

$-\mu \sin 2\varphi / 2r - \dot{\varphi} / r, f_{77} = -\dot{h} / r, f_{78} = -l \sin 2\varphi, f_{79} = -2\dot{\varphi} / r, f_{82} = -F_R / r \cos \varphi, f_{83} = F_N / r \cos \varphi,$
 $f_{84} = (\dot{\lambda} + 2l\dot{h} / r) \operatorname{tg} \varphi + 2l\dot{\varphi}, f_{86} = 2l\dot{\varphi} \operatorname{tg} \varphi / r - \dot{\lambda} / r, f_{87} = 2l \operatorname{tg} \varphi, f_{88} = 2\dot{\varphi} \operatorname{tg} \varphi - 2\dot{h} / r, f_{89} = -2l / r,$
 $f_{91} = -F_N, f_{92} = F_R, f_{94} = -r\mu \sin 2\varphi, f_{96} = \dot{\varphi}^2 + \mu \cos^2 \varphi + 2g_0 / r - K_2, f_{97} = 2r\dot{\varphi}, f_{98} = 2r\dot{\lambda} \cos^2 \varphi,$
 $r = r_0 + h, l = \omega_0 + \dot{\lambda}, \mu = \dot{\lambda}(\dot{\lambda} + 2\omega_0), r_0, \omega_0$ 为地球半径和角速率; $K_1 = 0.6g_0 / r, K_2 = 2.0g_0 / r, g_0$ 为重力加速度;

$$g_1(t) = g_2(t) = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{74} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{85} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为输入矩阵, 其中 $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 4.84813 \times 10^{-6}, g_{74} = 1/r, g_{85} = 1/r \cos \varphi$;

$$h(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r \cos \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为观测矩阵。

上述时变系统没有一般的解析解, 需要借助于数值计算方法, 为此将(15)~(17)改写成式(1)~(3)所示的离散形式. 其中 $x_k = x(t_k), b_k = b(t_k), y_k = y(t_k), \eta_k = \eta(t_k), A_k = \Phi(t_k, t_{k-1})$ 为状态转移矩阵, $B_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau) g_1(\tau) d\tau, \xi_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau) g_2(\tau) w(\tau) d\tau, H_k = h(t_k), C_k = 0$.

下面采用状态和偏差去耦估计方法估计系统的定位误差以及陀螺和加速度计的动态偏差。

首先规定载体的运动特性:

- 1) 导线为 L 型, 先向东行驶 0.5hr., 然后再向北行驶 0.5hr.;
- 2) 系统每隔 4min 停车 1min, 进行零速修正, 持续 15sec;
- 3) 修正点之间的运动特性是相同的, 即加速-匀速-减速-静止, 加速度为 $\pm 3\text{m/sec}^2$, 加速时间为 3sec, 匀速持续 234sec, 减速时间也为 3sec.

其次规定仿真参数:

- 1) 初始地理经、纬度和高程 $\lambda_0 = 0^\circ, \varphi_0 = 40^\circ, h_0 = 0\text{m}$;
- 2) 初始状态 $x(0) = 0$;
- 3) 加速度计零位偏差和噪声 $\Delta a = 1 \times 10^{-4}\text{g}, \sigma_a = 1 \times 10^{-5}\text{g}$; 测量噪声 $\delta_y = 5 \times 10^{-4}\text{m/sec}$;
- 4) 陀螺漂移的常值分量和随机分量 $\Delta d = 0.1^\circ/\text{hr.}, \sigma_d = 0.01^\circ/\text{hr.}$;

4期

5) 在静止状态进行陀螺和加速度计动态偏差的最优估计, 持续时间除方位陀螺为4hr, 其它均为4min.

图1、图2分别表示零速修正前后系统定位误差的仿真曲线. 图3、图4分别表示东向、北向和方位陀螺常值漂移的估计曲线. 图5表示三个方向加速度计零位偏差的估计曲线.

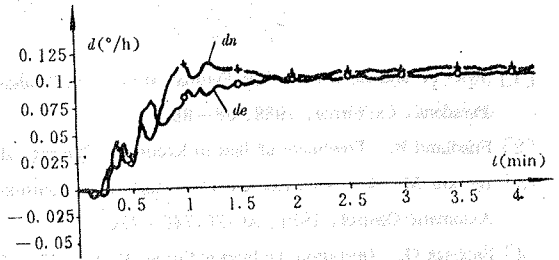


图3 东向、北向陀螺常值漂移估计

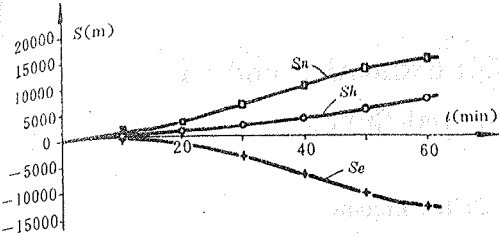


图1 定位误差(修正前)

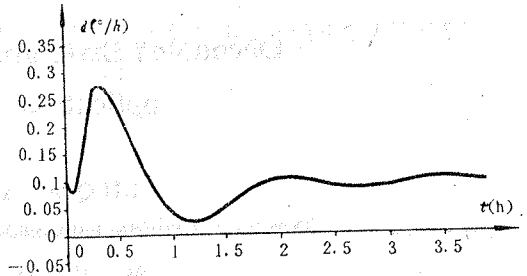


图4 方位陀螺常值漂移估计

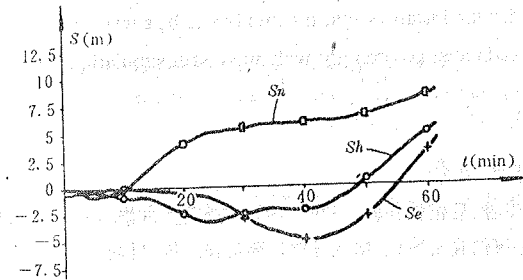


图2 定位误差(修正后)

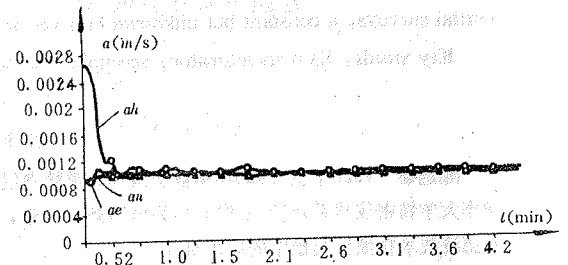


图5 加速度计零位偏差估计

4 结 论

1) 在惯性测量零速修正中采用状态和偏差去耦估计方法效果十分明显, 修正前导航位置误差随时间增长很快, 1hr 内最大定位误差为东向-12752.5m, 北向14050.1m, 高程6561.4m; 修正后分别降为-5.0m, 7.5m 和 3.3m. 定位精度提高了3个数量级.

2) 东向、北向陀螺和三个方向加速度计动态偏差的估计收敛很快, 不到2min 即可达到95%的估计精度; 但是方位陀螺偏差估计收敛时间很长, 4hr 才达到91%的估计精度, 这是由于在零速测量信息中方位角误差能观性极差的缘故.

3) 根据计算机 CPU 时间显示, 上述系统采用去耦估计方法所需计算时间仅为增广状态法的1/2.6, 其优越性是显见的.

参 考 文 献

- [1] Tyler J. and Brown J. . The Estimation of Inertial Guidance Errors. AIAA, Control and Flight Mechanics Conference, Pasadena, California, 1968, 68-885
- [2] Friedland B. . Treatment of Bias in Recursive Filtering. IEEE Trans. Automatic Control, 1969, AC-14:359-367
- [3] Ignagni M. B. . An Alternate Derivation and Extension of Friedland's Two-Stage Kalman Estimator. IEEE Trans. Automatic Control, 1981, AC-26:746-750
- [4] Babbage G. . Operation the Inertial Survey System; The Manager's View. Proceeding of the First International Symposium on ITSG, Ottawa, Canada, 1977

Decoupled State and Bias Estimation and Its Application to Inertial Surveys

GU Qitai and ZHOU Liqiang

(Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing, 100084, PRC)

Abstract: The decoupled state and bias estimation is presented in this paper. It is characterized by less computation and high estimation accuracy, and suitable for the instances that the number of bias terms is large. In inertial surveys, a constant but unknown bias vector is estimated accordingly with successful simulation results.

Key words: Kalman estimator; decoupled estimator; inertial survey; zero velocity updating

本文作者简介

顾启泰 1936年生. 1960年毕业于清华大学精密仪器专业, 后留校任教. 1979~1981年赴荷兰进修. 1988年提升为清华大学精密仪器系教授. 研究兴趣为鲁棒调节器理论, 系统仿真及建模, 惯性导航和测量技术等. 目前主要从事卡尔曼滤波技术在惯性测量中的应用研究.

周力强 1963年生. 1989年清华大学自动化系硕士研究生毕业, 后留校任教. 现为清华大学精密仪器系讲师. 研究兴趣为微机控制, 惯性导航和测量技术. 目前主要从事惯性测量数据处理方面的研究工作.