第9卷第4期
1992年8月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 9, No. 4
Aug. , 1992

调节-跟踪最优自校正控制器*

李文林

(河南师范大学数学系·新乡,453002)

摘要: 本文改进了文[1]的设计,减少了预估参数和迭代寻优的复杂运算,而且使系统的调节和跟踪性能最优.

关键词: 自校正控制器;随机系统;最优化;稳定参数自适应控制

1 引　言

文[1]提出了一个调节和跟踪性能二者皆优的自适应控制方法. 本文的目的是要对[1]的方法进行改进,减少预估参数,简化前馈控制的计算,使调节性能和跟踪性能都达到最优.

2 问题的陈述

设系统的数学模型为

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})e(k). \tag{1}$$

其中 A,B,C 分别为 n_a,n_b,n_c 阶移位算子, $y(k)$ 为输出信号, $u(k)$ 为控制信号, $e(k)$ 为零均值,单位方差白噪声序列.

我们希望输出 $y(k)$ 能够跟踪指定信号 $w(k)$,而且具有良好的调节性能.

控制策略如下图所示,此框图简化了文[1]中的框图 1.

这里的 H,P 分别等于[1]中的 $F_rG_oG+G_rF_oF$, F_oF_rF.

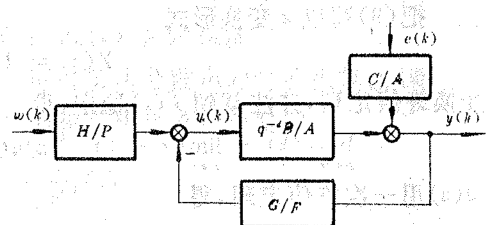

图 1　简化的控制结构图

由上图闭环系统的方程可表示为

$$y(k) = y^{(1)}(k) + y^{(2)}(k) = \frac{FC}{FA + q^{-d}GB}e(k) + \frac{q^{-d}FHB}{P(FA + q^{-d}GB)}w(k), \tag{2}$$

$$u(k) = u^{(1)}(k) + u^{(2)}(k) = -\frac{G}{F}y(k) + \frac{H}{P}w(k). \tag{3}$$

3 最优控制器的设计

由简化的框图和式(2),我们可用反馈保证良好的调节性能,用前馈保证跟踪能力.

3.1 反馈控制的设计

由第 5 节的理由,只需考虑 B 逆稳定情况,设

$$F = BF_1, \tag{4}$$

* 河南省教委资助课题.

本文于1990年12月21日收到. 1991年6月10日收到修改稿.

则 $$y^{(1)}(k)=\frac{F_1C}{F_1A+q^{-d}G}e(k).$$

再取 F_1 和 G 满足阿斯特罗姆恒等式

$$F_1A+q^{-d}G=C. \tag{5}$$

其中 $F_1=1+f_1q^{-1}+\cdots+f_{d-1}q^{-(d-1)},\quad G=1+g_1q^{-1}+\cdots+g_{na-1}q^{-(na-1)},$

则得 $$y^{(1)}(k)=F_1e(k), \tag{6}$$

$$E\{[y^{(1)}(k)]^2\}=E\{[F_1e(k)]^2\}=\sum_{i=1}^{d-1}f_i^2.$$

输出方差达到最小. 其中 $E\{\circ\}$表示数学期望.

3.2 前馈补偿控制的设计

设

$$P=P_1BF_1, \tag{7}$$

则 $$y^{(2)}(k)=\frac{q^{-d}H}{P_1(F_1A+q^{-d}G)}w(k)=\frac{q^{-d}H}{P_1C}w(k). \tag{8}$$

为了研究跟踪性能,先给出一个引理.

引理 设系统的输入输出关系为

$$y(k)=\Gamma(k)u(k), \tag{9}$$

且 $\Gamma(k)$是稳定的,则

$$\lim_{k\to\infty}y(k)=\Gamma(1)\lim_{k\to\infty}u(k). \tag{10}$$

证 把(9)写成 z 变换形式

$$Y(z)=\Gamma(z)u(z),$$

由 z 变换终值定理,并注意到 $\Gamma(z)$稳定,得

$$\lim_{k\to\infty}y(k)=\lim_{z\to1}(z-1)[\Gamma(z)u(z)]=\Gamma(1)\lim_{z\to1}(z-1)u(z),$$

再对 $u(z)$用一次终值定理,得

$$\lim_{k\to\infty}y(k)=\Gamma(1)\lim_{k\to\infty}u(k).$$

由引理看出要实现跟踪,式(8)中应有

$$H(q^{-1})=P_1(1)C(q^{-1}), \tag{11}$$

把(4),(5),(7)和(11)代入(2)得

$$y(k)=\frac{P_1(1)}{P_1}w(k-d)+F_1e(k). \tag{12}$$

为了确定 P_1,定义指标函数

$$J=E\{[y(k)-w(k-d)]^2\},$$

把(12)代入 J 中,因 $e(k)$是白噪声序列,得

$$J=E\left\{\left[\frac{P_1(1)}{P_1}w(k-d)-w(k-d)\right]^2\right\}+E\{[F_1e(k)]^2\}$$
$$\geqslant E\{[F_1e(k)]^2\}=\sum_{i=0}^{d-1}f_i^2.$$

所以,取$\frac{P_1(1)}{P_1}=1$时,J 达到最小.

于是我们得到

$$y(k) = w(k-d) + F_1 e(k), \tag{13}$$

$$u(k) = \frac{C}{F} w(k) - \frac{G}{F} y(k). \tag{14}$$

4 自校正控制器的算法

由式(14),要构造系统(1)的自校正控制器,只需对 C,F,G 的系数进行估计并保证 F 的估计 $\hat{F}$(从而 $\hat{B}$)是稳定的,预估参数共 $n_c+n_b+d-1+n_a$ 个,比文[1]中少 n_b 个.

算法:用 $y(k)$ 乘(5)两边得

$$F_1 A y(k) + q^{-d} G y(k) = C y(k), \tag{15}$$

把(1)代入(15)得

$$F_1 B u(k-d) + G y(k-d) + F_1 C e(k) = C y(k). \tag{16}$$

记

$$F = F_1 B = b_0 + F', \quad F_1 C = 1 + D', \quad C = 1 + C',$$

则(16)可改写为

$$e(k) = y(k) - b_0 u(k-d) - D' e(k) + C' y(k) - G y(k-d) - F' u(k-d).$$

为了克服 $e(k)$ 未知这一困难,可用 $\hat{e}(k)$ 代替 $e(k)$ 并记

$$\theta = [c_1, \cdots, c_{n_c}, -g_0, \cdots, -g_{n_a-1}, -f'_1, \cdots, f'_{n_b+d-1}]^{\mathrm{T}},$$

$$\Psi(k) = [y(k-1), \cdots, y(k-n_c), y(k-d), \cdots, y(k-d-n_a+1), \\ u(k-d-1), \cdots, u(k-n_b-2d+1)]^{\mathrm{T}}.$$

则得参数估计形式

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{b}_0 u(k-d) - D' \hat{e}(k) + \Psi^{\mathrm{T}}(k)\theta.$$

取序列 $\{\hat{e}(k)\}$ 的初始值为零,利用增广矩阵法[5],可得预估参数 $\hat{\theta}(k)$ 的递推算法(略).

如果 F 的估计 $\hat{F}$ 是稳定的,把 $\hat{F}$ 代入(14)中即得最优自校正控制器

$$u(k) = \frac{\hat{C}}{\hat{F}} w(k) - \frac{\hat{G}}{\hat{F}} y(k). \tag{17}$$

如果 $\hat{F}$ 是不稳定的,可采用下面一节的稳定参数自适应控制算法来解决.

5 稳定的参数自适应估计

前面得到的自校正控制器要求 $\hat{F}$ 是稳定的,为了保证 $\hat{F}$ 是稳定的,我们采用[4]中提出的稳定参数自适应算法:

1) 寻求使 F 稳定的初始值 $\hat{\theta}(0)$,用前面方法递推估算.如果某组参数中 $\hat{F}$ 的值超出稳定区域,估算即行停止,并用以前各组参数的平均值 $\hat{\theta}(k_0)$ 作为自适应算法初始值,进行下一步的算法.

2) 把 $\hat{\theta}(k_0)$ 分成两部分 $\hat{\theta}(k_0)=\hat{\theta}_1(k_0)+\hat{\theta}_2(k_0)$, $\hat{\theta}_1(k_0)=[f'_1,\cdots,f'_{n_b+d-1}]^{\mathrm{T}}$, $\hat{\theta}_2(k_0)=[g_0,\cdots,g_{n_a-1},c_1,\cdots,c_{n_c}]^{\mathrm{T}}$,让 $\hat{\theta}_1(k_0)$ 保持不变,以保证 $\hat{F}$ 稳定;让 $\hat{\theta}_2(k_0)$ 继续递推估算,以保证系统的自适应性.由这样得到的 $\hat{\theta}(k)$ 就保证了前面设计的自校正控制器能够实现调节性能和跟踪性能皆优的目的.

6 算法的收敛性

由(7),(12),(13)知 $P=\alpha BF_1=\alpha F$,(α 是常数),不需要[1]中对 P 梯度寻优.根据[1]的收敛分析,我们这里算法的收敛性就归结为 $\hat{F}$ 的稳定性,由第5节,$\hat{F}$ 的稳定性是可以

保证的，所以算法的收敛性就可以保证．

7　结束语

本文给出的自校正控制器，预估参数少，计算简单，从理论上讲可以达到调节跟踪二者最优，但是由于稳定参数自适应算法不可避免地会出现一些误差，跟踪性能不可能真正达到最优，这有待于进一步改进．

参考文献

[1] Pang Quan, He Yue and Chen Kangning. Servo-Regulation Combined Optimum Adative Control. 控制理论与应用, 1989, 6(4): 64—71

[2] 贺国光. 自适应控制系统. 天津：天津大学出版社, 1988, 145—146

[3] K. J. Aström. Self-Tuning Controllers Based on Pole-Zero Placement. IEE, 1980, 127

[4] 韩志刚. 稳定的参数自适应控制系统及其应用. 控制理论与应用, 1987, 4(4): 76—81

[5] 胡千耀. 系统辨识. 北京：北京航空航天大学出版社, 1987, 61—62

Regulation-Tracking Optimum Self-Tunning Controller

LI Wenlin

(Department of Mathematics, Henan Normal University · XinXiang, 453002, PRC)

Abstract: In this paper a self-tunning controller suggested in [1] is improved, which achieves optimum adaptive control in both stochastic regulation and servo-tracking. In comparison with [1], n_b predicted parameters are reduced, feedforward compensator is simplifed, and complicated computation of successive approximation in [1] is avoided.

Key words: self-tunning controller; stochastic systems; optimzation; stable parameter adative control

本文作者简介

李文林　1949年生．1982年山东师范大学数学系泛函分析专业硕士研究生毕业．现在河南师范大学数学系工作．1987至1989年在北京航空航天大学高为炳教授指导下作国内访问学者，从事非线性系统及变结构控制的学习、研究．目前的研究兴趣是非线性系统变结构控制和自适应控制．