第1卷 第3期
1984年7月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 1, No.3
July, 1984

MIMO自校正控制器的全局收敛算法

赵 后 今

（南开大学）

摘 要

本文为随机多变量线性系统建立了全局收敛的MIMO自校正控制器算法。使用这种随机适应控制算法，不论系统和算法的初始条件如何，总能保证系统参数未知条件下的适应控制渐近地达到系统参数已知条件下的最优控制效果。文献〔1〕、〔2〕的绝大部分结果和〔3〕中的随机结果大体上可视为本文结果的特殊情况。使用这种算法，不用在线解方程组，避免了麻烦的矩阵求逆运算。

一、引 言

自1973年Åström等人的自校正调节器问世以来，这类适应控制器得到了迅速的发展。1975年Clarke等把自校正调节器推广到自校正控制器[4]，1977年Keviczky等把自校正调节器推广到多变量情况，1979年卢桂章、袁著祉提出多输入多输出自校正控制器[5]，把前面几种类型作为特例包括进去。这类适应控制器计算量小，便于执行，得到了广泛的应用[6]，受到普遍重视。但是，已有的算法是不能令人满意的，因为稳定性和收敛性问题没有得到很好解决。寻求全局收敛的适应控制算法是一个长期存在的问题。多年来已有大量的文章探讨这一问题，但由于适应控制的非线性本质，分析起来比较困难，所得收敛结果多是在“稳定性”或其它过分苛刻的条件下得到的。虽然没有理想的结果，但进展是有的，并逐步向前推进。〔1〕、〔2〕和〔3〕中的结果是较新的。〔1〕中给出了自校正调节器的全局收敛随机适应算法，研究的对象是单位延迟有色噪声单变量系统和一般延迟白色噪声单变量系统以及单位延迟有色噪声的多变量系统。〔2〕就一般延迟有色噪声的单变量系统，给出了全局收敛自校正调节器算法。〔3〕就单变量自校正控制器的特殊情况，给出了全局收敛的随机适应算法和全局稳定的确定性算法。

本文为随机多变量线性定常离散系统，建立了全局收敛的自校正控制器算法。处理的是一般延迟和有色噪声的情况。使用这种算法，大体上可以得到与〔1〕、〔2〕和〔3〕相类似的结果，可把〔1〕和〔2〕的绝大部分结果和〔3〕的随机结果视为本文结果的特殊情况。该算法不但全局收敛，而且保证系统输入输出均方有界。

本文于1982年12月11日收到，1984年2月8日收到修改稿。

二、问　　题

考虑具有任意给定适当初始条件的多变量线性定常系统

$$a(q^{-1})y(t)=q^{-d}B(q^{-1})u(t)+C(q^{-1})w(t), \tag{2.1}$$

其中 $y(t)$、$u(t)$、$w(t)$分别是s维输出、输入、扰动向量，q^{-1}表示单位延迟算子，d是任给自然数，$a(q^{-1})$是q^{-1}的标量多项式，$B(q^{-1})$、$C(q^{-1})$是q^{-1}的矩阵多项式。

$$a(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\cdots+a_nq^{-n};$$

$$B(q^{-1})=B_0+B_1q^{-1}+\cdots+B_mq^{-m},\ B_0=\begin{bmatrix} b_1 & & \\ & \ddots & \\ & & b_s\end{bmatrix},\det B_0\neq 0;$$

$$C(q^{-1})=C_0+C_1q^{-1}+\cdots+C_nq^{-n},\ C_0\text{是单位阵}I_s。$$

$w(t)$是定义在概率空间$\{\Omega,\mathsf{A},P\}$上的鞅差序列，且适应于递增的子σ-代数序列$\{\mathsf{F}_t\}$，F_t表示t时刻及其以前的观测值生成的σ-代数，F_0表示由初始条件生成的σ-代数。

$$E\{w(t)|\mathsf{F}_{t-1}\}=0,\ a.s.,\tag{2.2}$$

$$E\{w(t)w^T(t)|\mathsf{F}_{t-1}\}=D,\ a.s.,\tag{2.3}$$

$$t_rD<\infty。$$

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\|w(t)\|^2<\infty,\ a.s..\tag{2.4}$$

这类系统等价于一大类有限维状态空间系统[1]。

性能指标

$$J=E\{[\|P(q^{-1})y(t+d)-R(q^{-1})y^*(t+d)\|^2+\|Q(q^{-1})u(t)\|^2]|\mathsf{F}_t\},\tag{2.5}$$

其中　$P(q^{-1})$、$R(q^{-1})$、$Q(q^{-1})$均为q^{-1}的矩阵多项式，其次数不高于$d-1$，

$$\det P(z)\neq 0\qquad |z|\leq|,$$

$P(q^{-1})$的首项系数阵是I_s，

$Q(q^{-1})$的首项系数阵是对角阵$Q_0=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_s\end{bmatrix}$，

$y^*(t)$　是指定的有界s维向量序列。

假设反馈控制律$u(t)$是F_t可测的。我们首先在系统参数已知的情况下求出使J达到最小的最优反馈控制律；然后对于参数未知的系统，根据自校正原则和负反馈原理，设计一种随机适应控制算法；最后证明，使用这种适应控制算法可以渐近地达到最优控制的效果。

三、系统参数已知情况下的最优控制律

设系统参数已知，即a_i是已知数，B_i和C_i是已知矩阵。分解$P(q^{-1})C(q^{-1})$：

$$P(q^{-1})C(q^{-1})=a(q^{-1})F(q^{-1})+q^{-d}G(q^{-1}), \tag{3.1}$$

其中 $F(q^{-1})=I_s+F_1q^{-1}+\cdots+F_{d-1}q^{-d+1}$,

$G(q^{-1})=G_0+G_1q^{-1}+\cdots+G_{n-1}q^{-n+1}$.

令 $|C(q^{-1})|=\det C(q^{-1})$, $C^*(q^{-1})=\mathrm{adj}\ C(q^{-1})$.

余者类推。（为了书写简洁，以下略去算子多项式和算子多项式阵中的延迟算子 q^{-1}）由（2.1）得

$$FC^*ay(t+d)=FC^*Bu(t)+FC^*Cw(t+d),$$

或

$$|C|(Py(t+d)-Fw(t+d))=GC^*y(t)+FC^*Bu(t).$$

对任意给定的初始条件，从上式解出 $Py(t+d)-Fw(t+d)$，然后相对于 σ－代数 $\mathbf{F}_t$ 取条件数学期望，再使用（2.2）可得

$$E\{Py(t+d)|\mathbf{F}_t\}=Py(t+d)-Fw(t+d). \tag{3.2}$$

记

$$v(t+d)=Fw(t+d),$$

则

$$|C|E\{Py(t+d)|\mathbf{F}_t\}=GC^*y(t)+FC^*Bu(t). \tag{3.3}$$

把（3.2）代入（2.5），

$$J=\|E\{Py(t+d)|\mathbf{F}_t\}-Ry^*(t+d)\|^2+\|Qu(t)\|^2+\Gamma^2,$$

其中 $\Gamma^2=E\{v^T(t+d)v(t+d)|\mathbf{F}_t\}$

是一个常数。

$$|C|\frac{\partial J}{\partial(u(t))}=2B_0^T\ (GC^*y(t)+FC^*Bu(t)-|C|Ry^*(t+d))+2Q_0^T\ |C|Qu(t).$$

定义 $\tilde{y}(t+d)=Py(t+d)-Ry^*(t+d)+(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t)$,

则

$$|P\|C|(\tilde{y}(t+d)-v(t+d))=\frac{1}{2}(B_0^T)^{-1}|P|\ |C|\frac{\partial J}{\partial(u(t))}, \tag{3.4}$$

或

$$\begin{aligned}
&|P||C|(\tilde{y}(t+d)-v(t+d))\\
&=GC^*|P|y(t)+|P|FC^*Bu(t)-|P||C|Ry^*(t+d)+|P||C|(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t)\\
&=GC^*[P^*\tilde{y}(t)+P^*Ry^*(t)-P^*(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t-d)]\\
&\quad+|P|FC^*Bu(t)-|P||C|Ry^*(t+d)+|P||C|(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t)\\
&=GC^*P^*\tilde{y}(t)+GC^*P^*Ry^*(t)-|P||C|Ry^*(t+d)\\
&\quad-GC^*P^*(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t-d)+|P|FC^*Bu(t)\\
&\quad+|P|\ |C|\ (B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t)\\
&=(B_0+(B_0^T)^{-1}Q_0^TQ_0)u(t)+GC^*P^*\tilde{y}(t)+GC^*P^*Ry^*(t)\\
&\quad-|P||C|Ry^*(t+d)-GC^*P^*(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t-d)+
\end{aligned}$$

$$+q[|P|FC^*B+|C||P|(B_0^T)^{-1}Q_0^TQ-(B_0+(B_0^T)^{-1}Q_0^TQ_0)]u(t-1).$$

$$B_0+(B_0^T)^{-1}Q_0^TQ_0=\begin{pmatrix} b_1+\dfrac{\lambda_1^2}{b_1} & & \\ & \ddots & \\ & & b_s+\dfrac{\lambda_s^2}{b_s}\end{pmatrix}.$$

用 $\tilde{y}_i(t)$ 表示向量 $\tilde{y}(t)$ 的第 i 个分量，并类似地表示其它向量的分量。记 $b_i+\dfrac{\lambda_s^2}{b_i}$ 为 α_i，则上式可表示为

$$\frac{1}{\alpha_i}|P|\,|C|(\tilde{y}_i(t+d)-v_i(t+d))$$

$$=u_i(t)-\phi^T(t)\theta_i \qquad i=1,2,\cdots,s, \tag{3.5}$$

其中 $\phi^T(t)=\{\tilde{y}^T(t),\tilde{y}^T(t-1),\ \cdots,\ u^T(t-1),\ u^T(t-2),\ \cdots,$
$y^{*T}(t+d),\ y^{*T}(t+d-1),\ \cdots\}$

是具有确定维数的有限维向量，θ_i 为相应的参数向量。

由(2.5)、(3.4)和(3.5)知最优反馈控制律

$$u_i^*(t)=\phi^T(t)\theta_i, \qquad i=1,2,\cdots,s. \tag{3.6}$$

四、适 应 控 制 算 法

在系统参数已知的情况下，根据给定的性能指标，可使用最优反馈控制律(3.6)进行最优控制，达到预期的控制效果。但是，在实际问题中，系统的参数常常是未知的或部分未知的。在这种情况下，就需要使用适应控制算法。使用下述适应控制算法，可以渐近地达到最优控制的效果。

(一) B_0 已知，或 B_0 未知且 $Q_0=0$。

根据(3.5)和(3.6)，我们采用如下适应控制算法：

$$\hat{\theta}_i(t)=\hat{\theta}_i(t-d)-\frac{\mu_i}{r(t-d)}\phi(t-d)\tilde{y}_i(t),\mu_i>0, \tag{4.1}$$

$$r(t)=r(t-1)+\phi^T(t)\phi(t),\quad r(0)=1, \tag{4.2}$$

$$u_i(t)=\phi^T(t)\hat{\theta}_i(t), \qquad i=1,2,\cdots,s, \tag{4.3}$$

其中 $\phi^T(t)=\{\tilde{y}^T(t),\tilde{y}^T(t-1),\ \cdots,\ u^T(t-1),\ u^T(t-2),\cdots,$
$y^{*T}(t+d),\ y^{*T}(t+d-1),\ \cdots\},$ (4.4)

$$\tilde{y}(t)=Py(t)-Ry^*(t)+(B_0^T)^{-1}Q_0^TQu(t-d), \tag{4.5}$$

$\hat{\theta}_i(t)$ 是 θ_i 的估计量，依赖于 d 个任意给定的初始向量 $\hat{\theta}_i(0)$、$\hat{\theta}_i(1)$，$\cdots$，$\hat{\theta}_i(d-1)$，

（二）B_0 未知且 $Q\equiv Q_0\neq 0$。

预先选定 B_0 的估计量

$$\hat{B}_0=\begin{pmatrix}\hat{b}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{b}_s\end{pmatrix},$$

并相应地选取适当的

$$\hat{Q}_0=\begin{pmatrix}\hat{\lambda}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{\lambda}_s\end{pmatrix}$$

代替（4.5）中的 B_0 和 Q_0，

$$\tilde{y}(t)=Py(t)-Ry^*(t)+(\hat{B}_0^T)^{-1}\hat{Q}_0^T\hat{Q}_0u(t-d). \tag{4.6}$$

令 $Q_0^TQ_0=B_0^T(\hat{B}_0^T)^{-1}\hat{Q}_0^T\hat{Q}_0$，

此时（4.6）就和（4.5）一样了，所不同的是 Q_0 作为 B_0 的函数是未知的。

五、算法分析

（一）B_0 已知，或 B_0 未知且 $Q_0=0$。

在未知定常线性多变量系统（2.1）中，假设：

1．d 是已知的；

2．n、m 的上界是已知的；

3．$\det[P(z)B(z)+(B_0^T)^{-1}Q_0^TQ(z)a(z)]\neq 0$，　$|z|\le 1$，

$\det C(z)\neq 0$，　$|z|\le 1$；

4．$\left(b_i+\dfrac{\lambda_i^2}{b_i}\right)^{-1}|C(z)|\,|P(z)|-\dfrac{\mu_i}{2}$ 严格正实，　$i=1,2,\cdots,s$。

对系统（2.1）—（2.4）施用适应控制算法（4.1）—（4.5）。

为证明主要结果，先在上述假设下给出两个引理。

引理 1 设 $z_i(t)=\tilde{y}_i(t+d)-v_i(t+d)$， (5.1)

$$\lim_{N\to\infty} r(N)=+\infty,$$

则

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{r(N)}\sum_{t=0}^{N}z_i^2(t),\quad a.s..$$

证　令 $\tilde{\theta}_i(t)=\hat{\theta}_i(t)-\theta_i$，

$e_i(t)=\tilde{y}_i(t)$，

$$b_i(t) = \tilde{\theta}_i^T(t)\phi(t) = u(t) - \theta_i^T\ \phi(t) = \frac{1}{\alpha_i}|P||C|z_i(t),$$

$$h_i(t) = b_i(t) - \frac{\mu_i + \rho_i}{2} z_i(t) = \left(\frac{1}{\alpha_i}|P||C| - \frac{\mu_i + \rho_i}{2}\right) z_i(t),$$

其中 ρ_i 是使

$$\frac{1}{\alpha_i}|P(z)||C(z)| - \frac{\mu_i + \rho_i}{2}$$

保持严格正实性的正数。ρ_i 的存在性由假设 4 保证。

遵照〔2〕中定理 4.1 第一部分证明的方法，仔细耐心地推证，不难得出结论。

引理 2
$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N} z_i^2(t) = 0,\quad a.s..$$

证 $\lim\limits_{N\to\infty} r(N) \neq +\infty$ 的情况。

由（4.2）知
$$\lim_{t\to\infty} \phi^T(t)\phi(t) = 0,$$

由
$$\frac{1}{\alpha_i}|P||C|z_i(t) = \tilde{\theta}_i^T\ \phi(t),$$

得
$$\lim_{t\to\infty} z_i(t) = 0,$$

从而
$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N} z_i^2(t) = 0.$$

$\lim\limits_{N\to\infty} r(N) = +\infty$ 的情况。

由（2.1）和（4.5），

$$a\tilde{y}(t+d) = (PB + (B_0^T)^{-1}\ Q_0^T Q a)u(t) - aRy^*(t+d) + PCw(t+d).$$

根据假设 3，上式可以看作是以 $u(t)$ 为输出、以 $\tilde{y}(t)$ 和 $y^*(t)$ 以及 $w(t)$ 为输入的渐近稳定的线性定常系统，再由（2.4）及 $y^*(t)$ 的有界性知，存在正数 K_1、K_2、M_1，使得

$$\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N} \|u(t)\|^2 \le \frac{K_1}{N}\sum_{t=0}^{N} \|\tilde{y}(t+d)\|^2 + K_2,\quad N > M_1,\quad a.s., \tag{5.2}$$

再由 $r(N)$ 和 $\phi(t)$ 的定义以及假设 2 可得

$$\frac{r(N)}{N} \le \frac{K_3}{N}\sum_{t=0}^{N} \|\tilde{y}(t+d)\|^2 + K_4,\quad N > M_1,\quad a.s., \tag{5.3}$$

由（5.1）和（2.2）到（2.4）知存在 $M_2>0$，使得

$$\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|\tilde{y}(t+d)\|^2\leq\frac{3}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2+K_5,\quad N>M_2,\quad a.s.,\tag{5.4}$$

由（5.3）和（5.4）得

$$\frac{r(N)}{N}\leq\frac{K_6}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2+K_7,\quad N>Max\{M_1,M_2\},\quad a.s..\tag{5.5}$$

由引理1知

$$\lim_{N\to\infty}\frac{N}{r(N)}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2=0,\quad a.s..$$

因此

$$\lim_{N\to\infty}\frac{\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2}{\frac{K_6}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2+K_7}=0,\quad a.s.,$$

从而

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2=0,\quad a.s..\tag{5.6}$$

故

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z_i(t)\|^2=0,\quad a.s..$$

定理1 对于参数未知的系统（2.1）—（2.4），如果 B_0 已知(或 B_0 未知且 $Q_0=0$)，假设1—4成立，并施用适应控制算法（4.1）—（4.5），则

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|u(t)\|^2<\infty,\quad a.s.,\tag{5.7}$$

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|y(t)\|^2<\infty,\quad a.s.,\tag{5.8}$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}\|u(t)-u^*(t)\|^2=0,\quad a.s..\tag{5.9}$$

证 由（5.2）、（5.4）和（5.6）立即可得（5.7），

考虑 $\widetilde{y}(t+d)=Py(t+d)-Ry^*(t+d)+(B_0^{\mathrm T})^{-1}Q_0^{\mathrm T}Qu(t)$。

由于 P 是稳定的，上式可以看作以 $y(t+d)$ 为输出、以 $\widetilde{y}(t+d)$、$y^*(t+d)$、$u(t)$ 为输入的渐近稳定的线性定常系统。由 $\widetilde{y}(t+d)$、$y^*(t+d)$ 和 $u(t)$ 的有界性，立即可以推出 $y(t+d)$ 的有界性，即（5.8）成立。其中 $\widetilde{y}(t+d)$ 的有界性可由（5.6）和（5.4）推出。

下证（5.9）：

由（3.5）和（3.6），

$$\frac{1}{\alpha_i}|C||P|z_i(t)=u_i(t)-u_i^*(t),$$

$$\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}(u_i(t)-u_i^*(t))^2=\frac{1}{\alpha_i^2}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}[|C||P|z_i(t)]^2.$$

由引理 2，

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}(u_i(t)-u_i^*(t))^2$$

$$=\frac{1}{\alpha_i^2}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}[|C||P|z_i(t)]^2=0,\quad a.s.,$$

从而

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}\|u(t)-u^*(t)\|^2=0,\quad a.s..$$

定理 2　对参数未知的系统(2.1)—(2.4)，如果 B_0 已知(或 B_0 未知且 $Q_0=0$)，假设1—4 成立，并施用适应控制算法（4.1）—（4.5），则

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}E\{\|\widetilde{y}(t+d)\|^2|\mathrm{F}_t\}=\Gamma^2,\quad a.s.,$$

其中 $\Gamma^2=E\{v^{\mathrm T}(t+d)v(t+d)|\mathrm{F}_t\}$.

证　$\widetilde{y}_i(t+d)=z_i(t)+v_i(t+d)$,

$$\widetilde{y}_i^2(t+d)=z_i^2(t)+2z_i(t)v_i(t+d)+v_i^2(t+d),$$

$$E\{\widetilde{y}_i^2(t+d)|\mathrm{F}_t\}=E\{z_i^2(t)|\mathrm{F}_t\}+E\{2z_i(t)v_i(t+d)|\mathrm{F}_t\}+E\{v^2(t+d)|\mathrm{F}_t\}$$

$$=z_i^2(t)+E\{v_i^2(t+d)|\mathrm{F}_t\},\quad a.s.,$$

从而

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}E\{\|\tilde{y}(t+d)\|^2|\mathbf{F}_t\}$$

$$=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}\|z(t)\|^2+\Gamma^2=\Gamma^2,\quad a.s..$$

（二）B_0 未知且 $Q\equiv Q_0\neq 0$。

如果 B_0 未知且 $Q\equiv Q_0\neq 0$，则有如下相应结果。其证明方法与 B_0 已知时的情况完全一样。所不同的是 Q_0 作为 B_0 的函数是未知的。

对于参数未知的系统（2.1）—（2.4），假设：

1. $\hat{B}_0$ 和 $\hat{Q}_0$ 是预先选定的对角矩阵：

$$\hat{B}_0=\begin{pmatrix}\hat{b}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{b}_s\end{pmatrix},\quad \hat{Q}_0=\begin{pmatrix}\hat{\lambda}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{\lambda}_s\end{pmatrix},$$

且 $$Q_0^T Q_0=B_0^T(\hat{B}_0^T)^{-1}\hat{Q}_0^T\hat{Q}_0;$$

2. d 是已知的；

3. n、m 的上界是已知的；

4. $\det[P(z)B(z)+(\hat{B}_0^T)^{-1}\hat{Q}_0^T\hat{Q}_0 a(z)]\neq 0,\ |z|\leq 1,$

$\det C(z)\neq 0,\ |z|\leq 1;$

5. $\left(b_i+\dfrac{\hat{\lambda}_i^2}{\hat{b}_i}\right)^{-1}|C(z)||P(z)|-\dfrac{\mu_i}{2}$ 严格正实，

$$i=1,\ 2,\cdots,s.$$

如果施用适应控制算法（4.1）—（4.4）和（4.6），则

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}\|u(t)\|^2<\infty,\quad a.s.,$$

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}\|y(t)\|^2<\infty,\quad a.s.,$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}\|u(t)-u^*(t)\|^2=0,\quad a.s.,$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=d}^{N}E\{\|\widetilde{y}(t)\|^2|\mathbf{F}_{t-d}\}=\Gamma^2,\quad a.s.,$$

$$\Gamma^2=E\{v^T(t+d)v(t+d)|\mathbf{F}_t\}.$$

注 1　当 $s=1$ 时，就得出单变量系统的自校正控制器的随机适应算法。

如果只考虑

$$P=1、R=-1、Q=\sqrt{\lambda}$$

的特殊情况，就成为〔3〕中的随机适应算法。

注 2　当 $s=1$、$P=1$、$R=-1$、$Q=0$ 时，则与〔2〕中的算法有相同的结果。同时，算法本身几乎与〔1〕中的一种单变量系统自校正调节器算法相同，而那里只处理了单位延迟的情况。

注 3　如果 $s>1$、$P=I_s$、$R=-I_s$、$Q=0$，则可得出多变量系统自校正调节器算法。该算法与〔1〕中相应的算法有相同的结果。不同的地方在于，那里处理的是具有单位延迟的一般多变量系统，这里处理的是具有一般延迟的 B_0 为对角阵的系统。

六、结　论

本文研究的对象是具有一般延迟和有色噪声的随机线性定常多变量系统。从建立系统参数已知情况下的最优反馈控制律入手，根据自校正原则和负反馈原理，为参数未知的系统，建立了全局收敛的 MIMO 自校正控制器算法。使用这种随机适应控制算法，不论系统和算法的初始条件如何，在一定的条件下，能保证自校正控制器的输出渐近地跟踪最优控制器的输出，并能保证系统输入输出均方有界。该算法不需要在线解线性方程组，避免了烦麻的矩阵求逆运算。但该算法假定了 B_0 是非异的和对角的，这对实际应用是一个苛刻的限制性条件。如何去掉这一限制性假定，有待进一步研究。使用本算法可以得到〔1〕—〔3〕中的绝大部分结果，并有所发展。

致谢　卢桂章同志仔细地阅读了本文，并提出了宝贵意见，谨致谢意。

参 考 文 献

〔1〕 Goodwin, G. C., Ramadge P. J. and Caines, P. E., Discrete time stochastic adaptive control, SIAM J. Contr. Optimiz., 19(1981), 829—853.

〔2〕 Goodwin, G. C., Sin, K. S. and Saluja, K. K., Stochastic adaptive control and prediction: The general delay colored noise case, IEEE Trans., AC-25 (1980), 946—950.

〔3〕 Goodwin, G. C., Johnson, C. R. JR. and Sin, K. S., Global convergence for adaptive one-step-ahead optimal controller based

on input matching, IEEE Trans., AC-**26** (1981), 1269—1273.
[4] Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J., Self-tuning controller, Proc. IEE, 122 (1975), 929—934.
[5] 卢桂章、袁著祉, Self-tuning controller of MIMO discrete time systems, Prepints of 6th IFAC conf. on digital computer applicatins to process control (1980), 321—327.
[6] Åström, K. J., Borisson, U., Ljung, L. and Wittenmark, B., Theory and applications of self-tuning regulators, Automatica, 13(1977), 457—476.

A GLOBAL CONVERGENT ALGORITHM OF MIMO SELF-TUNING CONTROLLER

Zhau Houjin

(Nankai University, Tianjin)

Abstract

This paper established a global convergent algorithm of MIMO self-tuning controller for stochastic multivariable linear systems. Whatever the initial conditions of the systems and the initial values of the algorithm may be, this stochastic adaptive control algorithm ensures the adaptive control with the system parameters unknown to achieve asymptotically the optimal control with the system parameters known. The major results in[1] and[2] and the stochastic result in[3] may be regarded roughly as special cases of the results of this paper. This algorithm does not need an on-line solution of linear simultaneous equations and avoids the evaluation of matrix inversion as well.