

线性离散系统的快速辨识与自适应控制

李 宏 冯纯伯

(南京工学院)

摘 要

利用输出误差向量组成一正定二次型目标函数,然后应用各种梯度法计算待估的参数。为改进迭代计算的收敛特性,文中建议增加输出误差向量的维数。本方法的主要优点在于利用系统输入输出的有限数据即可求得参数真值。文中还说明本方法也可用于模型参考自适应控制系统的设计。

一、引 言

现有文献中设计确定性自适应系统(包括自适应观测器和模型参考自适应控制系统)的出发点大都是如何保证系统全局稳定。为此可以应用Ляпунов函数法或Pontryagin的超稳定性理论来设计参数的适应规律。这类系统虽然是全局渐近稳定的,但自适应观测器(或控制器)的参数是否收敛到真值有赖于系统是否处于“持续激励”之下^[1,2]。若激励中断则参数收敛过程也就中断,参数收敛到真值的过程实际上是很慢的。如何提高参数适应的速度是一个重要问题。文献[3]在[4]的基础上提出应用向量输出误差来提高自适应观测器的收敛速度,这是一项有意义的进展。文献[5]在此基础上进一步提出应用非线性规划的方法辨识连续系统的未知参数。应用向量输出误差很容易形成一凸性目标函数,因此非线性规划中的各种梯度算法可用来计算系统参数,可供选择的方法很多,比较灵活。本文将[5]中的方法推广应用于离散系统的自适应观测器和模型参考自适应控制器的参数计算。

将先讨论如何应用非线性规划的方法设计自适应观测器。利用观测器和原系统输出之间的误差向量组成一正定二次型的目标函数,然后应用各种梯度方法计算系统参数。比较了这些方法,作了模拟仿真。为提高迭代计算的收敛速度,文中提出了改进目标函数的方法。以上设计方法进一步应用于设计模型参考自适应控制系统,提出了两种可行的方案。最后得出相应的结论。

二、自适应观测器的设计

对一单输入单输出线性离散确定性系统,先建立观测器和原系统输出之间的误差方

程, 由此获得输出误差向量, 并在此基础上形成目标函数。

(一) 误差方程

设线性离散系统的差分方程的一般形式为

$$y(k) = \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^m b_j u(k-j), \quad m \leq n. \quad (1)$$

不失一般性, 可设 $m = n$. 系统的未知参数向量为

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T,$$

$$b = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T.$$

对于此系统我们采用相同结构的观测器, 其方程为

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i y(k-i) + \sum_{j=1}^n \hat{b}_j u(k-j), \quad (2)$$

式中 $\hat{a} = [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n]^T$, $\hat{b} = [\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_n]^T$ 分别是 a 和 b 的估算值。

从(2)式减去(1)式得

$$e(k) = \phi^T(k) \tilde{\theta}, \quad (3)$$

式中

$$\Phi(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-n)]^T,$$

$$\tilde{\theta} = [\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n, \tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_n]^T = [(\hat{a} - a)^T, (\hat{b} - b)^T]^T,$$

$$e(k) = \hat{y}(k) - y(k).$$

(3)式即为误差方程。

若此离散系统由状态方程式表示, 也可得到形式上基本相同的输出误差方程(只是在方程右边多出由初始状态误差产生的一项, 当初始状态误差消失后则完全与(3)式相同), 请看[6]。

(二) 目标函数的建立

定义输出误差向量为

$$E(k) = [e(k-2n+1), e(k-2n+2), \dots, e(k)]^T \in R^{2n},$$

可得

$$E(k) = W(k) \tilde{\theta}, \quad (4)$$

式中

$$W(k) = \begin{bmatrix} \Phi^T(k-2n+1) \\ \Phi^T(k-2n+2) \\ \vdots \\ \Phi^T(k) \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n} \quad (5)$$

可利用(4)式形成一正定二次型目标函数

$$L(\tilde{\theta}) = \frac{1}{2} E^T(k)QE(k) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T W^T(k)QW(k)\tilde{\theta} = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T R(k)\tilde{\theta}, \quad (6)$$

式中

$$R(k) = W^T(k)QW(k) \in R^{2n \times 2n}, \quad Q = Q^T > 0.$$

(6)式在 $2n$ 维的 $\tilde{\theta}$ 向量空间中代表一个中心在原点的完整的超椭球,此超椭球的形状决定于 $2n$ 维正定对称阵 $R(k)$ 的条件数。条件数越接近于1则它越接近超球体。

(三)非线性规划的应用及仿真计算

从(6)式可以看出,由于 $R(k)$ 正定对称,所以只有在 $\tilde{\theta} = 0$ 时 $L(\tilde{\theta})$ 达到极小。 $L(\tilde{\theta})$ 为严格凸函数,具有唯一的极小值。因此只要找到 $L(\tilde{\theta})$ 为最小时的 $\tilde{\theta}$,即得到系统参数的真值。这就把参数辨识问题化为求目标函数的极小值问题,可以利用非线性规划中的各种梯度方法求解。

本文仿真计算中采用了以下一些梯度方法(具体计算公式请看文献[7]):

1. 最速下降法。最速下降法算法最简单,但在 $R(k)$ 的条件数较大时迭代计算的收敛速度很低,这是它最大的缺点。
2. 共轭梯度法。理论上共轭梯度法能保证在 N 步(N 为要辨识的参数的个数)迭代后得到参数真值。但因计算机有舍入误差,实际上只有在 $R(k)$ 的条件数不过分大时才能保证在 N 步迭代后得到参数真值。
3. 牛顿法。牛顿法只要经过一次修正即可求得参数的真值,这是迭代次数最少的算法。但为此要计算 $R(k)$ 阵的逆。当 $R(k)$ 阵的维数较高时,对计算机则提出较高的要求。
4. 变尺度法。这种算法的特点是在迭代计算中 H_i (H_i 为对负梯度方向的修正矩阵)从第一次一维寻优的单位阵开始,每步按共轭方向寻优,经逐次修正,在 $N-1$ 次一维寻优后得到 $H_{N-1} = R^{-1}(k)$,即最后和牛顿方向一致。故理论上它能确保在 N 次迭代后求得参数真值,但它回避了对 $R(k)$ 阵的求逆。

在TQ-16型计算机上对一个二阶系统进行了仿真计算。取 $Q=1$ 。采用了三种不同的输入信号;

$$u_1(k) = \sin(0.2k) + \sin(0.5k);$$

$$u_2(k) = \sin(0.5k) + 10 \sin(k);$$

$$u_3(k) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} [1(k-10n) - 1(k-10n-5)].$$

原系统由零初始状态被激励,从 $k=3$ 开始记录输入输出信号以供计算。观测器的参数初值取 $\hat{\theta}_0 = [0, 0, 0, 0]^T$ 。部分计算结果列于下表中。表中的 $\eta = \sqrt{\text{cond}(R)}$, $\text{cond}(R)$

为 R 阵的条件数, 它可表为 $\text{cond}(R) = \frac{\lambda_{\max}(R)}{\lambda_{\min}(R)}$, 其中 $\lambda_{\max}(R)$ 和 $\lambda_{\min}(R)$ 分别是 R 阵的最大和最小的特征值. η 代表超椭球的最长半轴与最短半轴之比^[8].

仿真计算结果

		$\theta^* = [1.52, -0.6, 0.43, -0.35]^T$	$\theta^* = [0.4, -0.03, 0.89, -0.65]^T$
共轭 梯度 法	$u_1(k)$	$\eta = 6372$	$\eta = 2190$
		$\hat{\theta}_8 = [1.5199, -0.5999, 0.4299, -0.3499]^T$	$\hat{\theta}_8 = [0.400, -0.030, 0.8899, -0.6499]^T$
最速 下降 法	$u_2(k)$	$\eta = 897$	$\eta = 502$
		$\hat{\theta}_4 = [1.5196, -0.5999, 0.430, -0.3499]^T$	$\hat{\theta}_4 = [0.400, -0.030, 0.8899, -0.6499]^T$
最速 下降 法	$u_3(k)$		$\eta = 27$
			$\hat{\theta}_{4,07} = [0.3385, -0.1088, 0.9017, -0.5939]^T$

注: 1) θ^* 代表系统参数的真值;

2) $\hat{\theta}_i$ 表示经 i 次迭代后观测器参数的值;

3) 计算时取 $E(k) = [e(3), e(4), e(5), e(6)]^T$.

分析所有计算结果 (有些结果表中未列出) 可得以下几点看法:

1. η 的大小对迭代计算的收敛速度影响很大.
2. 最速下降法的收敛性很差. 当 $\eta = 27$ 时迭代了四百多次仍未能得到满意的结果.
3. 共轭梯度法和变尺度法有良好的收敛性. 当 η 小于某个数值时 (约为 1000) 它们均能保证在 $2n$ 步内求得参数真值.
4. 牛顿法的效果良好, 可见系统阶数不高时牛顿法不失为一种好的计算方法.

(四) 目标函数的改进

上面的计算表明 R 阵的条件数对迭代计算的收敛性影响很大. 若能使此条件数减少则可提高收敛速度. 已知 $R(k) = W(k)^T Q W(k)$, $W(k)$ 决定于输入, 不能随意改变, 根据临时情况选择合适的 Q 阵也有困难. 为简单计一般取 $Q = 1$. 此时 $R(k) = W(k)^T W(k)$. 根据 (5) 式有

$$R(k) = \sum_{i=0}^{2n-1} \Phi(k-i) \Phi^T(k-i). \quad (7)$$

可见 $R(k)$ 是由 $2n$ 个半正定对称阵 $\Phi(k-i)\Phi^T(k-i)$ ($i=0,1,\dots,2n-1$) 组合而成的。从几何的角度看, $R(k)$ 在 $2n$ 维参数误差向量空间中张成一个完整的超椭球, 而每一个半正定阵 $\Phi(k-i)\Phi^T(k-i)$ 在此空间张成一个不完整的超椭球, 即有的方向未能张开。设各 $\Phi(k-i)$ 均线性独立, 则每一个不完整的超椭球未张开的方向互不相同, 这样合在一起才能构成一个各方向都张开的完整的超椭球。

现在我们将输出误差向量 $E(k)$ 再增加一维, 则可得

$$R(k) = \sum_{i=-1}^{2n-1} \Phi(k-i)\Phi^T(k-i). \quad (8)$$

设新增加的向量 $\Phi(k+1)$ 与其它向量也线性独立, 则 $\Phi(k+1)\Phi^T(k+1)$ 未张开的方向和以前的各个不完整的超椭球的未张开的方向都不相重合。因此 $\Phi(k+1)\Phi^T(k+1)$ 加到原来的 $R(k)$ 上将使原来的完整的超椭球张得更加“饱满、匀称”, 设想系统的输入为一白色随机信号, 将 $E(k)$ 的维数不断增加, 则由 $R(k)$ 代表的完整的超椭球将变成一个超球体, 其条件数也将趋向于 1。以上分析表明, 随着 $E(k)$ 的维数不断增加, $R(k)$ 的条件数由 ∞ 变为有限量, 并最终向 1 趋近。可见增加 $E(k)$ 的维数是降低 $R(k)$ 的条件数的简单而有效的方法。

为检验以上论述我们做了模拟计算, 结果绘于图 1 中。图中曲线 I 表示 $E(k)$ 维持 4 维时 $R(k)$ 的 η 值, 曲线 II 表示 $E(k)$ 的维数 (m) 不断增加时 $R(k)$ 的 η 值。

计算结果表明增加 $E(k)$ 的维数确实可显著减少 $R(k)$ 的条件数。因此在辨识计算中若不能在有限时间内 (例如一个或几个采样周期内) 求得满意的参数值, 即可增加 $E(k)$ 的维数继续再算。此时 $R(k)$ 的修正公式为

$$R_{m+1}(k+1) = R_m(k) + \Phi(k+1)\Phi^T(k+1), \quad (9)$$

式中 R 的下标代表相应的 $E(k)$ 的维数。按这种方法我们做了模拟计算, 确实提高了辨识计算的收敛速度。

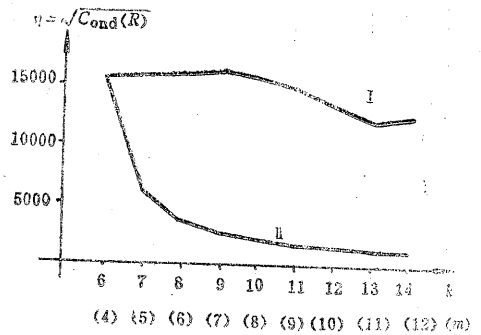


图 1

三、自适应控制器的设计

上述辨识系统参数的方法完全可以用于自适应控制系统的设计。我们研究的是确定性系统, 因此可以用上述方法在闭环条件下辨识系统的参数, 然后按各种要求 (例如极点配置、最小方差等) 设计计算自校正式的控制器的参数。但也可将上述计算方法直接应用于模型参考自适应系统的设计。下面介绍两种可行的设计方案。

(一) 模型参考自适应控制系统方案一

结构图如图 2 所示。

(二) 模型参考自适应控制系统方案二

结构图如图 3 所示。

在图 2、图 3 中, 对象特性未知, 由 $\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$ 表示。参考模型已知, 由 $\frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})}$ 表示。校正器的参数待定, 由 $L(q^{-1})$ 、 $H(q^{-1})$ 表示。若 A 和 B 已知, 则在方案一中令 $L=B$, $H=C-A$; 在方案二中令 $L=B-D$ 、 $H=C-A$ 则即可保证 $y(t)=y^*(t)$ 。为求得对象参数 A 和 B , 可利用本文前述的方法以 $z(t)$ 为输入以 $y(t)$ 为输出来辨识系统的参数 A 和 B 。当 A 和 B 辨识出来后校正器的参数可立即求得。对这两种方案我们都做了模拟计算, 获得了预期的结果。

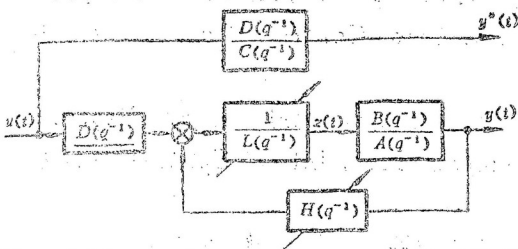


图 2

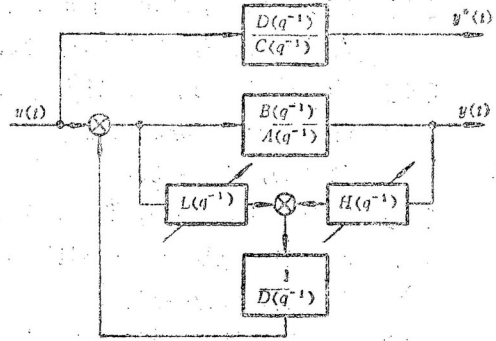


图 3

四、结 论

本文讨论了如何应用非线性规划的方法辨识离散系统的参数和设计自适应控制系统。分析了各种梯度方法的收敛特性。仿真计算表明, 若需要辨识的参数数目不大, $R(k)$ 的逆容易求出, 则牛顿法是有效的。一般情况下变尺度法或共轭梯度法是收敛特性较好的方法。最速下降法的收敛特性很差。

为了改进算法的收敛特性, 本文提出增加 $E(k)$ 的维数的方法, 计算表明效果显著。文中提出的算法有以下优点:

1. 只需积累 $2n$ 个采样时刻或略多几个时刻的数据即可算出系统全部参数或确定自适应控制器的全部参数。这就解除了“持续激励”的必要性, 后者常常不易得到保证。

2. 因为只需有限个输入输出数据即可算出要求的参数, 因此对不稳定系统的辨识和自适应控制成为可能。

3. 按递推算法所设计的自适应控制系统是一种本质非线性系统, 这类系统都必须解决全局稳定问题, 这是较棘手的问题。本文设计的系统, 在控制器参数调整前后系统均工作在线性情况下, 因此回避了递推算法的全局稳定问题。这有些类似于最近发展起

来的所谓混合式自适应控制^[9]，不过我们的方法更为简单，控制器的参数只需一次调节即可。

参 考 文 献

- [1] P. 艾克霍夫, 系统辨识(参数与状态估计), 科学出版社(1980)。
- [2] Morgan, A.P. and Narendra, K.S., On the uniform asymptotic stability of certain linear nonautonomous differential equations, SIAM J. Contr. and Opt., 15, 1 (1977), 5—24.
- [3] Kreisselmier, G., Adaptive observers with exponential rate of convergence, IEEE Tr., AC-22, 1(1977), 2—8.
- [4] Lion, P.M., Rapid identification of linear and nonlinear system. AIAA J., 5, 10 (1967), 1835—1842.
- [5] Feng, C.-B., Identifier design via time-varying nonlinear programming, proceedings of American Control Conference, 1 (1982), 435—438.
- [6] Takashi Suzuki, Takumi Nakamura, Masanori Koga, Discrete adaptive observer with fast convergence, Int. J. Control, 31, 6 (1980), 1107—1119.
- [7] M. 阿弗里尔, 非线性规划——分析与方法, 上海科学技术出版社(1980)。
- [8] 南京大学数学系计算数学专业编, 最优化方法, 科学出版社(1978)。
- [9] Elliott, H., Hybrid adaptive control of continuous time systems, IEEE Tr. AC-27 (1982), 419—426.

FAST IDENTIFICATION AND ADAPTIVE CONTROL OF LINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS

Li Hong, Feng Chunbo

(Nanjing Institute of Technology)

Abstract

A positive definite quadratic cost function is formed by using the vector output error and then different gradient methods are applied to calculate the parameters to be estimated. In order to improve the convergence property of the iteration the augmentation of the dimension of the output error vector is suggested. One of the important advantages of the proposed method is that the true parameters can be obtained by using limited sampling data of the system input and output. It is shown that the proposed design method can also be applied to determine the controller parameters for model reference adaptive control systems.