

多变量线性系统结构和参数 辨识的递推最小二乘法

宋文忠 徐嗣鑫

(南京工学院)

摘要

本文研究多变量线性系统的结构和参数辨识。利用解不定对称系数方程组的方法，导出了搜索系统结构特征值的最小二乘递推算法。并提出了一个判断系统结构的新准则——系统特征方程系数符号检验法。把两者结合在一起，构成了完整的多变量系统结构和参数辨识的递推最小二乘法，并给出了仿真例子。

本方法也可作为最小二乘的各种改进算法（如广义最小二乘法等）的基础。

一、概述

多变量线性系统的结构辨识，一般可以从典范型输入—输出差分方程出发，即：

$$P(z)Y(k) = Q(z)U(k), \quad (1)$$

其中 $Y(k) \in R^m, U(k) \in R^r, z$ 为超前算子。

$$P(z) = [p_{ij}(z)]_{m \times m}, \quad (2)$$

$$Q(z) = [q_{ij}(z)]_{m \times r}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} p_{ii}(z) &= z^{v_i} - a_{ii}(v_i-1)z^{v_i-1} - \dots - a_{ii0}, \\ p_{ij}(z) &= -a_{ij}(v_{ij}-1)z^{v_{ij}-1} - \dots - a_{ij0}, \\ q_{ij}(z) &= b_{ijv_i}z^{v_i} + b_{ij}(v_i-1)z^{v_i-1} + \dots + b_{ij0}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

且有

$$\left. \begin{aligned} v_{ij} &\leq \min(v_i + 1, v_j), \text{ 当 } j < i, \\ v_{ij} &\leq \min(v_i, v_j), \text{ 当 } j \geq i, \\ v_{ii} &\triangleq v_i. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

根据 Popov 定理^[1], 上式中的 $\left\{ v_i : i = 1, \dots, m; n = \sum_{i=1}^m v_i \right\}$ 是系统的结构不变量, n 为系统的阶。

Guidorzi^[2] 证明了 (1) 式同能辨识型状态方程间的对应关系, 解决了多变量线性系统结构辨识中的最小结构问题。并指出 (1) 式中每一个行等式都代表一组有序矢量 $\bar{u}_i(k) \triangleq [u_i(k) u_i(k+1) \dots u_i(k+l)]^T, i = 1, \dots, r;$ 和 $\bar{y}_i(k) \triangleq [y_i(k) y_i(k+1) \dots y_i(k+l)]^T, i = 1, \dots, m$ 之间的线性组合关系, 其中 $(l+1)$ 是每个数据矢量的维数。于是提出可按下列顺序 $[\bar{u}_1(0) \dots \bar{u}_r(0) : \bar{y}_1(0) \dots \bar{y}_m(0) : \bar{u}_1(1) \dots \bar{u}_r(1) : \bar{y}_1(1) \dots \bar{y}_m(1) : \dots],$

(6)

自左向右逐个选择矢量, 组成一个逐渐扩大的实矩阵 D 。然后用 $\det(D^T D) = 0$, 来判别 D 中各矢量是否线性相关, 从而找出系统的结构特征值 $\{v_i\}$ 。

本文导出了多变量线性系统结构辨识的递推最小二乘法。在递推过程中能同时得到系统的参数估计和残差平方和, 便于应用各种统计判断准则 (如 F 检验、FPE 和 AIC 准则等) 来确定有噪声系统的结构特征值。

二、结构辨识的递推最小二乘法

现将 (1) 式写成行等式的形式:

$$\bar{y}_i^T(v_i) = \theta_i D_i^T(v_i) + \varepsilon_i^T(v_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \theta_i &\triangleq [\bar{b}_{i_0} \quad \bar{a}_{i_0} \dots \bar{b}_{i_{v_i}} \quad \bar{a}_{i_{v_i}}] \\ &\triangleq [c_{i_1} \quad c_{i_2} \dots c_{i[(r+m)v_i+r]} \dots c_{i[(r+m)v_i+r+i-1]}], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_{i_k} &= [a_{i_1 k} \dots a_{i_m k}], \quad k = 0, \dots, (v_i - 1), \text{ 且当 } v_i \leq k \text{ 时, } a_{i_{j k}} \triangleq 0; \\ \bar{a}_{i_{v_i}} &= [a_{i_1 v_i} \dots a_{i_{(i-1)v_i}], \text{ 当 } v_j \leq v_i \text{ 时, } a_{i_{j v_i}} \triangleq 0; \\ \bar{b}_{i_k} &= [b_{i_1 k} \dots b_{i_n k}], \quad k = 0, \dots, v_i, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$D_i(v_i) = [U(0)Y(0) \dots U(v_i)Y_i(v_i)], \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} Y(k) &= [\bar{y}_1(k) \dots \bar{y}_m(k)], \quad k = 0, \dots, (v_i - 1); \\ Y_i(v_i) &= [\bar{y}_1(v_i) \dots \bar{y}_{i-1}(v_i)]; \\ U(k) &= [\bar{u}_1(k) \dots \bar{u}_r(k)], \quad k = 0, \dots, v_i, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$\varepsilon_i(v_i)$ 为噪声矢量。

相应于 (7) 的最小二乘估计为:

$$\hat{\theta}_i D_i^T(v_i) D_i(v_i) = \bar{y}_i^T(v_i) D_i(v_i), \quad i = 1, \dots, m. \quad (12)$$

上式包含了 m 个多元联立方程组，如果给定一组系统结构特征值 $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ ，则由 (12) 式可求出系统的全部参数估计值。但系统的结构特征值在事先一般是不知道的，它本身就需要辨识。为此，可按如下顺序逐个改变系统结构特征值： $[1 \ 0 \ \dots \ 0]$ ， \dots ， $[1 \ 1 \ \dots \ 1]$ ， $[2 \ 1 \ \dots \ 1]$ ， \dots ，用搜索法寻找系统的结构特征值 $\{v_i\}$ 。

每搜索一步仅变更一个系统的特征值，并由 (12) 式算出系统的估计参数。再利用 (8) 中的递推式和能辨识型状态方程系数矩阵的特点，可方便地求出系统的特征方程：

$$\det G(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0 \quad (13)$$

然后用系统结构检验准则（第三节将详细介绍）：特征方程的系数符号必须正负交替，即

$$\text{sign } a_k = (-1)^{n-k}, \quad a_n = 1, k = 0, \dots, n \quad (14)$$

来检验系统结构特征值 $\{v_i\}$ 。如果满足 (14) 式，就继续向着增大 $\{v_i\}$ 的方向搜索。当搜索到 $v_i = s + 1$ 时，如果 (14) 式不再满足，则系统的一个结构特征值为 $v_i = s$ ，并可得到相应的一组系统参数估计值 $\hat{\theta}_i$ 。接着再继续搜索系统的其它结构特征值 $\{v_i\}_{i \neq i}$ ，直到找出系统的全部结构特征值和参数估计值。

如果每搜索一步都须对 (12) 式重新求解一次，则计算工作量很繁重。本文根据 (12) 式的特点，把搜索过程变为求最小二乘解的递推过程，使计算大为简化。下面介绍递推算法的两个组成部分：(1) 增广系数矩阵的递推算法；(2) 最小二乘解的递推算法。

(1) 增广系数矩阵递推算法：

为了实现递推运算，先观察 (12) 式的增广系数矩阵的形式：

$$\begin{aligned} R(v_i) &= \begin{bmatrix} D_i^T(v_i)D_i(v_i) & D_i^T(v_i)\bar{y}_i(v_i) \\ \bar{y}_i^T(v_i)D_i(v_i) & \bar{y}_i^T(v_i)\bar{y}_i(v_i) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} D_i^T(v_i) \\ \bar{y}_i^T(v_i) \end{bmatrix} [D_i(v_i)\bar{y}_i(v_i)] \\ &= X^T X, \end{aligned} \quad (15)$$

X 的排列次序同 (6) 式完全一样，因此搜索过程就是不断地自左向右扩大 X 阵的过程。若取 $v = \max_i(v_i)$ ，则最大可能的增广系数矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} R_{uu}(0,0) & R_{uy}(0,0) & R_{uu}(0,1) & R_{uy}(0,1) & \dots & R_{uu}(0,v) & R_{uy}(0,v) \\ R_{yu}(0,0) & R_{yy}(0,0) & R_{yu}(0,1) & R_{yy}(0,1) & \dots & R_{yu}(0,v) & R_{yy}(0,v) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{uu}(1,0) & R_{uy}(1,0) & R_{uu}(1,1) & R_{uy}(1,1) & \dots & R_{uu}(1,v) & R_{uy}(1,v) \\ R_{yu}(1,0) & R_{yy}(1,0) & R_{yu}(1,1) & R_{yy}(1,1) & \dots & R_{yu}(1,v) & R_{yy}(1,v) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{uu}(v,0) & R_{uy}(v,0) & R_{uu}(v,1) & R_{uy}(v,1) & \dots & R_{uu}(v,v) & R_{uy}(v,v) \\ R_{yu}(v,0) & R_{yy}(v,0) & R_{yu}(v,1) & R_{yy}(v,1) & \dots & R_{yu}(v,v) & R_{yy}(v,v) \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中

$$R_{yy}(s, t) \triangleq Y^T(s) Y(t) = [r_{y_i y_j}(s, t)]_{i, j=1, \dots, m} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (17)$$

$$r_{y_i y_j}(s, t) \triangleq \bar{y}_i^T(s) \bar{y}_j(t) = \sum_{k=s}^{s+l} y_i(k) y_j(k-s+t) .$$

同样可定义 $R_{uu}(s, t)$ 及 $R_{uy}(s, t) = R_{yu}(t, s)$ 等, 在此不重复列出。

由 (17) 式可容易地导出递推关系式:

$$\left. \begin{array}{l} r_{y_i y_j}(s+1, t+1) = r_{y_i y_j}(s, t) + \Delta r_{y_i y_j}(s, t), \\ \Delta r_{y_i y_j}(s, t) = y_i(s+l+1) y_j(t+l+1) - y_i(s) y_j(t). \end{array} \right\} \quad (18)$$

递推的初值是:

$$r_{y_i y_j}(0, t) = \sum_{k=0}^l y_i(k) y_j(k+t), \quad t=0, \dots, \nu. \quad (19)$$

同理可导出 $r_{u_i u_j}(s, t)$ 及 $r_{u_i y_j}(s, t)$ $r_{y_i u_j}(s, t)$ 的递推式。若用符号 $[\bar{x}_1 \dots \bar{x}_{r+m}]$ 代表 $[\bar{u}_1 \dots \bar{u}_r, \bar{y}_1 \dots \bar{y}_m]$, $r_{ij}(s, t) \triangleq \bar{x}_i^T(s) \bar{x}_j(t)$, 则可写出统一的递推式如下:

$$\left. \begin{array}{l} r_{ij}(s+1, t+1) = r_{ij}(s, t) + \Delta r_{ij}(s, t), \\ \Delta r_{ij}(s, t) = x_i(s+l+1) x_j(t+l+1) - x_i(s) x_j(t). \end{array} \right\} \quad (20)$$

递推的初值是:

$$r_{ij}(0, t) = \sum_{k=0}^l x_i(k) x_j(k+t), \quad t=0, \dots, \nu, \quad (21)$$

由此可见, 在 (16) 式中只有虚线上方各元作为递推的初值才须按 (21) 式计算 (包括 $l+1$ 次乘加运算)。虚线下方各元的值可用 (20) 式 (包括 2 次乘加运算) 递推出来。且 R 是对称矩阵, 只须计算上三角形各元的值。

在搜索过程中, 随着 $\{v_i\}$ 的增大, 可用式 (20) 和 (21) 以递推形式逐步建立相应的增广系数矩阵。

(2) 递推最小二乘估计:

如果输入信号 $u(k)$ 对系统是充分激励的, 那么在搜索过程中, 当假定的系统结构特征值 $\{v_i\}$ 不大于其真值时, 增广系数矩阵 R 将是对称正定的。所以, 可采用大家熟悉的不交换行或列次序的高斯消元法对 (12) 式求解, 仍能得到较好的数值效果。这样就为递推求解提供了条件。

在消元过程中, 把增广系数矩阵 R 逐次化为对角线元等于 1 的上三角形, 并把消元系数 $\{f_{pi}\}$ 贮存在对应的下三角元和对角线的各元中。为了便于表述递推高斯消元算法, 再定义下列符号:

$[\bar{x}_1 \cdots \bar{x}_r \bar{x}_{r+1} \cdots \bar{x}_{r+m} \cdots \bar{x}_{(r+m)p}] \triangleq [\bar{u}_1(0) \cdots \bar{u}_r(0) \bar{y}_1(0) \cdots \bar{y}_m(0) \cdots \bar{y}_m(\nu)]$ 和 $r_{pl} \triangleq x_p^T x_l$, 并用 R_g 代表有 g 行 (列) 的增广系数矩阵。

现在假定 $R_{(g-1)}$ 已完成消元运算, 如 (22) 式上方矩阵所示 (为表示清楚起见, 在下三角形中令 $f_{pl} \triangleq r_{pl}^{(l-1)}$ 代表消元系数), 则 R_g 的建立及消元运算如下:

1° 建立 R_g 矩阵:

(i) 用 (21) 式计算 $r_{pg}^{(0)} = r_{gp}^{(0)}$, $p = 1, \dots, r+m$;

(ii) 用 (20) 式递推出 $r_{pg}^{(0)} = r_{gp}^{(0)}$, $p = (r+m+1), \dots, g$ 。

这样就在 $R_{(g-1)}$ 的右侧和下方增添一列和一行, 扩展成 R_g 阵:

$$R_g = \begin{pmatrix} f_{11} & r_{12}^{(1)} & \cdots & r_{1(g-1)}^{(1)} & \vdots & r_{1g}^{(0)} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & r_{2(g-1)}^{(2)} & \vdots & r_{2g}^{(0)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{(g-1)1} & f_{(g-1)2} & & f_{(g-1)(g-1)} & \vdots & r_{(g-1)g}^{(0)} \\ \cdots & \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{g1}^{(0)} & r_{g2}^{(0)} & & r_{g(g-1)} & & r_{gg}^{(0)} \end{pmatrix} \quad (22)$$

2° 消元运算:

令 $p = 1, 2, \dots, (g-1)$ 计算:

$$\text{第 } g \text{ 行: } r_{gk}^{(p)} = r_{gk}^{(p-1)} - r_{gp}^{(p-1)} r_{pk}^{(p)}, \quad k = (p+1), \dots, (g-1); \quad (23)$$

$$\text{第 } g \text{ 列: } r_{pg}^{(p)} = r_{pg}^{(p-1)} / r_{pp}^{(p-1)};$$

$$r_{kg}^{(p)} = r_{kg}^{(p-1)} - r_{kp}^{(p-1)} r_{pg}^{(p)}, \quad k = (p+1), \dots, g. \quad (24)$$

3° 估计参数 (回代运算):

只有当入选的 g 号矢量 \bar{x}_g 代表的是 $\{\bar{y}_i(\cdot): i = 1, \dots, m, \}$ 时, 才须计算估计参数 $\hat{\theta}_i = [c_{i1} c_{i2} \cdots c_{i(g-1)}]$ (参见 (8) 式)。令 $p = (g-1), \dots, 1$, 计算:

$$c_{ip} = r_{pg}^{(p)} - \sum_{l=p+1}^{g-1} c_{il} r_{pl}^{(p)}. \quad (25)$$

4° 残差平方和:

$$V_i = r_{gg}^{(g-1)}. \quad (26)$$

三、系统结构检验准则

本文所提出的检验准则是根据如下两个条件导出的:

(1) 建立在回归分析基础上的各种系统辨识算法, 都要求增大系统结构特征值 $\{v_i\}$, 以充分拟合实验数据, 但又不能把 $\{v_i\}$ 选得过大, 以免过分拟合。其标准是拟合的残差应是白噪声, 而在模型中不应包含白噪声成份。现有的假设检验大多是从残差着手的, 而要检验残差的“白色性”却是比较麻烦的。这里改从模型着手, 即模型的确定性部分是否过分拟合, 以致包括了一部分“白噪声”。

由统计法的轮次检验^[3]可知, 容量为 N 的白噪声序列的轮次数的期望值是 $\left(\frac{N}{2} + 1\right)$, 相应的波动周期的期望值为 $\frac{NT}{\frac{1}{2}\left(\frac{N}{2} + 1\right)} \leq 4T$ (T 为抽样周期)。由此

可以提出这样的要求:

在数学模型中不应包含下列周期

$$T_k \leq 4T \quad (27)$$

的振荡成份。

(2) 考虑真实系统是时间连续的定常系统, 则由(1)式所定义的时间离散系统的集合中, 只有能同时间连续系统相互对应的子集才能被选作真实系统的数学模型。

由定常系统的时间连续和时间离散的传递函数阵的特征方程的对应关系^[4]

$$D(s) = \prod_{k=1}^n (s + p_k) \iff \prod_{k=1}^n (z - e^{-p_k T}) = D(z) \quad (28)$$

可知, 若连续系统有一个实极点 $-p_k$, 则相应的离散系统必定有一个正实极点 $e^{-p_k T}$ 。也就是说, 任何有负实极点的离散系统是不能同连续定常系统相互对应的。因而能同连续系统互相对应的有两个实极点的离散系统的特征方程 $(z - e^{-p_1 T})(z - e^{-p_2 T}) = z^2 - (e^{-p_1 T} + e^{-p_2 T})z + e^{-(p_1 + p_2)T}$, 其系数符号一定是正负交替的。这一点可明显地推广到具有多个实极点的情况。

若连续系统有一对复共轭极点 $-p_k = -\alpha_k \pm i\omega_k$, 则离散系统也有一对相应的复共轭极点:

$$e^{-p_k T} = e^{-\alpha_k T} (\cos \omega_k T \pm i \sin \omega_k T), \text{ 其中 } e^{-\alpha_k T} > 0,$$

若再用条件 1 中的(27)式加以约束, 即

$$T_k < 4T \text{ 或 } -\frac{\pi}{2} < \omega_k T < \frac{\pi}{2},$$

则上式中 $\cos \omega_k T > 0$ 。因此, 在条件(27)式约束下, 有一对复共轭极点的离散系统的特征方程

$$\begin{aligned} & (z - e^{-\alpha_k T + i\omega_k T}) (z - e^{-\alpha_k T - i\omega_k T}) \\ & = z^2 - 2(e^{-\alpha_k T} \cos \omega_k T)z + e^{-2\alpha_k T} \end{aligned}$$

其系数的符号也是正负交替的。这一点同样可推广到有多个复共轭极点的情况。由此可得出结论：对于满足条件(27)式并能同连续系统相互对应的离散系统特征方程来说，系数符号一定是正负交替的，即

$$\text{sign } a_k = (-1)^{n-k}, \quad a_n = 1, \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad (29)$$

称为系统特征方程系数符号检验准则。应当指出两点：第一，式(29)是拟合模型的必要条件，可以象上节所讲的那样，结合搜索和递推过程，作为检验系统特征值的一种准则。第二，约束(27)式把 $T_k \leq 4T$ 的振荡成份都摒弃在模型之外，所以抽样周期 T 应选择得比系统有用的最快的振荡成份的周期 T_{km} 较小 5~6 倍，即 $T \leq \frac{T_{km}}{(5 \sim 6)}$ 。在实际数据处理中，这一点还是容易满足的。文献[5]给出了本检验准则在工程中应用的实例。

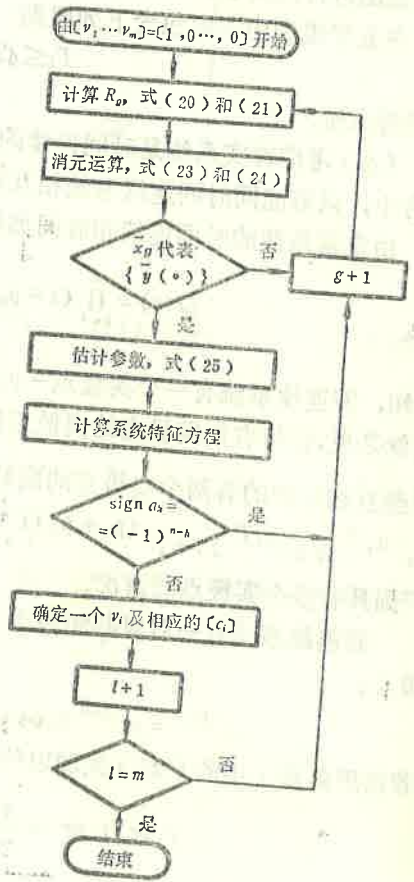
四、计算机程序及例子

上面介绍的结构和参数递推最小二乘法已经用 ALGOL-60 算法语言编入我们的多变量系统辨识软件包，并在 TQ-16 计算机上运算。右图画出了递推运算的原则性框图。

下面介绍一个仿真例子。

给定的系统为一个 $[v_1, v_2] = [3, 2]$ 的模型：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.91 & 0 \\ 0.78 & 0.75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}_{k-1} + \\ &+ \begin{bmatrix} -0.34 & 0.22 \\ -0.55 & -0.47 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}_{k-2} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0.25 & -0.04 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}_{k-3} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0.38 & -0.31 \\ 0.18 & -0.67 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_{k-1} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0.47 & -0.15 \\ 0.51 & 0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_{k-2} + \end{aligned}$$



系统结构和参数递推最小二乘法计算程序原则性框图

$$+ \begin{bmatrix} -0.62 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_{k-3},$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \bar{\varepsilon}_k. \quad (30)$$

仿真是在数字计算机上进行的。输入 u 采用 M 序列信号，每周 127 步， u_1 和 u_2 相差 64 步。噪声 ε_k 用蒙特卡洛法产生，是近似的零均值正态分布白噪声序列。在每一个噪信比下，进行四次实验，每次取 635 个抽样数据，用结构和参数递推最小二乘法求取系统的数学模型。结构辨识的结果示于表 1。

表 1 仿真实验的结构判断结果

序	噪信比 $N = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_y^2$		
	0%	10%	30%
1	[3,2]	[3,2]	[1,2]
2	[3,2]	[3,2]	[3,2]
3	[3,2]	[3,2]	[3,2]
4	[3,2]	[3,2]	[3,2]

从表 1 中可以看出当噪信比 $N = 30\%$ 时，在 4 次实验中有一次实验的系统结构特征值没有得到正确辨识 [1, 2]。为了表明系统结构递推的过程，表 2 列出了 $N =$

30% 时，结构判断正确 (2) 和不正确 (1) 的两次仿真实验的模型结构参数 $[\hat{v}_1, \hat{v}_2]$ 及系统特征方程系数 $\{a_i\}$ 的变化过程。

表 2(1) 结构判断不正确 $[\hat{v}_1, \hat{v}_2] = * [1, 2]$

$[\hat{v}_1, \hat{v}_2]$	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
[1,0]	-0.64884	1.00000			
[1,1]	0.16656	-0.90555	1.00000		
[2,1]	-0.04687	-0.03633	-0.64212	1.00000	
*[1,2]	-0.29392	0.81404	-1.20520	1.00000	
[1,3]	-0.07747	-0.067240	0.35938	-0.75939	1.00000

表 2(2) 结构判断正确 $[\hat{v}_1, \hat{v}_2] = * [3, 2]$

$[\hat{v}_1, \hat{v}_2]$	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
[1,0]	-0.60853	1.00000					
[1,1]	0.14425	-0.84547	1.00000				
[2,1]	-0.09536	0.05349	-0.61510	1.00000			
[2,2]	0.04730	-0.27383	0.63364	-0.97279	1.00000		
*[3,2]	-0.12922	0.17968	-0.53698	0.67542	-0.82809	1.00000	
[3,3]	-0.02651	-0.09881	-0.00648	-0.31453	+0.32629	-0.30792	1.00000
[4,2]	-0.06800	0.02943	-0.15526	-0.18213	0.30217	-0.60698	1.00000

仿真结果再次说明了多变量系统辨识的关键是结构辨识。当系统结构特征值辨识不准时,系统的辨识误差将急剧增大。因此,在噪信比较大的条件下进行辨识时,应增加抽样数据的容量或用滤波器来对实验数据进行预处理。

五、结束语

由最小二乘的递推算法和特征方程系数符号检验法组合而成的系统结构和参数辨识的递推最小二乘法,能比较快速、比较准确地辨识出系统结构特征值 $\{n_i\}$ 和相应的系数估计值。以(1)式作为辨识模型的标准式,在实际中不可避免地会引起输出信号 $\{y_i\}$ 之间的交错影响。这样,一方面会由于某一个参数辨识不准而引起系统其它参数也辨识不准。另一方面,当用传递函数表示数学模型时,每个通道的传递函数的阶次往往就是整个系统的阶次,给分析带来不便。为此,在设计软件时,可加上适当的选择功能,使模型的标准式变成对角形,即把系统分解成 m 个多输入单输出子系统,也可令 \bar{b}_{iv} 或 \bar{a}_{iv} 恒等于零等等,使软件的应用有较高的灵活性。

此外,上述系统结构和参数辨识的递推最小二乘法,可直接推广应用于“相关——最小二乘”两步法,也可进一步作为广义最小二乘法等较复杂的参数估计方法的基础。

参 考 文 献

- [1] Popov, V. M., Invariant Description of Linear Time-Invariant Controllable Systems, SIAM J. Control., 10, 2 (1972), 252—264.
- [2] Guidorzi, R. P., Canonical Structures in the Identification of Multi-variable Systems, Automatica, 11, 4 (1975), 361—370.
- [3] 贝达特, J. S., A. G. 皮尔索(凌福根译), 随机数据分析方法, 国防工业出版社, (1977)。
- [4] Hayking, S. S., A Unified Treatment of Recursive Digital Filtering, IEEE Trans., AC-17, 1 (1972), 113—116.
- [5] 宋文忠、徐嗣鑫、吕震中、赵志凡, 用闭环相关——最小二乘法辨识电厂锅炉的动态特性, 北京电机工程学会学报, 3 (1982), 32—39.

RECURSIVE LEAST SQUARES ALGORITHM FOR STRUCTURAL AND PARAMETRIC IDENTIFICATION OF MULTIVARIABLE SYSTEMS

Song Wenzhong, Xu Sixin

(Nanjing Institute of Technology)

Abstract

This paper deals with the structural and parametric identification of multivariable systems. A new recursive least squares algorithm to search for system structural parameters using the solution of undetermined linear equations with symmetric coefficients, and a criterion to test the system structure using the signs of coefficients of the system characteristic equation are developed. A simulated example is given.

This recursive algorithm is also applicable to various modified least squares methods, such as the extended least squares method etc..