

# 鲁棒调节器在板形控制 系统中的应用

宋维公 周淑贤

(东北重型机械学院)

## 摘 要

本文应用 pade 公式对四辊可逆冷轧机板形调节系统中的滞后因子进行一阶近似, 并运用状态模拟的方法建立了干扰的状态方程, 结合“内模原理”设计了鲁棒调节器, 使板形控制系统的控制精度及抗干扰能力显著增强, 达到输出渐近调节。

## 一、引 言

在实际控制系统中, 由于各种各样扰动因素的存在, 使控制质量受到很大的影响。经典的调节理论所设计的控制系统, 主要关心被控系统的稳定性, 而早期的最优控制理论的论著中, 大都忽略了一个工程上碰到最多的基本问题——被控系统是工作在外扰作用的环境里。到了七十年代, 不少的理论工作者转入到实用化的研究方向, 力求解决一些生产过程中的实际问题。

作用在实际系统的外扰, 有确定型的和随机型的, 这两种类型又分为能量测和不能量测的。对于能量测的干扰, 可以根据不变性原理利用干扰所激发的控制来消除干扰的影响。对于不能量测的干扰, 鲁棒调节器是处理的方法之一<sup>[1]</sup>, 它通过伺服补偿器的零点与外部干扰信号的极点相消来实现抵消外部干扰信号造成的稳态误差, 通过镇定补偿器来保证系统的稳定性和动态品质。确切地说, 鲁棒调节器就是对任一线性系统

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ew, \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = Cx + Du + Fw, \\ y_m = C_m x + D_m u + F_m w, \end{cases} \quad (2)$$

$$e = y_r - y, \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_w = A_w x_w, \\ w = C_w x_w, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_r = A_r x_r, \\ y_r = C_r x_r. \end{cases} \quad (5)$$

其中式(1)为受控对象的状态方程,式(2)为输出方程,式(3)为偏差方程,式(4)为外部扰动模型,式(5)为参考输入模型。若存在一个调节器,使得闭环系统稳定,而且渐近调节,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim e(t) = 0$ ,当系统的参数发生变化时,使得 $A \rightarrow A + \delta A$ ,  $B \rightarrow B + \delta B$ ,  $C \rightarrow C + \delta C$ ,如果存在一个数 $\epsilon > 0$ ,对所有的 $\delta A \in \Omega_\epsilon$ ,  $\delta B \in \Omega_\epsilon$ ,  $\delta C \in \Omega_\epsilon$ ,使得系统保持闭环稳定,仍能达到输出调节,这种调节器就是鲁棒调节器。

## 二、建模

带钢是钢铁工业的主要产品之一,带钢的板形良否是衡量带钢质量的一个重要指标。目前,在一些发达国家已经由计算机实现了板形自动控制,而我国,板形还处于手动控制。在四辊可逆冷轧机上进行板形自动控制的研究,作为国家经委的科研项目正在我院进行研究。由计算机实现板形自动控制是最终的必然,但鉴于现阶段我国大量的中小型钢厂的技术改造的需要,采用简单易行的模拟仪表来实现板形自动控制是有其现实意义和实用价值的。

### 1. 系统模型

板形控制系统是由主轧机、液压伺服系统和分段张力检测及张力差运算等环节构成。在板形好的情况下,板材轧后的横断面各点的张力一样,即张力差为零。当张力差不为零时,就需要通过液压油缸的压力调整辊缝,进而满足板形好的条件。反映板形好坏的张力差信号 $\Delta\sigma_{1b}$ ,是由我院研制的多辊式板形检测仪测得分段张力信息,经过信号处理得到的。图1所示。

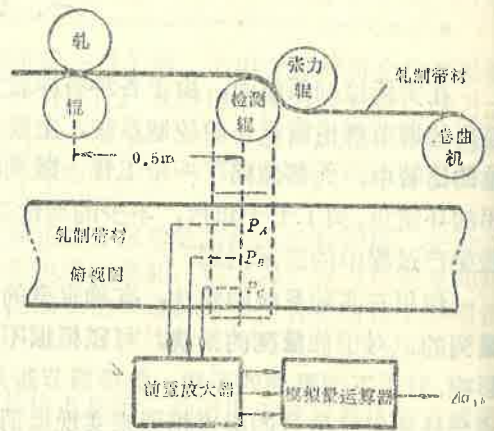


图 1

经推导<sup>[2]</sup>主轧机的数学模型由一个传递系数来描述

$$G_r(s) = \frac{\Delta\sigma_{1b}(s)}{P_2(s)} = K_\sigma \quad (6)$$

式中 $\Delta\sigma_{1b}$ ——反映板形好坏的张力差,为被控量; $P_2$ ——液压伺服系统给出的弯辊力; $K_\sigma$ ——可测定的常数。

液压伺服系统的传递函数,对于研究板形控制可以近似由一个惯性环节来描述

$$G_B(s) = \frac{K_B}{1 + T_1 s} \quad (7)$$

式中 $K_B$ 、 $T_1$ 均可通过现场实测参量。

## 分段张力检测装置的传递函数

$$G_y(s) = \frac{K_y}{1 + T_2 s}, \quad (8)$$

式中  $K_y$ 、 $T_2$  由理论计算给出的参数。

由于检测装置受安装位置所限 (图 1), 使系统存在由距离和运动速度构成的延迟环节  $e^{-\tau s}$ , 其延迟时间为

$$\tau = D/v, \quad (9)$$

式中  $D$  为轧辊中心线到检测辊之间的距离,  $v$  为轧制时带材的速度。

在被控系统模型中含有超越函数  $e^{-\tau s}$ , 为简化设计, 用有限维单元来近似, 这里选用一阶 pade 表达式来近似

$$e^{-\tau s} = \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s} \quad (10)$$

用结构图表示

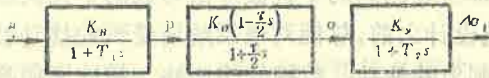


图 2

令  $\Delta\sigma_{1b} = x_1$ ,  $\sigma = x_2$ ,  $p_2 = x_3$ ,  $y = x_1$ 。

经推导得到系统的状态方程

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_2} & \frac{K_C}{T_2} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\tau} & \frac{\tau}{2}K_C + \frac{K_C}{T_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{K_C}{T_1}K_B \\ \frac{K_B}{T_1} \end{pmatrix} u \quad (11)$$

输出方程

$$y = [1 \ 0 \ 0] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中的参数经理论分析和实验测定

$$T_1 = 0.016s, \quad K_y = 0.18 \frac{V/kg}{cm^2}.$$

$$T_2 = 0.15s, \quad K_B = 42 \frac{\text{kg/cm}^2}{V}.$$

$$\tau = 0.5s, \quad K_G = 0.075 \frac{\text{kg/mm}^2}{\text{kg/cm}^2}.$$

## 2. 干扰模型

干扰  $w(t)$  这种作用于被控系统却不能人为地进行测量的“控制量”，给控制系统的性能带来了不希望的影响。因此，设法降低、消除干扰因素的影响，是在设计控制系统时首先需要考虑的。鲁棒调节器的扰动方程，是通过建立一组初始条件未知，干扰能满足的一组微分方程，使得虽然不知道干扰信号出现的时间及振幅，但却知道了系统所受干扰所包含的振型，因而能够有效地进行消除<sup>[3]</sup>。

设外部干扰由状态方程

$$\begin{cases} \dot{x}_w = A_w x_w \\ w = C_w x_w \end{cases} \quad (13)$$

来描述，其中  $x_w$  为  $n_1$  维向量， $A_w$  为  $n_1 \times n_1$  维矩阵， $C_w$  为  $n_1 \times p$  维矩阵。

能否对干扰造成的稳态误差进行有效地抑制，完全依赖于由扰动方程模拟外扰的精确程度。所以，必须保证所观测到的干扰波形由对应的干扰状态方程(13)式表征出来。通常，在对一个控制系统设计之前，总能为该系统所受到的扰动波形有一个大致的了解。四辊轧机的板形受到轧制力的波动、轧辊的热膨胀、弹性压扁等因素的影响，图3是在工作现场实验测得的干扰波形。



图 3

通过对干扰波形的定性分析，将其特征化，图3的模型可写成：

$$w(t) = \sum d_i \delta(t - \tau_i) + \sum d_j(t - \tau_j), \quad (14)$$

式中  $\delta(t - \tau_i)$  为单位冲激函数， $d_j(t - \tau_j)$  为有理函数。由于在下一个突变信号到来之前，前一个信号的响应已进入稳态，故将  $w(t)$  分段解析成阶跃函数和斜坡函数的线性组合形式

$$w(t) = \alpha_1 + \alpha_2 t, \quad (15)$$

式中  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  是未知变化的，且可以从某值跳到另一个值的常数。

对  $w(t)$  进行拉氏变换有

$$w(s) = L[w(t)] = \frac{\alpha_1 s + \alpha_2}{s^2}. \quad (16)$$

若把  $w(s)$  看成是传递函数, 则特征方程  $Q(s)$  为

$$Q(s) = s^2.$$

因而, 可以得到被控系统的干扰状态方程<sup>[4]</sup>

$$w(t) = [\alpha_1 \quad \alpha_2] \begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{w1} \\ \dot{x}_{w2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

### 三、鲁棒调节器设计

#### 1. 伺服补偿器的设计

根据系统所要承受的外界扰动和给定扰动的性质, 确定外界扰动和给定信号的特征多项式  $\lambda_1(s)$  和  $\lambda_2(s)$ , 进而得到它们的最小公倍式

$$\lambda(s) = s^q + \delta_0 s^{q-1} + \dots + \delta_1. \quad (18)$$

由此可得伺服补偿器

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \alpha \xi + \beta e, \\ e &= y_r - y. \end{aligned} \quad (19)$$

由于被控系统是属于恒值系统, 即  $y = 0$ , 而外扰的特征多项式

$$\lambda(s) = Q(s) = s^2.$$

因此, 外扰与给定扰动的特征多项式的最小公倍式就是外扰特征多项式, 即

$$\lambda(s) = \lambda_1(s) = s^2.$$

和公式 (18) 比较, 有

$$\delta_1 = \delta_2 = 0.$$

因而得到所要设计的伺服补偿器

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e, \quad (20a)$$

$$u_s = K \xi = [K_1 \quad K_2] \xi. \quad (20b)$$

#### 2. 镇定补偿器的设计

由于被控系统的状态变量是可以直接测量的, 即  $y_m = x$ , 这样, 镇定补偿器可取为零阶形式, 即镇定补偿器由全状态的线性反馈构成。图 4 给出了鲁棒调节器的闭环系统结构图。进而得到鲁棒调节器构成的闭环系统状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ \beta C & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ \beta D \end{bmatrix} u, \quad (21a)$$

$$u = [K_0 \quad K] \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}. \quad (21b)$$

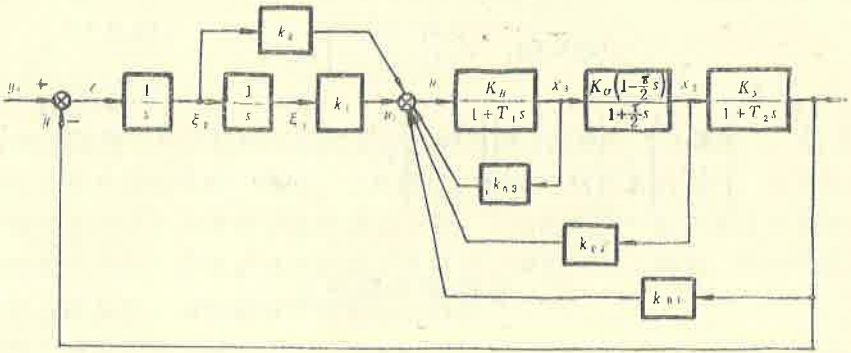


图 4

### 3. 选择 $K$ 、 $K_0$ 阵

为保证闭环系统的动态性能，关键在于选择  $K$ 、 $K_0$  阵，由式 (21) 可求得闭环系统的特征方程

$$SI - \begin{bmatrix} A + BK_0 & BK \\ \beta(C + DK_0) & \alpha + \beta DK \end{bmatrix} = s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0, \quad (22)$$

式中

$$\begin{aligned} a_4 &= 73.1 + 346.92k_{02} - 4642.25k_{03}, \\ a_3 &= 693.289 + 418.16k_{01} + 870.84k_{02} - 49556.9k_{03}, \\ a_2 &= 1665 - 1858.5k_{01} - 10314.675k_{02} - 123776.1k_{03} + 416.3k_2, \\ a_1 &= 416.3k_1 - 1858.5k_2, \\ a_0 &= -1858.5k_1. \end{aligned}$$

为了确定  $K$ 、 $K_0$  阵，将闭环传递函数选为<sup>[6]</sup>

$$J(s) = \frac{K(s+z)s^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)}, \quad (23)$$

式中  $z$  是被控系统模型中的固有零点， $s^2$  是为抵消干扰而设置的系统内模。

线性控制理论的研究方法，是在没有约束条件的情况下，系统的座标及控制量均被认为是受任何限制的。而在实际工程中，受控量和控制量都要受到客观条件的某些约束而不能超出一定的范围。所以，理论上的极点任意配置，在综合设计实际系统时，极点的位置选配就要考虑到系统所能达到的响应速度及可能受到的实际限制等因素，故将闭环系统的传递函数中的参数选为  $\xi = 0.5$ ， $\omega_n = 4$ ， $p_1 = 0.8$ ， $p_2 = 4$ ， $p_3 = 82$ 。然后代入 (23) 式，再与闭环系统特征方程 (22) 式按对应项系数相等原则，联立求解出

$$K_0 = [0.92 \quad 0.054 \quad 0.00756],$$

$$K = [2.35 \quad 4.75].$$

至此,完成了鲁棒调节器的设计.

#### 四、模拟仿真与现场实验

##### 1. 模拟仿真

图5给出了系统由鲁棒调节器构成闭环时的阶跃响应曲线,拍摄时标为100ms.上升时间为700ms,调节时间为1200ms.图6是用信号发生器模拟随机干扰信号,测得的输出特性曲线,由图可见,鲁棒调节器构成的闭环控制系统具有很强的抑制干扰能力,因为在配置闭环极点时适当考虑了系统的响应速度,所以,存在的动态误差也是很小的.

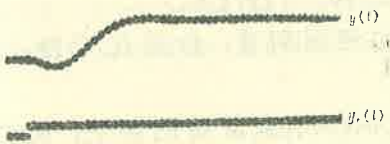


图 5

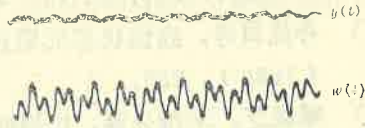


图 6

##### 2. 现场实验

实验条件: 低碳钢钢带; 带宽 250mm; 板厚 0.2mm; 轧制力 10t; 轧速 0.8m/s; 工作油压 100kg/cm<sup>2</sup>; 给定 30kg 预弯辊力.

实测曲线见图 7.

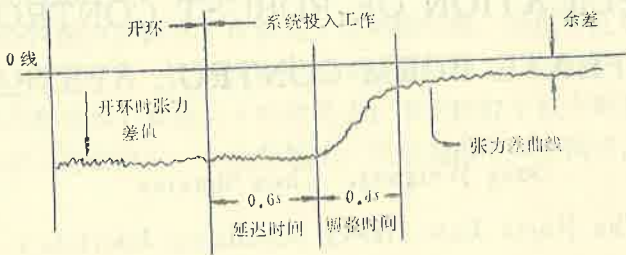


图 7

由示波曲线看出: 因实验是在轧速为 0.8m/s 条件下进行的, 故出现 0.6s 的延迟时间; 为了抑制零飘的影响, 所设计的积分电路是由惯性环节的电路来实现的, 使系统存在余差, 尽管如此, 仍能满足板形控制系统所允许的公差带内, 保证轧制的带材板形良好.

#### 五、结 论

对板形控制系统的延迟环节用一阶 pade 近似式表示是可行的, 运用状态模拟的方法对随机不可测扰动进行状态模拟, 并结合“内模原理”设计的鲁棒调节器, 方法简单

易行,且控制精度及抗干扰能力同常规调节器<sup>[1]</sup>相比较显著增强。

### 参 考 文 献

- [1] Davison, E. J., ROBUST Control of a General Servomechanism Problem, Automatic, (1975).
- [2] 东北重型机械学院, 板形控制的理论基础(校内教材)。
- [3] 王恩平, 单变量系统内模原理的频域方法, 自动化学报, 4, (1980), 311—316.
- [4] Johnson, C. D., Accommodation of Disturbance in Optimal Control Problem, Int. J. Control, 15, (1972).
- [5] 孙优贤等, 线性状态反馈控制系统的应用研究, 自动化学报, 3, (1980), 235.
- [6] 臧赢芝, 宋维公等, 按横向张力差板形闭环控制系统的研究, 国家科委、机械工业部、东北重型机械学院鉴定会材料, (1982)。

## AN APPLICATION OF ROBUST CONTROLLER IN PLATE FORM CONTROL SYSTEM

Song Weigong, Chou Shuxian

(The North East Heavy Machinery Institute)

### Abstract

In this paper, the disturbance model is set up by the method of the state description. According to the internal model principle the ROBUST controller is designed, and by using the first approximation of Pade formula to time lag unit of the plate form control system in four rolls reversible cold strip mill. The result showed. It is higher in the control accuracy and external disturbance resistibility for the plate form control system, and the asymptotic output regulation behavior is obtained as well.