第4卷 第1期　　控制理论与应用　　Vol.4, No.1
1987年3月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　March, 1987

多模型自适应预报及其在电力规划负荷预报中的应用

韩曾晋　牛志强

（清华大学）

摘　要

本文提出一种多模型自适应预报方法，预报系统由几个并行的多步预报器组成，最终预报由Bayes决策律决定。本法适用于随机快时变参数动态过程的预报，在我国工业用电量长期预报中应用此法获得了良好的效果。

引　言

自校正预报器适用于参数未知的定常系统和慢时变系统[1]。但对参数快时变而在大范围内随机变化，采用自校正预报达不到预期效果。本文提出的多模型自适应预方法可以解决这类系统的预报问题。全文共分三部分，第一部分介绍预报系统基本单一自校正预报器，第二部分讨论多模型自适应预报系统的结构和算法，第三部分介绍个应用的实例。

一、自 校 正 预 报 器

本节采用Box和Jenkins多步预报器，假定被预报的过程可用下式描述：

$$A(q^{-1})y(t)=B(q^{-1})u(t)+C(q^{-1})e(t), \quad (1)$$

其中

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\cdots+a_{n_a}q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1})=b_0+b_1q^{-1}+\cdots+b_{n_b}q^{-n_b}$$

$$C(q^{-1})=1+c_1q^{-1}+\cdots+c_{n_c}q^{-n_c}$$

$y(t)$为系统的输出序列，$u(t)$为确定性控制输入序列，$e(t)$为同分布方差为σ_e^2的独立机扰动序列，令$\hat{y}(t+k|t)$为基于$\{y(t),y(t-1)\cdots y(1),u(t),u(t-1)\cdots u(1),u(t+1$

本文于1985年4月4日收到。1986年7月14日收到修改稿。

$u(t+k)\}$ 的 k 步线性最小方差预报，即 $\hat{y}(t+k|t)$ 可使以下指标函数 J 为最小：

$$J=E\{y(t+k)-\hat{y}(t+k|t)\}^2. \tag{2}$$

假定$u(t)\equiv 0$（无确定性输入），则（1）式简化成

$$A(q^{-1})y(t)=C(q^{-1})e(t). \tag{3}$$

众所周知，线性最小方差预报$\hat{y}(t+k|t)=E\{y(t+k)|Y^t\}$，其中$Y^t=\{y(t),y(t-1)\cdots y(1)\}$，$E\{\cdot\}$表示取期望，考虑到以下基本关系[2]

i）$E\{y(t+k)|Y^t\}=\hat{y}(t+k|t)$，$k>0$

ii）$E\{y(t-k)|Y^t\}=y(t-k)$，$k\geq 0$

iii）$E\{e(t+k)|Y^t\}=0$，$k>0$

iv）$E\{e(t-k)|Y^t\}=e(t-k)\cong\varepsilon(t-k)$，$k>0$，$\varepsilon(t-k)$为预报误差，利用上述关系可导出$\hat{y}(t+k|t)$表达式

$$\left.\begin{aligned}\hat{y}(t+k|t)&=-\sum_{i=1}^{n_a}a_i\hat{y}(t+k-i|t)+\sum_{i=k}^{n_c}c_i\varepsilon(t+k-i),\quad 1\leq k\leq n_c,\\ \hat{y}(t+k|t)&=-\sum_{i=1}^{n_a}a_i\hat{y}(t+k-i|t),\quad k>n_c=n_a,\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中$\varepsilon(t)=y(t)-\hat{y}(t|t-1)$。根据$Y^t$和（4）式可递推计算$\hat{y}(t+1|t)$，$\hat{y}(t+2|t)\cdots\hat{y}(t+k|t)$。

令确定性输入$u(t)$产生的输出为$y_u(t)$，则有

$$y_u(t+k)=-\sum_{i=1}^{n_a}a_iy_u(t+k-i)+\sum_{i=0}^{n_b}b_iu(t+k-i). \tag{5}$$

随机扰动$e(t)$产生的输出$y_e(t+k)$可以用其最优估计$\hat{y}_e(t+k|t)$代替。根据迭加原理，$\hat{y}(t+k|t)=y_u(t+k)+\hat{y}_e(t+k|t)$，其中$\hat{y}_e(t+k|t)$可用（4）式计算。所以考虑$u(t)\neq 0$，最小方差预报的递推公式最后可归结为

$$\left.\begin{aligned}\hat{y}(t+k|t)=&-\sum_{i=1}^{n_a}a_i\hat{y}(t+k-i|t)+\sum_{i=0}^{n_b}b_iu(t+k-i)\\ &+\sum_{i=k}^{n_c}c_i\varepsilon(t+k-i),\quad 1\leq k\leq n_c,\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\hat{y}(t+k|t)=-\sum_{i=1}^{n_a}a_i\hat{y}(t+k-i|t)+\sum_{i=0}^{n_b}b_iu(t+k-i),\ k>n_c,$$

$$\varepsilon(t)=y(t)-\hat{y}(t|t-1).$$

自校正预报：

当系统参数未知或慢时变时，采用 ERLS 法在线辨识方程(6)中的未知参数$\hat{\theta}(t)$
然后用（6）式进行递推预报．参数估计算法如下：

$$\theta=[a_1\cdots a_{n_a},\ b_0,b_1\cdots b_{n_b},\ c_1\cdots c_{n_c}]^T,$$

$$\varphi(t)=[-y(t-1)\cdots-y(t-n_a),\ u(t),\ u(t-1)\cdots u(t-n_b),\ \varepsilon(t-1)\cdots\varepsilon(t-n_c)]^T,$$

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+K(t)\varepsilon_1(t),$$

$$K(t)=P(t-1)\varphi(t)[\lambda+\varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)]^{-1},$$

$$P(t)=\frac{1}{\lambda}[P(t-1)-K(t)\varphi^T(t)P(t-1)],\ P(0)=dI,\ d\gg 0,\ I\text{：单位阵},$$

$$\varepsilon_1(t)=y(t)-\hat{\theta}(t-1)^T\varphi(t),$$

$$\varepsilon(t)=y(t)-\hat{\theta}(t)^T\varphi(t).$$

λ为遗忘因子取0.999～0.950．将参数$\hat{\theta}(t)$和$\varepsilon(t)$，$\varepsilon(t-1)\cdots$代入(6)式可
$\hat{y}(t+i|t)$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ k$．

二、多模型自适应预报

当系统参数是随机快时变如图1所示时，由于参数递推估计跟不上参数变化而使
校正预报误差加大．如果将参数取值范围分成N区，每区用一个自校正预报器，并
预报，再用 Bayes 决策律确定最终预报，构成图2所示的多模型自适应预报系统，则
报误差可以降低．

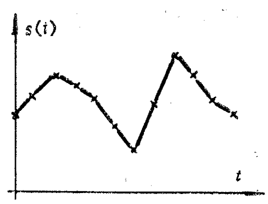

图 1 随机时变参数

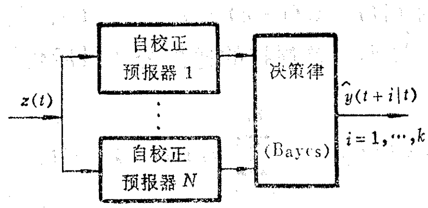

图 2 多模型自适应预报系统

假定时变参数$s(t)$可用有限状态马尔可夫链来描述．马氏链的每一状态与一个
正预报器的工作区相对应，则$s(t)\in S=\{1,\ 2,\ \cdots,\ N\}$，$t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$．令$t$

状态转移概率为 $p_{ml}(t)=P_r\{s(t)=l|s(t-1)=m\}$，$m$，$l\in S$，状态转移概率阵为

$$[p_{ml}(t)]=\begin{bmatrix} p_{11}(t)\cdots p_{1N}(t) \\ \vdots \\ p_{N1}(t)\cdots p_{NN}(t)\end{bmatrix},$$ 利用 $s(t)$ 的历史数据可近似决定 $[p_{ml}(t)]$.

令 $z(t)=\{y(t),\ y(t-1)\cdots y(1),\ u(t),\ u(t-1)\cdots u(1),\ u(t+1)\cdots u(t+k)\}$ 给定为条件的条件概率 $P_r\{s(t)=l|z(t)\}$，$l=1,\ \cdots,\ N$ 皆已知，则条件概率 $P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}$，$P_r\{s(t+2)=l|z(t)\}\cdots$，$l=1,\ \cdots,N$ 皆可递推计算. 下面说明如何计算基于 $z(t)$ 的1步到 k 步预报及基于 $z(t+1)=[z(t),\ y(t+1)]$ 的 1 步到 k 步预报.

基于 $z(t)$ 求输出的1步到 k 步预报的计算步骤：

（1）根据第一节所述的方法求各自校正预报器的预报：$\hat{y}_l(t+i|t)$，$l=1,\ \cdots,\ N$，$i=1,\ \cdots,\ k$.

（2）计算一步最终预报 $\hat{y}(t+1|t)=\sum_{l=1}^{N}P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}\hat{y}_l(t+1|t)$，

其中 $$P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}=\sum_{m=1}^{N}P_r\{s(t+1)=l|s(t)=m,z(t)\}P_r\{s(t)=m|z(t)\}$$

$$=\sum_{m=1}^{N}p_{ml}(t+1|t)P_r\{s(t)=m|z(t)\},l=1,2,\cdots,N.$$

设 $P_r\{s(t)=m|z(t)\},m=1,\cdots,N$ 为已知，$[p_{ml}(t+1|t)]$ 为已知常阵，则 $P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}$，$l=1,\cdots N$，和 $\hat{y}(t+1|t)$ 可以算出.

（3）计算 k 步最终预报 $\hat{y}(t+k|t)$.

$$\hat{y}(t+k|t)=\sum_{l=1}^{N}P_r\{s(t+k)=l|z(t)\}\ \hat{y}_l(t+k|t),$$

其中 $$P_r\{s(t+k)=l|z(t)\}=\sum_{m=1}^{N}p_{ml}(t+k|t)P_r\{s(t+k-1)=m|z(t)\},l=1,\cdots,N.$$

由于 $P_r\{s(k+k-1)=m|z(t)\}$ 已递推算出，所以 $P_r\{s(t+k)=l|z(t)\},l=1,\cdots,N$ 及 $\hat{y}(t+k|t)$ 皆可算出.

基于 $z(t+1)$ 求输出的 1 步到 k 步预报的计算步骤：

（1）在取得新数据 $y(t+1)$ 后，将各自校正预报器参数更新一次，再用以下 Bayes 公式计算状态的验后概率 $P_r\{s(t+1)=l|z(t+1)\}$，$l=1,\ \cdots,\ N$.

$$P_r\{s(t+1)=l|z(t+1)\}=\frac{P_r\{y(t+1)|s(t+1)=l,z(t)\}P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}}{\sum\limits_{l=1}^{N}P_r\{y(t+1)|s(t+1)=l,z(t)\}P_r\{s(t+1)=l|z(t)}$$

假定$e(t)$的分布是正态的$N(0,\sigma_e^2)$，由于各预报器是线性的，所以$y(t+1)$的分布为正态$N(\hat{y}_l(t+1|t),\sigma_l^2)$，当$A(q^{-1})$，$C(q^{-1})$的参数不受时变参数$s(t)$影响的下，有$\sigma_1^2=\sigma_2^2\cdots=\sigma_N^2=\sigma^2$，则（7）式可简化成

$$P_r\{s(t+1)=l|z(t+1)\}=\frac{e^{-\gamma_l(t+1)}P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}}{\sum\limits_{l=1}^{N}e^{-\gamma_l(t+1)}P_r\{s(t+1)=l|z(t)\}},\quad l=1,\cdots,N$$

其中　$\gamma_l=\dfrac{1}{2\sigma^2}[y(t+1)-\hat{y}_l(t+1|t)]^2$.如果把$P_r\{s(t+1)=l|z(t+1)\},l=1,\cdot$看作初始状态的条件概率，那么就可以用与前相同的步骤计算1步到k步的最终了。

（2）根据各预报器更新后的参数，计算$\hat{y}_l(t+i+1|t+1),l=1,\cdots,N,i=1,$

（3）计算一步最终预报$\hat{y}(t+2|t+1)$：

$$\hat{y}(t+2|t+1)=\sum_{l=1}^{N}P_r\{s(t+2)=l|z(t+1)\}\hat{y}_l(t+2|t+1),$$

其中　$P_r\{s(t+2)=l|z(t+1)\}=\sum\limits_{m=1}^{N}p_{ml}(t+2|t+1)P_r\{s(t+1)=m|z(t+1)\}$。

（4）计算k步最终预报$\hat{y}(t+k+1|t+1)$：

$$\hat{y}(t+k+1|t+1)=\sum_{l=1}^{N}P_r\{s(t+k+1)=l|z(t+1)\}\hat{y}_l(t+k+1|t+1),$$

其中　$P_r\{s(t+k+1)=l|z(t+1)\}=\sum\limits_{m=1}^{N}p_{ml}(t+k+1|t+1)P_r\{s(t+k)=m|z(t+1)$

在预报期内假定状态转移概率阵为常阵，预报过程是以滚动的方式向前进行的，即一次新数据就将全部N个预报器参数更新一次，同时再计算一次验后条件概率，

进行 1 步到 k 步预报.

三、应　用

本节介绍多模型自适应预报在电力规划中的应用. 某行业的年用电量通常依赖于该行业的年产值，如果以年产值为系统的输入 $u(t)$，年用电量为输出 $y(t)$，利用输入输出的历史数据可建立以下动态模型:

$$A(q^{-1})y(t)=B(q^{-1})u(t)+C(q^{-1})e(t).$$

对不同行业的电量预报，参数 $D(t)=\dfrac{y(t)}{u(t)}$ 是表示负荷特性的一个重要参量，称为单耗. 对已发展定型的行业单耗各年基本不变或只在小范围波动，对某些新兴行业，单耗将受许多随机因素的影响而呈图 1 所示的曲线变化，这时应用多模型自校正预报就比用一般自校正预报效果好. 下面就以全国工业用电量预报为例说明计算方法. 首先，根据23年的历史数据计算每年的单耗，画出 $D(t)$ 曲线，将 $D(t)$ 划分成三个区，对应于单耗 D 正常、偏高、偏低三种情况. 与三个区相对应的马氏链具有以下三个状态:

$$s(t)=\begin{cases}1, & D(t)<0.387,\\ 2, & 0.387\le D(t)\le 0.407,\\ 3, & D(t)>0.407.\end{cases}$$

对应于三个状态通过辨识可得以下三个模型:

$$s(t)=1:\ y(t)+a_1y(t-1)+a_2y(t-2)=b_0^{(1)}u(t)+b_1u(t-1)+b_2u(t-2)+e(t).$$

$$s(t)=2:\ y(t)+a_1y(t-1)+a_2y(t-2)=b_0^{(2)}u(t)+b_1u(t-1)+b_2u(t-2)+e(t).$$

$$s(t)=3:\ y(t)+a_1y(t-1)+a_2y(t-2)=b_0^{(3)}u(t)+b_1u(t-1)+b_2u(t-2)+e(t).$$

由于参数 $D(t)$ 只影响 b_0，所以三个模型的差别仅表现为 b_0 不同，首先辨识 $s(t)=2$ 模型(D 正常)，得

$$a_1=-0.412,\ a_2=0.341,\ b_0^{(2)}=0.405,\ b_1=-0.151,\ b_2=0.111,\ \sigma_e^2=105.6,$$

利用1、3两区单耗的平均值 $D^{(1)}$、$D^{(3)}$ 和以下关系决定 $b_0^{(1)}, b_0^{(3)}$:

$$D^{(1)}=\frac{y(\infty)}{u(\infty)}=\frac{b_0^{(1)}+b_1+b_2}{1+a_1+a_2},\quad D^{(3)}=\frac{b_0^{(3)}+b_1+b_2}{1+a_1+a_2}.$$

将已知的 $D^{(1)}$，$D^{(3)}$，a_1，a_2，b_1, b_2 代入上式求得: $b_0^{(1)}=0.393, b_0^{(3)}=0.422$. 根据历史数据在 $D(t)$ 三个区的分布可近似求得

$$[p_{ml}]=\begin{pmatrix}0.33 & 0.67 & 0.00\\ 0.13 & 0.74 & 0.13\\ 0.00 & 0.50 & 0.50\end{pmatrix},\quad 再假定\begin{pmatrix}P_r\{s(t)=1\mid z(t)\}\\ P_r\{s(t)=2\mid z(t)\}\\ P_r\{s(t)=3\mid z(t)\}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}.$$

利用表1数据（1982年前数据）拟合上述模型，假定1982年后产值的增长规律：19
到1983年为5%，1983年以后为4%，利用本法预报五年的用电量，结果如下：

年　度：	1983	1984	1985	1986	1987
电　量：	2269	2426	2525	2605	2699

最后将回归分析、自校正预报、多模型自适应预报三种方法对不同行业的用电量进
报，预报误差列于表2，以兹比较．表中的误差定义为

$$\Delta = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left|\frac{y(t+k)-\hat{y}(t+k|t)}{y(t+k)}\times 100\%\right|,$$ K 为预报步数（此处 $K=5$

表1　输入输出数据

电　量　（输出）	产　值　（输入）
457.51，352.63，319.99，338.84，394.38	1411.13，871.54，727.03，788.58，94
477.23，589.29，497.05，472.02，633.81	1192.23，1441.91，1242.62，1180.18，158
828.22，951.70，1017.84，1101.94，1078.60	2070.54，2379.28，2536.63，2777.65，278
1247.82，1289.66，1426.91，1660.87，1846.36	3205.90，3248.72，3708.84，4213.78，457
1961.33，1975.00，2093.33	4971.68，5177.67，5577.50

表2　三种方法平均相对误差比较

行业＼误差%＼算法	多模型	自校正	回归分析	单耗特性
全国工业	1.54	2.55	2.65	较平稳
造纸	3.59	5.44	4.90	缓慢上升
黑色冶金	1.91	6.08	9.09	波动大
有色冶金	3.83	4.68	3.85	前段波动较大，后平稳
石油	8.42	8.00	20.00	波动大，后几年上升
煤炭	10.86	12.30	15.60	上升且波动大
化工	3.95	4.04	4.05	波动不大
机械	1.44	8.43	2.02	一直下降
建材	2.54	4.53	9.41	前段平稳，后段波动
纺织	2.29	2.26	3.43	比较平稳

结　论

对随机快时变动态系统，如某些小样本的经济系统，采用本文提出的方法预报，可以获得比常规自校正和回归分析更好的结果.

参 考 文 献

〔1〕 Keyser. R. M. C DE etal, A Self-tuning Multistep Predictor Applicafion, Automatica, **17**, 1, (1981), 167-174.

〔2〕 Box G. E. P. and Jenkins G. M., Time Series Analysis Forecasting and Control, Holden-Day San Francisco, (1970).

〔3〕 Lainiotis, D. G., Partitioniong, A Unifying Framework for Adaptive Systems, Ⅰ. Estimation, Ⅱ. Control, Proceeding of the IEEE, **64**, 8, (1976), 1126-1143.

MULTIMODEL ADAPTIVE FORECASTING METHOD AND ITS APPLICATION TO LOAD FORECASTING IN POWER SYSTEM PLANNING

Han Zengjin, Nu Zhichung

(Qinghua University, Beijing)

Abstract

In this paper a multimodel-based method of adaptive forecasting is presented. The whole adaptive system consists of several multistep self-tuning predictors working in parallel. The final forecast is determined by using Bayes decision rule. This method is especially suitable for the forecasteng of dynamic process with stochastic time-varying parameters. Application to the load forecasting for Electric ·power systems shows the advantage of the method.