第4卷 第2期 控制理论与应用 Vol.4, No.2
1987年 6月 CONTROL THEORY AND APPLICATIONS June, 1987

矩阵的广义Schwarz形和多项式矩阵的稳定性

刘智敏　　李凤翎

（中国科学院系统科学研究所，北京）

摘　要

本文通过线性变换，对具有一般形式的多项式矩阵，建立了广义Routh数组和广义Schwarz形的概念，给出了由矩阵块状相伴标准形到广义Schwarz形的变换阵，利用Liapunoff第二定理，得到判别多项式矩阵稳定的充分条件，并把此结果运用到多变量控制系统中。

一、前　　言

Routh早在十九世纪就已把矩阵的相伴标准形与Schwarz形联系起来，给出了多项式稳定的充分必要条件，1978年，Leang－San和Shailendra将多项式的一些结果推广到多项式矩阵[1]，定义了矩阵Routh数组，给出了矩阵块状Schwarz形和判别多项式矩阵稳定的充分条件，但〔1〕中，限制在多项式矩阵的各列次均相等时的列首一阵。笔者的工作是将Leang－San和Shailendra的结果进一步推广到具有一般形式的多项式矩阵，并把此结果运用于多变量控制系统中。

二、多项式矩阵的广义Schwarz形

考虑非异多项式方阵

$$P(s)=P_0s^{\nu}+P_1s^{\nu-1}+\cdots+P_{\nu-1}s+P_{\nu}.$$

定义　如果非异多项式方阵$P(s)$的行列式是一个稳定多项式，则称该阵是稳定的。

由于经多项式阵的初等变换后，稳定性不变，因此恒可假定$P(s)$已是一个列首一多项式阵[1]。

$$P(s)=I\begin{pmatrix} s^{d_1} & & & 0 \\ & s^{d_2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & s^{d_m}\end{pmatrix}+A_1\begin{pmatrix} s^{d_1-1} & & & \\ & s^{d_2-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & s^{d_{n_1}-1}\end{pmatrix}$$

本文于1984年1月3日收到。1986年10月17日收到修改稿。

$$+A_2\begin{pmatrix} s^{d_1-2} & & & 0 \\ & s^{d_2-2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & s^{dn_2-2} \end{pmatrix}+\cdots+A_\nu(I_\nu \quad 0), \tag{1}$$

其中，恒可假设 $d_m\geq1$；A_i 是 $n_1\times n_i$ 矩阵，为多项式矩阵的系数阵；d_i 为多项式矩阵 $P(s)$ 的列次，且 $d_1\geq d_2\geq\cdots\geq d_{n_1}$；$n_i$ 为整数集 $\{d_1-i,\ d_2-i,\cdots,d_m-i\}$ 中非负数的个数，且满足 $m=n_1\geq n_2\geq\cdots\geq n_\nu(\geq1)$。[2]

将 $P(s)$ 作用到 n_1 维向量 $\mathbf{X}(t)$ 上的微分方程形式为

$$P(D)\mathbf{X}(t)\equiv0, \tag{2}$$

与（2）对应的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}=A\mathbf{x}, \tag{3}$$

其中，$\mathbf{x}$ 是 n 维向量，$n=\sum_{i=1}^{\nu}n_i$；A 是 $n\times n$ 矩阵；

$$A=\begin{bmatrix} 0 & [I_\nu\ 0] & & & 0 \\ & 0 & [I_{\nu-1}\ 0] & & \\ 0 & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & [I_2\ 0] \\ -A_\nu & -A_{\nu-1} & \cdots & -A_2 & -A_1 \end{bmatrix}.$$

设 A_1 为非奇异，令

$$C_{1,1}=I,\ C_{1,2}=A_2,\cdots,C_{1,j}=A_{2(j-1)},\cdots$$
$$C_{2,1}=A_1,\ C_{2,2}=A_3,\cdots,C_{2,j}=A_{2j-1},\cdots$$
$$j=1,2,\cdots,l.$$

当 ν 为偶数时，$l=\frac{\nu}{2}+1$，当 ν 为奇数时，$l=\frac{\nu+1}{2}$，且当 $2j-1>\nu$ 时，$C_{2,j}\equiv0$。可构造矩阵列

$$[I,A_1,A_2,\cdots A_\nu]$$

的广义 Routh 数组：

$$\begin{matrix} C_{1,1} & C_{1,2} & C_{1,3} & C_{1,4}\cdots \\ C_{2,1} & C_{2,2} & C_{2,3} & C_{2,4}\cdots \\ C_{3,1} & C_{3,2} & C_{3,3}\cdots & \\ \vdots & \vdots & & \\ C_{\nu+1,1} & C_{\nu+1,2}\cdots & & \end{matrix}$$

此处

$$C_{i+2,j}=[I_i \quad 0]C_{i,1}^{+}C_{i,j+1}-C_{i+1,1}^{+}C_{i+1,j+1}[I_{i+2} \quad 0]$$
$$i=1,2,\cdots,\nu-1;\ j=1,2,\cdots,$$

其中 I_i 是 $n_i\times n_i$ 阶单位阵，且 $I_k\equiv 0$，当 $k>\nu$；$C_{i,1}^{+}$ 是矩阵 $C_{i,1}$ 的伪逆；$C_{i+2,j}$ 是 $n_i\times n_{i+2j-1}$ 阶矩阵。当 $C_{i,j}$ 的列 $\in$Span($C_{i,1}$ 的列)，选择

$$K_1=\begin{bmatrix}
I_\nu & & & & & & & 0 \\
0 & I_{\nu-1} & & & & & & \\
C^{+}_{\nu-1,1}C_{\nu-1,2} & 0 & & & & & & \\
0 & C^{+}_{\nu-2,1}C_{\nu-2,2} & I_{\nu-2} & & & & & \\
\times & \ddots & 0 & I_4 & & & & \\
\vdots & & \ddots & 0 & I_3 & & & \\
\vdots & & & C^{+}_{3,1}C^{+}_{2,2} & 0 & I_2 & & \\
\times & \cdots & \times & 0 & C^{+}_{2,1}C^{+}_{2,2} & 0 & I_1 &
\end{bmatrix}$$

做变量替换 $\mathbf{y}=K_1\mathbf{x}$，则（3）变为

$$\dot{\mathbf{y}}=(K_1AK_1^{-1})\mathbf{y}. \tag{4}$$

令 $B=K_1AK_1^{-1}$，则

$$B=\begin{bmatrix}
0 & [I_\nu\ \ 0] & & & & 0 \\
-C_{\nu+1,1} & 0 & [I_{\nu-1}\ \ 0] & & & \\
 & -C_{\nu,1} & 0 & \ddots & & \\
 & & \ddots & \ddots & [I_3\ \ 0] & \\
 & 0 & & -C_{4,1} & 0 & [I_2\ \ 0] \\
 & & & & -C_{3,1} & -C_{2,1}
\end{bmatrix}$$

其中 $C_{i,1}$ 是 $n_{i-2}\times n_{i-1}$ 阶列满秩阵，$n_0\equiv n_1$。称阵 B 为 A 的广义 Schwarz 形，K_1 从 A 到 Schwarz 形 B 的变换阵。

三、多项式矩阵稳定的充分条件

用多项式的 Routh 数组或 Schwarz 形可得到判别其稳定的充分必要条件，而此果却不能简单地推广到多项式矩阵中来，Leang－San 在文章〔1〕中给出了当 $n_1=n_2=\cdots=n_\nu$ 时的多项式矩阵稳定的充分条件。这里，我们由广义 Routh 数组和系统的广 Schwarz 形出发，给出一般形式的多项式矩阵稳定的充分条件。

对系统（4）取坐标变换 $\mathbf{z}=K_2y$

$$K_2=\begin{bmatrix} X_\nu & & & & 0 \\ & X_{\nu-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & X_2 & \\ 0 & & & & X_1 \end{bmatrix},$$

其中 X_i 是 $n_i\times n_i$ 阶非奇异阵，则（4）变为

$$\dot{\mathbf{z}}=F\mathbf{z}, \qquad ($$

其中　$F\triangleq K_2BK_2^{-1}$

$$=\begin{bmatrix} & X_\nu[I_\nu\ 0]X_{\nu-1}^{-1} & & & & 0 \\ -X_{\nu-1}C_{\nu+1,1}X_\nu^{-1} & 0 & X_{\nu-1}[I_{\nu-1}\ 0]X_{\nu-2}^{-1} & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & X_3[I_3\ 0]X_2^{-1} & \\ & & & -X_2C_{4,1}X_3^{-1} & 0 & X_2[I_2\ 0]X_1^{-1} \\ 0 & & & & -X_1C_{3,1}X_2^{-1} & -X_1C_{2,1}X_1^{-1} \end{bmatrix}$$

在条件 $C_{i,j}$ 的列 $\in$ Span（$C_{i,1}$ 的列）下，系统（3）代数等价于系统（5）。现在来分析系统（4）或（5）的稳定性。

$$\dot{\mathbf{q}}=F^\tau\mathbf{q},$$

引入二次函数

$$v=\mathbf{q}^{\tau}P\mathbf{q},$$

这里取 P 为正定阵

$$P=\begin{bmatrix} Y_{\nu} & & & & \\ & Y_{\nu-1} & & \mathbf{0} & \\ & & \ddots & & \\ & \mathbf{0} & & Y_2 & \\ & & & & Y_1 \end{bmatrix},$$

其中 Y_i 是 $n_i\times n_i$ 阶正定阵，则

$$\dot{v}=-\mathbf{q}^{\tau}Q\mathbf{q},$$

$$Q=-(PF^{\tau}+FP)$$

$$=-\begin{bmatrix} 0 & Q_{\nu} & & & & \\ Q_{\nu}^{\tau} & 0 & Q_{\nu-1} & & & \mathbf{0} \\ & Q_{\nu-1}^{\tau} & 0 & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & Q_3 & \\ & \mathbf{0} & & Q_3^{\tau} & 0 & Q_2 \\ & & & & Q_2^{\tau} & -Q_1 \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

其中　$Q_1=X_1C_{2,1}X_1^{-1}Y_1+Y_1(X_1^{\tau})^{-1}C_{2,1}{}^{\tau}X_1^{\tau},$

$$Q_i=X_i[I_i\quad 0]X_{i-1}^{-1}Y_{i-1}-Y_i(X_i^{\tau})^{-1}C_{i+1,1}^{\tau}X_{i-1}^{\tau}\qquad i=2,3,\cdots,\nu.$$

若能选择 X_i，Y_i 满足一定条件使 $-(PF^{\tau}+FP)$ 是非负定阵，且 $Q=H^{\tau}H$，(F,H) 能检测，从而由 Liapunoff 第二定理，(4)是稳定的。

对系统(4)或广义 Schwarz 阵 B，我们有

定理 1　如果

i)　存在非异的 X_1^1，使

$$X_1^1C_{2,1}X_1^{1^{-1}}>0; \qquad (7)$$

ii)
$$D_{i+2,2}^{\tau}(X_i^1C_{i+2,1})=0\qquad \forall i\leq\nu-1 \qquad (8)$$

这里
$$G_1\triangleq X_1^1C_{2,1},$$

$$X_i^2\ X_i^1\ C_{i+2,1}=\begin{bmatrix} G_{i+1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

其中X_i^2为$n_i\times n_i$阶正交阵，G_{i+1}为$n_{i+1}\times n_{i+1}$阶阵，而

$$G_i=[D_{i+2,1}\quad D_{i+2,2}],$$

其中$D_{i+2,1}$为n_{i+1}列的，$D_{i+2,2}$为(n_i-n_{i+1})列的，于是

$$D_{i+2,2}^{\tau}X_i^{2\tau}X_i^2X_i^1C_{i+2,1}=0,$$

即
$$X_i^2\ D_{i+2,2}=\begin{bmatrix}0\\G_{i,2}\end{bmatrix}.$$

设
$$X_i^2\ D_{i+2,1}=\begin{bmatrix}G_{i,1}\\G_{i,3}\end{bmatrix}.$$

则记
$$X_{i+1}^1\triangleq G_{i,1};$$

iii)
$$G_iX_i^{1^{-1}}>0,\quad i=2,3,\cdots,\nu. \qquad (9)$$

则

$$B=\begin{pmatrix}0 & [I_\nu\quad 0] & & & \\ -C_{\nu+1,1} & 0 & [I_{\nu-1},0] & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & 0 & [I_2\quad 0] \\ & & & -C_{3,1} & -C_{2,1}\end{pmatrix}$$

是稳定阵。

证　由（9）式知，G_i为非异方阵，因此$C_{i,1}$必是列满秩阵。

在K_2中，我们选

$$\begin{aligned}&X_\nu=X_\nu^1,\\&X_{\nu-1}=X_{\nu-1}^2X_{\nu-1}^1,\\&X_{\nu-2}=\begin{pmatrix}X_{\nu-1}^2&0\\0&I\end{pmatrix}X_{\nu-2}^2\ X_{\nu-2}^1,\\&\quad\vdots\\&X_2=\begin{pmatrix}X_{\nu-1}^2&0\\0&I\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_{\nu-2}^2&0\\0&I\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix}X_3^2&0\\0&I\end{pmatrix}X_2^2\ X_2^1,\end{aligned}\qquad (10)$$

$$X_1=\begin{pmatrix} X^2_{\nu-1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\begin{pmatrix} X^2_{\nu-2} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix} X^2_3 & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\begin{pmatrix} X^2_2 & 0\\ 0 & I\end{pmatrix} X^2_1\ \ X^1_1,$$

及在 P 中取

$$Y_1=(X_1C_{2,1}X_1^{-1})^{-1},$$

$$Y_i=(G_i'X_i^{-1})^{-1},\qquad i=2,3,\cdots,\nu. \tag{11}$$

其中

$$X_iC_{i+2,1}=\begin{bmatrix} G'_{i+1}\\ 0\end{bmatrix}.$$

这时

$$Y_i(X_i^\tau)^{-1}C^\tau_{i+1,1}X^\tau_{i-1}=X_iG_i'^{-1}X_i^{\tau^{-1}}C^\tau_{i+1,1}X^\tau_{i-1}$$

$$=X_iG_i'^{-1}(X_{i-1}C_{i+1,1}X_i^{-1})^\tau$$

$$=X_iG_i'^{-1}\begin{bmatrix} G_i'X_i^{-1}\\ 0\end{bmatrix}^\tau$$

$$=X_iG_i'^{-1}\,[G_i'X_i^{-1}\ \ 0]$$

$$=[I_i\quad 0].$$

$$X_i[I_i\quad 0]X_{i-1}^{-1}Y_{i-1}=X_i[I_i\quad 0]G'^{-1}_{i-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\left([I_{i-1}\ \ 0]\begin{bmatrix} G'_{i-1}\\ 0\end{bmatrix}\right)^{-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\left([I_{i-1}\ \ 0]X_{i-2}C_{i,1}\right)^{-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\left([I_{i-1}\quad 0]\begin{pmatrix} X^2_{\nu-1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix} X^2_{i-1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\begin{pmatrix} G_{i-1}\\ 0\end{pmatrix}\right)^{-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\left(\begin{pmatrix} X^2_{\nu-1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix} X^2_i & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}(X^2_{i-1}\ 0)\begin{pmatrix} G_{i-1}\\ 0\end{pmatrix}\right)^{-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\left(\begin{pmatrix} X^2_{\nu-1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix} X^2_i & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}X^2_{i-1}\quad G_{i-1}\right)^{-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\left(\begin{pmatrix} X^2_{\nu-1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix} X^2_i & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\begin{pmatrix} G_{i-1,1} & 0\\ G_{i-1,3} & G_{i-1,2}\end{pmatrix}\right)^{-1}$$

$$=X_i[I_i\quad 0]\begin{bmatrix} X_i & 0\\ G_{i-1,3} & G_{i-1,2}\end{bmatrix}^{-1}$$

$$=[I_i\quad 0].$$

所以（6）式中

$$Q_i=0; \qquad Q_1=2I.$$

即 Q 是个非负定阵，并且容易验证(F, H)为能控对，其中 $H=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}I \end{bmatrix}$，$H^{\tau}H$

$=Q$，由 Liapunoff 第二定理知，系统（4）是稳定的，即阵 B 是稳定阵。

对由（1）式表示的多项式矩阵 $P(s)$或系统（3），我们有

定理 2 由$P(s)$的系数阵决定的广义矩阵 Routh 数组$C_{i,j}$满足$C_{i,j}$的列$\in\mathrm{Span}\{C_{i,1}$的列$\}$时，则当条件

$$X_1^1C_{2,1}X_1^{1^{-1}}>0,$$

$$D_{i+2}^{\tau}{}_{,2}(X_i^1C_{i+2,1})=0,$$

$$G_iX_i^{1^{-1}}>0$$

成立时（式中各元素含义见定理1），$P(s)$（或 A）为稳定的。

例 设多项式阵

$$P(s)=\begin{bmatrix} s^3+2s^2+3s+2 & 0 & -1 \\ 0 & s^2+2s+1 & 0 \\ -s^2-s-1 & 0 & s+1 \end{bmatrix}$$

$$=I\begin{bmatrix} s^3 & & 0 \\ & s^2 & \\ 0 & & s \end{bmatrix}+A_1\begin{bmatrix} s^2 & & 0 \\ & s & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}+A_2\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}+A_3[1 \quad 0 \quad 0],$$

其中 $A_1=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，$A_2=\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$，$A_3=\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$.

与

$$P(D)\mathbf{X}(t)=0 \tag{12}$$

等价的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}=A\mathbf{x}, \tag{13}$$

其中 $A=\begin{bmatrix} 0 & [I_3 \quad 0] & 0 \\ 0 & 0 & [I_2 \quad 0] \\ -A_3 & -A_2 & -A_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & 0 & \\ & 0 & & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$

取

$$K_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$K_2=\begin{pmatrix} X_3 & & 0 \\ & X_2 & \\ 0 & & X_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

经过两次坐标变换

$$\mathbf{y}=K_1\mathbf{x},\quad \mathbf{z}=K_2\mathbf{y},$$

系统（13）等价于

$$\dot{\mathbf{z}}=(K_2K_1AK_1^{-1}K_2^{-1})\ \mathbf{z}=F\mathbf{z}, \tag{14}$$

其中

$$F=\begin{pmatrix} 0 & X_3[I_3\ \ 0]X_2^{-1} & 0 \\ -X_2C_{4,1}X_3^{-1} & 0 & X_2[I_2\ \ 0]X_1^{-1} \\ 0 & -X_1C_{3,1}X_2^{-1} & -X_1C_{2,1}X_1^{-1} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

选 P，使

$$P=\begin{pmatrix} Y_3 & & 0 \\ & Y_2 & \\ 0 & & Y_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}>0,$$

则
$$PF^{T}+FP=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & -2I_1\end{bmatrix}\leq 0,$$
所以系统（14）是稳定的，可以验证 X_i，Y_i 均满足定理条件，所以 $P(s)$ 是稳定阵。

四、结论

本文对于一般形式的多项式矩阵，建立了广义矩阵 Routh 数组及广义 Schwarz 的概念；给出了判别列次不相等的列首一多项式阵稳定的一个充分条件，而当多项式阵的列次
$$d_1=d_2=\cdots=d_m,$$
即如〔1〕中讨论的情况，这时，文〔1〕中 H_i 正定时，本文定理 2 的所有条件全部成立，因此，即使在 $d_1=d_2=\cdots=d_m$ 的特殊情形下，本文也给出了比文〔1〕中较弱的条件。应该指出，对于系统渐近稳定的必要条件的讨论还比较复杂，本文也没有进一步探讨，然而，本文的定理对于一般线性系统稳定性的判别提供了方便。

参考文献

〔1〕 Leang－San Shieh and Shailendra Sacheti, A Matrix in the Block Schwarz Form and the Stability of Matrix Polynomials, Int. J. Control, **27**, 2, (1978), 245－249.

〔2〕 韩京清，线性系统的结构与反馈系统计算，全国控制理论及其应用学术交流会论文集，科学出版社，北京，（1981）。

THE GENERALIZED SCHWARZ FORM OF MATRIX AND THE STABILITY OF MATRIX POLYNOMIALS

Liu Zhemin, Li Fengling

(Institute of Systems Science, Academia Sinica, Beijing)

Abstract

This paper introduces the concepts of the generalized Routh array and schwarz form for the matrix polynomials by linear transformation. We extend Leang－San′s and Shailendra′s results and give the transformation matrix from the block companion canonical form of matrix to the generalized Schwarz form. A sufficient condition is derived for determining the stability of matrix polynomials. This result is applied to multivariable control systems.