

# 预测空间中数字控制器的设计

席裕庚

(上海交通大学)

## 摘 要

预测控制算法是70年代中期发展起来的一类新型计算机控制算法。本文从线性对象的阶跃响应出发,导出了在预测空间设计数字控制器的新方法,阐明了预测控制的理论背景,并讨论了控制回路的结构、参数整定及算法实现。最后以仿真及实验的例子说明了这一方法的有效性。

## 一、引 言

在用现代控制方法设计数字控制器时,往往要以对象的参数模型为前提。在复杂的工业过程中,由于对象本身具有高维、分布参数、时滞等特点以及测量噪声和干扰的影响,对参数模型的辨识必须花费很大的代价。而且由于参数漂移和非线性等因素,所得模型也难以持久有效,这使现代控制方法在工业过程控制中的应用受到很大限制。

适应于工业过程控制的特点,从70年代中期起,出现了一类建立在启发式基础上的预测控制算法<sup>[1-3]</sup>。它们直接采用对象的脉冲或阶跃响应,不需进一步辨识其最小化模型,具有建模方便、在线计算简单、控制综合质量好的特点。这类算法已在工业过程控制中得到了有效的应用<sup>[4]</sup>。

本文以单变量系统为例,从线性对象的阶跃响应出发,通过其在“预测空间”的实现,沿用控制理论中状态反馈和状态重构的概念,导出了一类新型数字控制器的设计方法,从而阐明了预测控制的理论背景。文中讨论了这类预测控制回路的结构特点和设计要点,并以仿真和实验的例子说明了这一设计方法的有效性。

## 二、阶跃响应在预测空间的实现

对于一单输入单输出线性对象,其阶跃响应 $a(t)$ 经合理采样后所得到的序列 $\{a_1, a_2, \dots\}$  ( $a_i = a(iT)$ ,  $T$ 为采样周期)刻划了它的动态特性。若对象是渐近稳定的,则在某个时刻 $t_n = nT$ 后,阶跃响应参数 $a_i$  ( $i > n$ )已接近保持不变,这一非参数模型的信息可近似压缩到有限序列 $\{a_1, \dots, a_n\}$ 中去。这 $n$ 个测量所得的模型参数,就是本方法的出发点。

在[5]中已导出了以控制增量为输入量时系统的实现条件,以此可以验证:对象加上零阶保持器和数字积分器所构成的增广系统可近似地用状态方程形式表为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Sx(k) + a\Delta u(k), \\ y(k) &= c^T x(k), \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & 0 \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ 0 & & & & 1 \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} (n \times n) \quad a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} (n \times 1) \quad c^T = (1 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (1 \times n).$$

它们在  $a_i \cong a_n (i > n)$  的意义上满足实现条件

$$c^T S^{i-1} a = a_i, \quad i = 1, 2, \dots$$

式中  $n$  维状态向量  $x$  的各分量正表示了从  $t = kT$  时刻起  $u$  保持不变时的即时和未来输出  $y_j(k) = y(k+j-1)$ ,  $j = 1, \dots, n$ 。在这个意义上, 我们把  $x$  称为“预测”状态, 而(1)式则称为阶跃响应  $a(t)$  在“预测空间”的实现。

### 三、数字控制器在预测空间的设计

在预测模型(1)的基础上, 我们引入一个离散的有限时域优化问题设计数字控制器。这一优化问题是要寻找一组控制增量  $\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+m-1)$ , 使下列品质指标最优:

$$\min_{\Delta u} J = \|w(k) - y(k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k)\|_R^2, \quad (2)$$

其中  $w(k) = [w(k+1) \dots w(k+p)]^T$  表示未来  $p$  个时刻 ( $n \geq p \geq m$ ) 的期望输出,  $\Delta u(k) = [\Delta u(k) \dots \Delta u(k+m-1)]^T$  表示从现在起的  $m$  个控制增量,  $y(k) = [y(k+1) \dots y(k+p)]^T$  表示在  $\Delta u(k)$  作用下未来  $p$  个时刻的输出(图1)。  $Q, R$  分别为  $p \times p, m \times m$  对角权矩阵。

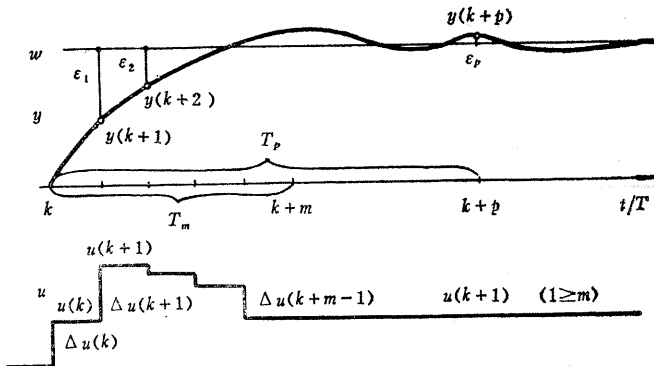


图 1 有限时域优化

(注: 图中  $u(k+1) (1 \geq m)$  应为  $u(k+i) (i \geq m)$ )

根据预测模型(1), 可求出在  $\Delta u(k)$  作用下的未来输出

$$y(k) = GSx(k) + A\Delta u(k), \quad (3)$$

其中

$$G = [I_{p \times p} \ ; \ 0_{p \times (n-p)}], \quad A = \begin{pmatrix} a_1 & & & 0 \\ \vdots & \ddots & & \\ a_m & \cdots & a_1 & \\ \vdots & & \vdots & \\ a_p & \cdots & a_{p-m+1} & \end{pmatrix},$$

代入(2)式并注意到  $\Delta u(k)$  的组成, 可导出最优即时控制增量

$$\Delta u(k) = \underbrace{[1 \ 0 \ \cdots \ 0]}_m \Delta u(k) = \mathbf{d}^T \cdot [\mathbf{w}(k) - G\mathbf{S}\mathbf{x}(k)], \quad (4)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{d}^T = [1 \ 0 \ \cdots \ 0](A^T Q A + R)^{-1} A^T Q. \quad (5)$$

如果在每一步由(4)式计算控制作用, 就蕴含着以滚动方式向前推进的立足于现时刻的有限时域优化。式中的  $\mathbf{d}^T$  在给定了模型参数  $a_i$ , 时域长度  $p$ ,  $m$  以及权矩阵  $Q$ ,  $R$  时可一次离线算出, 从而在线只需由向量点积(4)计算  $\Delta u(k)$ 。

然而, (4)式中的预测状态  $x_j(k)$  ( $j=2, \dots, n$ ) 是不能在  $kT$  时刻直接测量的, 但不难验证(1)是状态完全可观测的, 因此, 可以通过状态观测器重构  $\mathbf{x}$ 。观测器的方程为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \hat{S}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{a}\Delta u(k) + \mathbf{h}[y(k+1) - \hat{y}(k+1)], \\ \hat{y}(k+1) &= \mathbf{c}^T \hat{S}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{c}^T \mathbf{a}\Delta u(k), \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{h}$  为  $n$  维观测器反馈向量。注意在(6)中我们用  $e(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1)$  代替了  $e(k)$ , 这是为了使  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  的重构能顾及到该时刻的反馈信息。这样, 我们得到了可行的闭环控制律

$$\Delta u(k) = \mathbf{d}^T \cdot [\mathbf{w}(k) - G\mathbf{S}\hat{\mathbf{x}}(k)]. \quad (7)$$

图2是这一预测控制回路的原理框图。

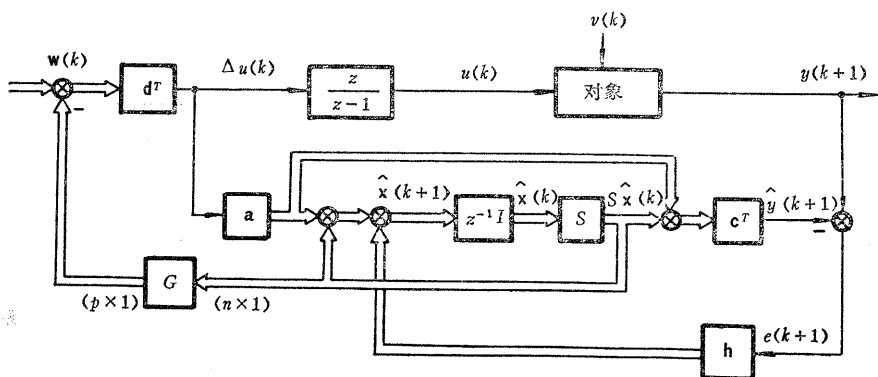


图2 预测控制回路

## 四、预测控制回路的性能分析

图 2 所示的预测控制回路, 经  $Z$  变换后可转化为图 3 的内模控制结构<sup>[5]、[6]</sup>。图中,  $G_P(z)$ 、 $G_M(z)$ 、 $G_C(z)$ 、 $G_F(z)$  分别表示实际对象、模型、控制器及滤波器的  $Z$  传递函数,  $G_V(z)$  是由扰动到输出的  $Z$  传递函数,  $G_W(z)$  是期望值预测器。

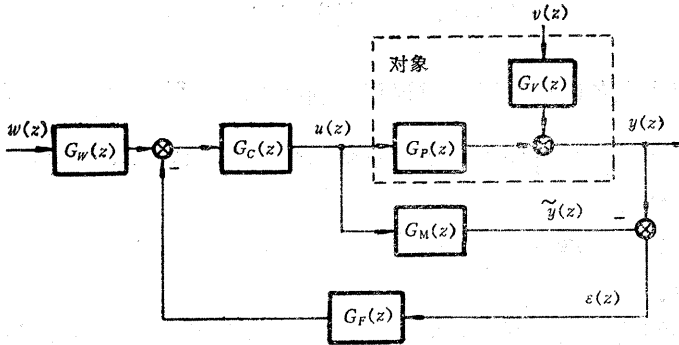


图 3 预测控制的内模控制结构

根据图 3 中各  $Z$  传递函数的表达式, 经分析可知<sup>[5]</sup>:

1. 若闭环系统稳定, 则不论模型是否失配, 对收敛的期望输出都不存在静差, 作用在对象输入端的定常扰动也都可以完全得到调节。

2. 在模型与对象完全一致, 即  $G_M(z) = G_P(z)$  时, 闭环稳定性归结为控制器  $G_C(z)$  和滤波器  $G_F(z)$  的稳定性。

当  $m$  很小且  $Q = I$ 、 $R = 0$  时, 如果  $\{a_i\}$  序列单调递增且  $n = p \geq m$ , 或者  $\{a_i\}$  序列单调递增且  $n \geq p \geq m$ , 则控制器  $G_C(z)$  必稳定。

当  $m$  很小且  $Q = I$ 、 $R = 0$  时, 通过增大  $p$  总可得到一个稳定的控制器  $G_C(z)$ 。

当选择  $R = rI$  时, 如果  $\sum_{i=1}^p a_i q_i$  与  $a_n$  同号 ( $q_i$  为  $Q$  的元素), 则通过增大  $r$  总可得到一个稳定的控制器  $G_C(z)$ 。

$h$  的下列两种典型选择都可保证滤波器  $G_F(z)$  稳定:

$$a) \quad h_1 = 1, h_2 = \dots = h_n = 1 - \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1), \quad (8)$$

$$b) \quad h_1 = 1, h_{i+1} = h_i + \alpha^i \quad (i = 1, \dots, n-1, 0 \leq \alpha < 1). \quad (9)$$

3. 在模型失配即  $G_M(z) \neq G_P(z)$  时, 滤波器  $G_F(z)$  对控制的鲁棒性有很大影响。若按 (8) 式选取  $h$ , 则  $G_F(z) = (1 - \alpha) / (1 - \alpha z^{-1})$  为一阶滤波器。这时只要控制器  $G_C(z)$  稳定且失配模型与对象的阶跃响应稳态值同号, 则加大  $\alpha$  总可导致闭环稳定。

4. 对于作用在对象输入端的定常扰动, 若按 (9) 式选取  $h$ , 可使扰动得到较快的调节。

上述结果为设计参数的整定提供了有用的参考信息。

## 五、控制器的参数整定及算法实现

由于预测控制采用了非最小化描述, 所以除了比较简单的一、二阶系统及与其相近的系统可解析设计外<sup>[7]</sup>, 一般要用启发式方法进行设计。其参考步骤如下:

1. 暂定  $R=0$ , 一次性选定

$$m = \begin{cases} 1-2, & \text{对于S形系统,} \\ 4-8, & \text{对于复杂系统.} \end{cases}$$

2. 根据对未来各时刻的误差重视程度选择  $p$  和  $Q$  并满足  $\sum_{i=1}^p a_i q_i$  与  $a_\infty$  同号, 这意味着阶跃响应在所选优化时域中的重心必须与其稳态值符号一致。这一点对非最小相位系统和时滞系统特别重要。

3. 改变  $p$  以获得满意的闭环响应。一般说来,  $p$  越接近于  $m$ , 响应越快, 但易振荡或引起不稳定。

4. 如控制幅值变化过剧, 则取  $R=rI$  并令  $r$  略大于零, 注意应避免把  $r$  取得过大以致出现软弱无力的控制。

5. 根据对模型失配及抗干扰的不同要求, 按(8)或(9)式选择  $h$ , 并整定  $\alpha$ 。

上述启发式设计步骤应结合仿真或实验进行。由于设计参数物理意义明确直观, 有利于确定整定的方向。

这一算法需一次离线计算(5)式, 在线运算(6)和(7)都十分简易, 由计算引起的时滞与采样周期相比一般可以忽略。

在采样周期较小而对象的过渡过程很长时, 为了减少在线计算量, 同时又不因过早截断阶跃响应造成较大的模型失配, 可采用下述办法修正非递归预测模型的不足:

1. 若对象的阶跃响应在复杂动态以后的部份呈指数变化趋于稳态, 则可将模型维数降为  $n^*$ , 其大小只要使  $n^*T$  覆盖阶跃响应动态复杂的部份即可。这时, 最后一个状态量的计算不能再用平推公式  $x_n(k) = x_{n-1}(k)$ , 而应用递推公式

$$x_{n^*}(k) = (1 + \sigma)x_{n^*-1}(k) - \sigma x_{n^*-2}(k),$$

其中  $\sigma = \exp(-T/T_a)$ ,  $T_a$  是阶跃响应后面部份的时间常数。  $\sigma$  可通过估计或在线凑试确定, 并不要求准确辨识  $T_a$ 。这相当于对原  $n$  维状态模型(1)进行了一次集结。

2. 若对象的阶跃响应始终保持振荡形式, 则可选取  $n^*$  使  $a_{n^*} \simeq a_\infty$ 。由于误差相互抵消, 也可得到满意的效果。

## 六、应用举例

例 1 非最小相位弱阻尼系统

$$G(s) = \frac{-28705(s-0.3)}{[(s+0.55)^2 + 6^2][(s+0.25)^2 + 15.4^2]},$$

$a(i)$  的稳态值  $a_\infty = 1$ , 但其振荡却从  $-27$  到  $+20$ ,  $T_{95\%}$  约为 20 秒。

在用预测控制算法时，不必知道  $G(s)$  的表达式，只须从  $a(t)$  的测量值出发。选择采样周期  $T=0.16$  秒，经简单整定后，在  $p=8, m=4, Q=\text{diag}(0,0,0,0,1,1,1,1), R=0$  时得到图 4 中所示的闭环响应(\*)，优于 PID 控制(o)。注意作为比较的最优 PID 控制器是在已知  $G(s)$  的基础上，补偿了  $(s+0.25)^2 + 15.4^2$  后按误差平方最小化求出最优增益，再以  $T=0.04$  秒离散化后得到的，其设计用了详细得多的信息。

例 2 一个温度控制实验，通过改变 3 米长的绝热软管入口处的电热丝功率，控制其出口处的温度。出口温度对于执行环节输入端电压的阶跃响应有 5 秒左右的纯滞后，尔后很快上升，接着是时间常数很大的慢运动。在不同工作点所测阶跃响应的幅值可相差 20%，且控制作用受到执行元件饱和的约束。现使用预测控制并采取措施对付模型截断问题，在  $T=1$  秒， $p=8, m=2, Q=I, R=0.1I, h$  取(9)式并选  $\alpha=0.5$  时，得到图 5 所示的实验结果。b 中扰动是出现在对象输入端先正后负的阶跃。实验结果表明，跟踪控制不出现相位滞后，在阶跃扰动下系统能迅速复原。

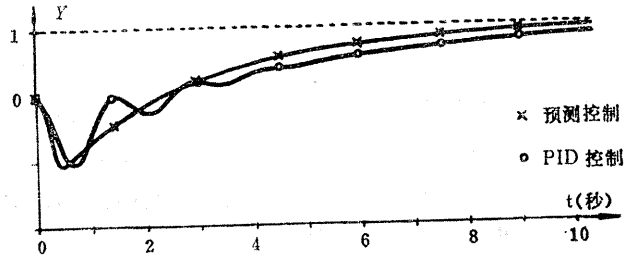
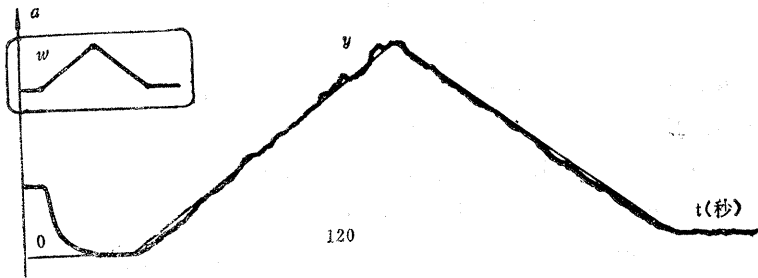


图 4 非最小相位系统闭环响应仿真结果

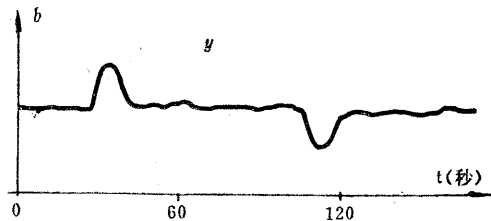
截断问题，在  $T=1$  秒， $p=8, m=2, Q=I, R=0.1I, h$  取(9)式并选  $\alpha=0.5$  时，得到图 5 所示的实验结果。b 中扰动是出现在对象输入端先正后负的阶跃。实验结果表明，跟踪控制不出现相位滞后，在阶跃扰动下系统能迅速复原。



a. 跟踪;

### 七、结束语

本文从建立在对象阶跃响应基础上的预测状态方程出发，沿用控制理论中状态反馈和状态重构的概念，导出了一类在预测空间设计数字控制器的新方法。这类方法适用于渐近稳定的线性对象。对象动态的复杂性并不增加设计的复杂性。因此，它特别适用于有纯滞后、非最小相位特



b. 拾干扰;

图 5 温度控制实验结果

性、弱非线性、分布参数特性及其它较难辨识的对象。

这种方法与〔1〕—〔3〕中提出并已得到实际应用的预测控制算法在实质上是—致的，但采用这一理论框架，有助于理解预测控制区别于传统最优控制的本质特点。可以看出，由于预测控制采用了非最小化模型、滚动的有限时域输出优化及预测校正，它更能适应复杂工业过程控制的需要。

本文原理不难推广到多变量系统，对此将另文介绍。

### 参 考 文 献

- 〔1〕 Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L., Papon, J., Model Predictive Heuristic Control, Applications to Industrial Processes, *Automatica*, 14,(1978), 413—428.
- 〔2〕 Rouhani, R., Mehra, R. K., Model Algorithmic Control (MAC), Basic Theoretical Properties, *Automatica*, 18,(1982), 401—414.
- 〔3〕 Cutler, C. R., Ramaker, B. L., Dynamic Matrix Control—A Computer Control Algorithm. Proc. JACC, San Francisco, 1980, WP5—B.
- 〔4〕 席裕庚、张钟俊，一类新型计算机控制算法——预测控制算法，控制理论与应用，2, 3, (1985), 1—9.
- 〔5〕 Xi, Y., Beiträge zur Analyse und Synthese eines prädiktiven Regelverfahrens, Dissertation, 1984, T. U. München.
- 〔6〕 Garcia, C. E., Morari, M., Internal Model Control, 1. A unifying Review and some new Results, *IEC Proc. Des. Dev.*, 21, (1982), 308—323.
- 〔7〕 Schmidt, G., Xi, Y., A New Design Method for Digital Controllers based on Nonparametric Plant Models, Chapter 4 in: *Applied Digital Control* (Editor: Tzafestas, S. G.), North-Holland, Amsterdam, (1985).

## THE DESIGN OF DIGITAL CONTROLLER IN PREDICTIVE SPACE

Xi Yugeng

(Shanghai Jiaotong University)

### Abstract

Predictive control algorithm is a new type of computer control algorithm developed since the middle of 70's. It is characterized by

its easily modelling, simple on-line computation and comprehensively good control quality. Based on the step response of a linear plant, this paper proposes a new method of designing digital controllers in predictive space. The theoretical background of the predictive control algorithm is explained. The closed-loop structure, the setting procedure for design parameters and the implementation of the new algorithm are discussed. Finally, the performance of the new method is demonstrated by some examples with computer simulation and experiment.

## 《Nonlinear Control Systems: an Introduction》

### 介 绍

周 政

(航天部710所)

《Nonlinear Control Systems: an Introduction》由Springer-Verlag出版公司1985年出版。作者 A. Isidori 教授是近二十多年来一直活跃在控制理论研究前沿领域的国际著名学者。

这部专著是控制理论专业研究生课程“非线性多变量反馈系统”的教科书，大部分内容取材于作者在美国(华盛顿大学)圣路易斯市)系统科学与数学系讲授类似课程的教材。书中概括了用微分几何作为工具研究非线性多变量控制系统的一般方法和近年来的研究成果。如同在50年代用拉普拉斯变换和复变函数方法研究单输入—单输出线性控制系统、60年代用线性代数方法研究线性多变量控制系统那样，过去十多年中用微分几何方法研究非线性控制系统，亦已被证明是非常成功的。该书从微分几何的基本方法入手，阐述了非线性系统理论中能达性、能观性这样一些基本概念，以及系统分解、最小实现等基本理论，同时深入地研究了非线性反馈系统综合的一般处理方法及其在线性化、干扰解耦、非交互控制等具体问题上的应用。

该书是现代非线性控制理论方面第一部教科书，已被世界一些著名大学选作类似课程的教材或主要参考书。书中一些理论和方法已经被成功地应用于象机器人控制这样一些实际的控制系统中。该书内容通俗易懂，具有一般线性代数和现代线性控制理论基础的读者都可以阅读，可以作为大学相应专业高年级大学生或研究生的教科书或参考书，也可以作为非线性控制系统理论的入门读物。非线性多变量控制系统理论是70年代以来控制理论中最重要并且最有前途的研究方法。近几年来，我国控制理论界一些同志已经开始采用现代方法对非线性控制系统进行研究，并取得了一些可喜的成果，因此，向国内同行和青年学生推荐此书是很有意义的。