第5卷第1期
1988年3月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol.5, No.1
March, 1988

分散估计理论综述*

王立新　　戴冠中

（西北工业大学计算机科学与工程系，西安）

摘　要

本文从五个方面对分散估计理论进行了综述．它们是：关于队决策系统的分散估计理论；分散估计的最优合成理论；分散估计的一致性理论；基于分散探测器网络的分散估计理论；以及若干经典估计方法的分散化理论．给出了各种理论的主要结果，并进行了讨论．

一、引　言

传统的估计理论是集中式的．即使存在多个探测器，一般也要将这些探测器的信息送至同一个单元中进行处理．即传统的估计理论没有考虑信息在地理上的分散，而只考虑了信息在时间上的分散，如卡尔曼滤波器等．由于很多实际系统不具有这种集中式（经典式）信息结构，传统估计理论的这点本质性不足越来越成为阻碍其进一步广泛应用的重要原因．因此，形成一套适用于分散信息结构系统的估计理论，即分散估计理论，是一项具有重要实际意义的工作，同时也是一项重要的理论性工作．

1968年Witsenhausen著名的反例[1]提出以后，人们认识到分散信息结构系统与经典信息结构系统有着本质的不同，于是关于分散信息结构系统的研究便开展了起来．分散估计作为其中的一个子问题，也得到了一定的研究．但真正深入的研究是近年来才开展起来的．本文的目的，就是综述分散估计理论领域的部分结果．

本文从五个方面对分散估计理论进行综述．首先根据系统的结构特点分出两类分散估计理论：一类是关于队决策系统的分散估计理论，这里各个分散子系统地位等同，它们协同工作使一个整体性能指标达到极小（本文第二节）；另一类是具有两级结构系统的分散估计理论，第一级的子系统基于各自的信息得到状态量的子估计，第二级系统将这些子估计进行最优合成，得出与集中式估计具有相同特性的合成估计（本文第三节）．其次将其余的分散估计理论分为三类：一类研究分散估计的一致性问题（本文第四节）；另一类是1982年以来C.Y.Chong等学者发展起来的基于分散探测器网络的分散估计理论（本文第五节）；最后一类是若干经典估计理论的分散化理论（本文第六节）．

二、关于队决策系统的分散估计理论[2,3]

设系统由N个子系统组成，各个子系统的任务是估计同一状态$x(t)$，且$x(t)$的状态

*本文的工作得到国家自然科学基金的资助．

本文于1987年3月20日收到，1987年10月6日收到修改稿．

方程

$$x(t+1)=\phi(t+1,t)x(t)+w(t) \qquad t=0,1,2,\cdots, \tag{1}$$

对所有子系统已知。这里$x(t)\in R^n$；$w(t)$是均值为零方差阵为$Q(t)$的白噪声；$x(0)$是均值为$\overline{x}_0$方差阵为P_0的随机向量；$x(0)$与$w(t)$相互独立。设N个子系统的量测方程为

$$y_i(t)=h_i(t)x(t)+v_i(t) \qquad i=1,2,\cdots,N。 \tag{2}$$

为简明起见，设$y_i(t)$为一维变量。设$v_i(t)$是均值为零方差为$\overline{r_i}(t)$的白噪声；且$E\{v_i(t)v_j(s)\}=0, E\{v_i(t)w(s)\}=0, E\{v_i(t)x(0)\}=0, \forall i\neq j, \forall t,s$。现在的问题是：$N$个子系统基于各自的信息，分别确定$u_1(k),\cdots,u_N(k)$，使

$$J=E\ \{\|[\ b_1^Tx(k)-u_1(k),\cdots,b_N^Tx(k)-u_N(k)]^T\|_q^2\} \tag{3}$$

达到极小。这里$u_1(k),\cdots,u_N(k)$分别为子系统1，…，子系统N对$b_1^Tx(k),\cdots,b_N^Tx(k)$的估计。其中$b_i$为$n$维常值向量，当取特定形式时可得出$x(k)$各个分量的估计。$q$是$N\cdot N$常值正定阵，设$q$阵的第$(i,j)$元素为$q_{ij}$。$u_1(k),\cdots,u_N(k)$的求解算法由下面定理给出。

定理 1　如果取估值$u_i(k)$为$y_i(t)$的线性函数

$$u_i(k)=\sum_{t=0}^{k-1} m_i(t)y_i(t) \qquad i=1,2,\cdots,N, \tag{4}$$

则加权系数$m_i(t)$可由下列方程组求得

$$m(t)=\overline{m}\ (k-t) \qquad t=0,1,\cdots,k-1, \tag{5}$$

$$\overline{m}\ (\tau+1)=\frac{1}{2}\overline{R}^{-1}(\tau+1)H(\tau+1)P(\tau+1)r(\tau+1), \tag{6}$$

$$P(\tau)=2\overline{Q}\ (\tau+1)+\Phi(\tau,\tau+1)\left[P^{-1}(\tau+1)+\frac{1}{2}H^T(\tau+1)\overline{R}^{-1}(\tau+1)H(\tau+1)\right]^{-1}\Phi^T(\tau,\tau+1), \tag{7}$$

$$P(k)=2\overline{P}(0) \qquad \tau=k-1,k-2,\cdots,1,0, \tag{8}$$

$$r(\tau+1)=\left[I+\frac{1}{2}H^T(\tau+1)\overline{R}^{-1}(\tau+1)H(\tau+1)P(\tau+1)\right]^{-1}\cdot\Phi^T(\tau,\tau+1)r(\tau), \tag{9}$$

$$r(0)=b \qquad \tau=0,1,\cdots,k-1, \tag{10}$$

其中

$$\overline{Q}\ (\tau)=\begin{bmatrix} q_{11}Q(\tau)\cdots q_{1N}Q(\tau) \\ \cdots\ \ \cdots\ \ \cdots \\ q_{N1}Q(\tau)\cdots q_{NN}Q(\tau)\end{bmatrix}, \tag{11}$$

$$\Phi(\tau,\tau+1)=\mathrm{diag}[\underbrace{\phi(\tau+1,\tau),\cdots,\phi(\tau+1,\tau)}_{N\text{个}}],\tag{12}$$

$$H(\tau)=\mathrm{diag}[h_1(\tau),\cdots,h_N(\tau)],\tag{13}$$

$$\overline{P}(0)=\begin{pmatrix} q_{11}P_0 & \cdots & q_{1N}P_0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{N1}P_0 & \cdots & q_{NN}P_0 \end{pmatrix},\tag{14}$$

$$\overline{R}(\tau)=\mathrm{diag}[q_{11}\overline{r}_1(\tau),\cdots,q_{NN}\overline{r}_N(\tau)],\tag{15}$$

$$b=[b_1^T,\cdots,b_N^T]^T,\tag{16}$$

$$m(t)=[m_1(t),\cdots,m_N(t)]^T.\tag{17}$$

证 见[2]。

这套算法的特点是：①是离散解析解，便于计算机实现；② $m_i(t)$ 可以预先离线计算，因而在线计算量很小；③对各种噪声没有高斯性要求。上面的算法是针对离散系统的，对于连续系统其结论是一个高维的卡尔曼滤波器，具体细节见[3]。目前，这个领域只限于理论研究，没有见到有关具体应用的论文。

三、分散估计的最优合成理论[4~12]

这是目前分散估计领域中研究最多的一个课题。问题的提法是：设有 N 个子系统（子站）对同一状态进行量测，它们根据各自的信息进行分散估计，然后将子估计结果以某种通讯方式送至一个合成站；合成站的任务是根据各个子站送来的结果（非原始信息），得到状态基于所有信息的最优估计。下面分三个方面对现有理论的主要结果作一概述。

1. 一个基本定理

定理 2 设x,y_1和y_2是零均值高斯变量，$\hat{x}_1$和$\hat{x}_2$分别是给定 y_1 和y_2时x的极大似然估计，P_1和P_2为相应的误差方差阵。如果$x-\hat{x}_1$和 $x-\hat{x}_2$ 相互独立，则同时给定y_1 和 y_2 两者时 x 的极大似然估计 $\hat{x}$ 由下式给出

$$\hat{x}=P[P_1^{-1}\hat{x}_1+P_2^{-1}\hat{x}_2],\tag{18}$$

其中，$\hat{x}$的误差方差阵P为

$$P=[P_1^{-1}+P_2^{-1}]^{-1}.\tag{19}$$

证 见[4]。

2. 连续线性系统分散估计的最优合成

(a)问题的描述

设状态方程为

$$\overset{\circ}{x}=Ax+w, \tag{20}$$

其中，w是均值为零方差阵为Q的高斯白噪声。不失一般性，考虑有两个子系统，它们的量测方程为

$$y_i=h_ix+v_i \qquad i=1,2, \tag{21}$$

其中，v_i是均值为零方差阵为R_i的高斯白噪声。设初态$x(0)$是均值为零方差阵为$\Sigma(0)$的高斯向量，这里$\Sigma(0)$对两个子系统已知。另外，设$x(0)$，v_i和w相互独立。本节中各种量均为时变的，为书写简明而省去时标。

设子系统i根据下面的卡尔曼滤波器FL_i得到子滤波值$\hat{x}_{if}$

$$FL_i:\begin{cases}\overset{\circ}{\hat{x}}_{if}=[A-P_{if}h_i^TR_i^{-1}h_i]\hat{x}_{if}+P_{if}h_i^TR_i^{-1}y_i \qquad \hat{x}_{if}(0)=0, & (22)\\ \overset{\circ}{P}_{if}=AP_{if}+P_{if}A^T-P_{if}h_i^TR_i^{-1}h_iP_{if}+Q \qquad P_{if}(0)=\Sigma(0)。 & (23)\end{cases}$$

根据下面的子平滑器SM_i得到子平滑值$\hat{x}_{is}$[5]

$$SM_i:\begin{cases}\hat{x}_{is}=P_{is}[P_{if}^{-1}\hat{x}_{if}+P_{ir}^{-1}\hat{x}_{ir}], & (24)\\ P_{is}=[P_{if}^{-1}+P_{ir}^{-1}-\Sigma^{-1}]^{-1}, & (25)\\ -\overset{\circ}{\hat{x}}_{ir}=[-A-Q\Sigma^{-1}-P_{ir}h_i^TR_i^{-1}h_i]\hat{x}_{ir}+P_{ir}h_i^TR_i^{-1}y_i & \\ \qquad \hat{x}_{ir}(T)=0, & (26)\\ -\overset{\circ}{P}_{ir}=-[A+Q\Sigma^{-1}]P_{ir}-P_{ir}[A+Q\Sigma^{-1}]^T+Q-P_{ir}h_i^TR_i^{-1}h_iP_{ir}, & \\ \qquad P_{ir}(T)=\Sigma(T), & (27)\\ \overset{\circ}{\Sigma}=A\Sigma+\Sigma A^T+Q, & (28)\end{cases}$$

其中，T为已知的终端时刻。现在的问题是，如何将基于y_1和y_2两者的滤波估值$\hat{x}_f$和平滑估值$\hat{x}_s$分别用$\hat{x}_{1f}$、$\hat{x}_{2f}$和$\hat{x}_{1s}$、$\hat{x}_{2s}$来表示。

（b）滤波估值的最优合成

由下面的合成滤波器FLC完成[5]

$$FLC:\begin{cases}\hat{x}_f=\xi_f+G_{1f}\hat{x}_{1f}+G_{2f}\hat{x}_{2f}, & (29)\\ \overset{\circ}{\xi}_f=F_f\xi_f+K_{1f}\hat{x}_{1f}+K_{2f}\hat{x}_{2f} \qquad \xi_f(0)=0, & (30)\\ G_{if}=P_fP_{if}^{-1} \qquad i=1,2, & (31)\\ \overset{\circ}{P}_f=AP_f+P_fA^T+Q-P_f(h_1^TR_1^{-1}h_1+h_2^TR_2^{-1}h_2)P_f \qquad P_f(0)=\Sigma(0), & (32)\\ F_f=A-P_f(h_1^TR_1^{-1}h_1+h_2^TR_2^{-1}h_2), & (33)\\ K_{if}=F_fG_{if}-\overset{\circ}{G}_{if}-G_{if}F_{if}, & (34)\\ F_{if}=A-P_{if}h_i^TR_i^{-1}h_i \qquad i=1,2, & (35)\end{cases}$$

如果$Q\equiv0$，即无系统噪声，则FLC退化为

$$\hat{x}_f=P_f[P_{1f}^{-1}\hat{x}_{1f}+P_{2f}^{-1}\hat{x}_{2f}], \tag{36}$$

$$P_f=[P_{1f}^{-1}+P_{2f}^{-1}-\Sigma^{-1}]^{-1}. \tag{37}$$

这是定理2的显然结论。从（37）式可看出，由于子滤波器FL_1和FL_2都使用了初始信息，所以反映初始信息的Σ^{-1}应减去一次。

（c）平滑估值的最优合成

由下面的合成平滑器SMC完成[5]

$$\text{SMC}:\begin{cases}\hat{x}_s=P_s[P_f^{-1}q_f+P_r^{-1}q_r]+\hat{x}_{1s}+\hat{x}_{2s}, & (38)\\ \dot{q}_f=F_fq_f-P_fh_2^TR_2^{-1}h_2\hat{x}_{1s}-P_fh_1^TR_1^{-1}h_1\hat{x}_{2s}\qquad q_f(0)=0, & (39)\\ -\dot{q}_r=F_rq_r-P_rh_2^TR_2^{-1}h_2\hat{x}_{1s}-P_rh_1^TR_1^{-1}h_1\hat{x}_{2s}\qquad q_r(T)=0, & (40)\\ P_s=[P_f^{-1}+P_r^{-1}-\Sigma^{-1}]^{-1}, & (41)\\ -\dot{P}_r=-[A+Q\Sigma^{-1}]P_r-P_r[A+Q\Sigma^{-1}]^T+Q & \\ \qquad -P_r[h_1^TR_1^{-1}h_1+h_2^TR_2^{-1}h_2]P_r\qquad P_r(T)=\Sigma(T), & (42)\\ F_r=-A-Q\Sigma^{-1}-P_r(h_1^TR_1^{-1}h_1+h_2^TR_2^{-1}h_2). & (43)\end{cases}$$

以上是针对连续系统，关于离散系统有相似的结论，其中关于滤波问题见[8]。

3．非线性系统分散估计的最优合成

考虑动态过程

$$dx_t=f[t,x_t]dt+g[t,x_t]d\beta_t, \tag{44}$$

其中，$x_t\in R^n$表示状态，$\beta_t\in R^m$为标准布郎运动过程。设有N个子站对x_t进行量测，它们的量测方程为

$$y_k^i=h_i[k,x_k]+v_k^i, \tag{45}$$

其中，$i=1,2,\cdots,N$；$k=1,2,\cdots$；v_k^i为高斯白噪声．设$Y_k^i=[y_1^i,\cdots,y_k^i]$，$y_k=\bigcup\limits_{i=1}^{N}y_k^i$，则合成问题为：由$p[x_k\mid Y_k^i]$，$i=1,2,\cdots,N$，求出$p[x_k\mid Y_k]$．这里$p[\cdot]$表示概率密度函数。问题的解答归纳于下面的定理。

定理 3　如果在给定x_k的条件下N个子站的量测值相互独立，即如果

$$p[Y_k^1,\cdots,Y_k^N|x_k]=\prod_{i=1}^{N}p[Y_k^i|x_k], \tag{46}$$

则有

$$p[x_k|Y_k]=\prod_{i=1}^{N} p[x_k|Y_k^i]\cdot C[x_k]\Big/\int_{R^n}\prod_{i=1}^{N} p[x_k|Y_k^i]\cdot C[x_k]dx_k, \tag{47}$$

其中

$$C[x_k]=\int_{R^n}P[x_k|x_{k-1}]p[x_{k-1}|Y_{k-1}]dx_{k-1}\Big/\prod_{i=1}^{N}\int_{R^n}p[x_k|x_{k-1}]p[x_{k-1}|Y_{k-1}^i]dx_{k-1}. \tag{48}$$

证 见[9]。

分散估计的最优合成理论有很多实际应用。如已经成功地应用于分散化多站目标跟踪[10]，地质信号处理[11,12]，以及图象处理[5]等领域，并取得了良好的实用效果。

四、分散估计的一致性理论[13~16]

分散估计的一致性问题，是指有N个成员对同一随机变量x进行量测，每个成员根据获得的信息（包括自己的量测信息和别的成员传送来的信息）对x进行估计，并将中间结果按一定方式送至别的（部分或全部）成员，现在的问题是：①每个成员关于x的子估计是否收敛？②如果子估计收敛，那么这N个子估计是否收敛到同一值？

要准确论述一致性问题的现有结论需要众多的定义和假设。限于篇幅本文不打算作准确的论述，而只定性地说明若干主要结论的含义。

〔13〕是较早研究一致性问题的一篇文章。它的主要结论是：如果各成员需得到x的极大验后估计，而所有成员的关于x的验后概率分布函数是“共同信息”（某一量为“共同信息”的含义是：每个成员都知道这个量，而且每个成员都知道别的所有成员也知道这个量，依此类推直至无穷），则所有的极大验后估值收敛到同一值。

〔14〕的主要结论是：每个成员当得到新的量测信息或接到别的成员送来的子估计时就更新自己的估计，并将新的估计送至随机选择的其它一些成员，则当所有成员构成一个“环”（关于“环”的定义见〔14〕），且每个成员都知道自己是“环”上的一个成员时，子估计收敛到同一值。

〔15〕研究一般的决策问题（估计问题是一个特例），它的主要结论有：①如果传送和接收是确定性的，通讯延迟及任意两个成员之间通讯的间隔时间是有限的，则在指标函数是凸的以及“不完全记忆”条件下（具体含义见〔15〕），子决策值收敛；②如果满足“完全记忆”条件，则子决策值收敛到同一值；③对于LQG问题，在上述①的条件下子决策值也收敛到同一值。

〔16〕的主要结论是：两个成员按“顺序”更新及交换它们的估计，两成员按贝叶斯规则并具有不同的概率结构（在〔13～15〕中都假设各成员有同一概率结构），则或者两个子估计收敛到同一值，或者两成员都认识到一致是不可能的。

分散估计的一致性问题是一个理论性较强的课题。现有理论的主要不足之处，在于一些假设条件是为了数学上证明的需要而提出的，往往要求过强。目前这个领域内还有很多问题有待研究。

五、分散探测器网络的分散估计理论[17~20]

分散探测器网络(Distributed Sensor Networks)是目前分散估计理论最重要的实际背景。以分散探测器网络为背景建立分散估计的一般模型，再从这个一般模型出发建立一套系统性的理论，无疑是一项很有意义的工作。MIT的C.Y.Chong 等学者进行着这项工作。下面将已有研究的部分结果简述如下。

1. 模型的建立

从静态意义讲，分散探测器网络由三个要素组成：探测器，处理单元，通讯网络。对每个处理单元 n，有一些探测器 S_n 为之提供信息。设每个探测器只向一个处理单元传送信息。设 $\overline{S}=\cup S_n$ 为所有探测器集合。用 $z(s,t)$ 表示探测器 $s\in\overline{S}$ 在 t 时刻产生的信息。设 $\overline{Z}=\bigcup\limits_{所有s,t} z(s,t)$，这里 $\overline{Z}$ 用 $k=(s,t)$ 来标识，而 $\overline{K}=\{(s,t)\mid z(s,t)\in\overline{Z}\}$ 表示总标识集。设探测器和它们所对应的处理单元之间的信息传送是瞬时完成的。而处理单元之间的信息传递用 $\overline{C}=T\cdot T\cdot N\cdot N$ 表示，每个 $(t,t',n,n')\in\overline{C}$ 表示处理单元 n 在 t 时刻发送的信息被处理单元 n' 在 t' 时刻收到。更进一步，我们可抽象出分散探测器网络的四个动态要素：①探测器量测与传送 $I_{ST}=\overline{K}\cdot\{ST\}$；②探测器信息被处理单元接收 $I_{SR}=\overline{K}\cdot\{SR\}$；③处理单元发送信息 $I_{CT}=\{(n,t,CT)\mid(t,t'n,n')\in\overline{C}\}$；④处理单元接收通讯信息 $I_{CR}=\{(n',t',CR)\mid(t,t',n,n')\in\overline{C}\}$。定义 $I=I_{ST}\cup I_{SR}\cup I_{CT}\cup I_{CR}$；进一步再定义一种偏序 $\leq$：对任意 i，$i'\in I$，$i\leq i'$ 表示或者 $i=i'$，或者事件 i 先于事件 i' 发生。这样，$(I,\leq)$ 完全描述了分散探测器网络的动态特性。

有了上面的基本定义，分散探测器网络中的一些关键量就可以具体表示了。设处理单元 i 所能获得的(最多)原始信息的标识集为 $\overline{K_i}$，则 $\overline{K_i}=\{k\in\overline{K}\mid(k,ST)\leq i\}$。而相应的(最多)原始信息为 $\overline{Z_{is}}=\{(z,k)\in\overline{Z}\mid k\in\overline{K_i}\}$。设处理单元 i 所能获得的(最多)传递信息(来自别的处理单元)为 $\overline{Z_{iT}}$，而 I_i 表示 I 中 i 的所有祖先(在偏序 $\leq$ 的意义下)，则 $\overline{Z_{iT}}=\bigcup\limits_{j\in I_i}\overline{Z_{js}}$。这样，处理单元 i 所能获得的所有信息为 $\overline{Z_i}=\overline{Z}_{is}\cup\overline{Z}_{iT}$。有了上面的模型，就可以进行分散估计问题的研究了。

2. 分散估计问题的描述

根据上面的模型，分散估计问题的含义是：每个处理单元如何计算 $p[x\mid\overline{Z}_i]$，其中 x 是需要估计的状态。根据 $\overline{Z}_i=\overline{Z}_{is}\cup\overline{Z}_{iT}$，这个问题是容易处理的：对于 $\overline{Z}_i$ 中的 $\overline{Z}_{is}$，是一个传统的估计问题；对于 $\overline{Z}_i$ 中的 $\overline{Z}_{iT}$，应用分散化贝叶斯公式(本文定理4)就可得到解答。

上面的模型从另外一个角度给出了分散估计问题的一条研究途径，它采用集合模型

而不用传统的微分方程模型。限于篇幅，一些细节问题这里未作介绍。目前，这个模型已成功地用于多站多目标跟踪问题的研究[19]。结合图论的概念与方法，还得到一些具体的结果[20]。这套理论正在完善与发展之中。

六、若干经典估计方法的分散化[9,21~24]

1. 分散化贝叶斯估计

贝叶斯估计是传统估计理论的基本方法之一，其基本公式 $p[x|z]=p[z|x]\cdot p[x]/p[z]$ 在信息的序贯处理中有着本质性的作用。对于分散信息结构系统，相应的问题是：给定一组信息 $z_1,\cdots,z_N$，如何由 $p[x|z_1],\cdots,p[x|z_N]$ 确定 $p[x|z_1\cup\cdots\cup z_N]$。下面给出关于两组信息 z_1 和 z_2 的公式，关于一般公式及高斯特例下的公式见[9]。

定理 4 设 z_1 和 z_2 分别为站 1 和站 2 关于随机变量 x 的量测集，则

$$p[x|z_1\cup z_2]=C\frac{p[x|z_1]\cdot p[x|z_2]}{p[x|z_1\cap z_2]},\tag{49}$$

其中 C 为与 x 无关的归一化常数。

证 见[9]。

2. 分散化异步并行梯度算法

设系统由 N 个成员组成，每个成员 i 对应于一个性能指标 $J^i(x_1,\cdots,x_N)$，成员 i 之目的是确定分量 x_i，使整体指标

$$J(x)=J(x_1,\cdots,x_N)=\sum_{i=1}^{N}J^i(x_1,\cdots,x_N)\tag{50}$$

达到极小。

定义 $p^{ki}(n)(q^{ki}(n))$ 为成员 k 传送关于 $x_k\left(\frac{\partial J^k}{\partial x_i}\right)$ 的信息至成员 i 的时刻，这个时刻对应的 $x_k\left(\frac{\partial J^k}{\partial x_i}\right)$ 的信息是 i 在 n 时刻之前接到的 k 送来的最后一组这类信息。则由

$$x_i^i(n+1)=x_i^i(n)-r_i\sum_{j=1}^{N}\lambda_i^j(n),\tag{51}$$

$$\lambda_i^k(n)=\frac{\partial J^k}{\partial x_i}[x^k(q^{ki}(n))],\tag{52}$$

$$x_k^i(n)=x_k^k[p^{ki}(n)],\tag{53}$$

构成了分散化异步并行梯度算法的基本方程。其中 $x_k^i(n)(\lambda_i^k(n))$ 表示成员 i 在 n 时刻所

具有的关于$x_k\left(\dfrac{\partial J^k}{\partial x_i}\right)$的值，$x^k=\{x_1^k,\cdots,x_N^k\}$。下面给出这种异步算法收敛性的一个充分条件。

定理 5 如果$\left|\dfrac{\partial^2 J}{\partial x_i \partial x_j}\right|\le \overline{K}_{ij}$，$\left|\dfrac{\partial^2 J^k}{\partial x_i \partial x_j}\right|\le \overline{K}_{ij}^k$，而常数$\overline{K}_{ij}$和$\overline{K}_{ij}^k$满足$\overline{K}_{ij}\le\sum\limits_{k=1}^{N}\overline{K}_{ij}^k$；又设存在常数$\overline{P}^{ik}$和$\overline{Q}^{ik}$，使$n-\overline{P}^{ik}\le p^{ik}(n)\le n$，$n-\overline{Q}^{ik}\le q^{ik}(n)\le n$。如果下面的不等式成立

$$\frac{2}{r_i}>\sum_{j=1}^{N}\overline{K}_{ij}+\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\overline{K}_{ij}^k\left(\overline{P}^{ik}+\overline{Q}^{kj}+\overline{P}^{jk}+\overline{Q}^{ki}\right), \tag{54}$$

则上述分散化异步并行梯度算法收敛，即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\partial J}{\partial x_i}[x_1(n),\cdots,x_N^N(n)]=0,\quad \forall i。 \tag{55}$$

证 见[21]。

关于经典估计方法的分散化，本节介绍了分散化贝叶斯公式和分散化梯度算法。除此之外，还有分散化卡尔曼滤波器[22]，分散化极大似然估计[23]，以及局部似然估计[24]等。限于篇幅，这里不作介绍。

七、小结

本文从五个方面对分散估计理论的部分内容进行了综述。限于篇幅，还有一些重要的问题，如分散估计算法的复杂性[25]以及关联大系统的估计理论[26]等领域的成果，本文没有进行综述。另外，关于应用问题，由于用简短的文字难于把问题描述清楚，所以这方面的内容没有进行介绍。总之，在分散估计领域，目前既有理论问题可作（如一致性、经典方法的分散化算法的特性研究等等），也有实际问题（如最优合成算法的应用等等）需要深入具体的研究。

参考文献

〔1〕 H.S.Witsenhausen, A Counterexample in Stochastic Optimal Control, SIAM J. Control, 6, (1968), 138—147.

〔2〕 L.X.Wang（王立新）、G.Z.Dai（戴冠中）, Decentralized Estimation for Discrete-time Linear Stochastic Systems, accepted by 1988 IFAC Symp. Identification and System Parameter Estimation, Beijing,(1988).

〔3〕 D.A.Castanon, Decentralized Estimation of Linear Gaussian Systems, in the Appendix of AD-A145 608(A Mathematical Theory of Command and Control Structure), (1983).

〔4〕 J.E.Wall, A.S.Willsky, N.R.Sandell,On the Fixed-Interval Smoothing Problems, Stochastic, 5,(1981), 1-42.

〔5〕 A.S.Willsky, M.G.Bello, D.A.Castanon, B.C.Levy, G.C.Verghese, Combining and Updating of Local Estimates and Regional Maps Along Sets of One-Dimensional Tracks, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-27, (1982), 799-813.
〔6〕 B.C.Levy, D.A.Castanon, G.C.Verghese, A.S.Willsky, A Scattering Framework for Decentralized Estimation Problem, Automatica 19, (1983), 373-384.
〔7〕 D.A.Castanon, D. Teneketzis, Distributed Estimation Algorithms for Nonlinear Systems, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-30,(1985), 418-452.
〔8〕 王立新、戴冠中，分散化被动式观测站子估计的合成，1986全国控制理论及其应用年会论文集，牡丹江，（1986.9），590—593.
〔9〕 王立新、戴冠中，分散估计的基础理论第一部分：基本定理，1987全国系统与控制科学青年暑期讨论会论文集第三册，兰州，（1987.7），1—11.
〔10〕 王立新、戴冠中，一种分散化多站联合目标跟踪算法，航空学报，（待发表）.
〔11〕 L.X.Wang（王立新）、G.Z.Dai（戴冠中），Optimal and Suboptimal Smoothing Algorithms for Bernoulli-Gaussian Input Sequences, accepted by 1988 IFAC Symp. Identification and System Parameter Estimation, Beijing,(1988).
〔12〕 王立新、戴冠中，关于队决策系统的分散估计，控制与决策，（待发表）.
〔13〕 R.J.Aumann, Agreeing to Disagree, The Annals of Statistics, 4,(1976), 1236-1239.
〔14〕 V.Borkar, P.Varaiya, Asymptotic Agreement in Distributed Estimation, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-27, (1982), 650-655.
〔15〕 J.N.Tsitsiklis, M.Athans, Convergence and Asymptotic Agreement in Distributed Decision Problems, Proc. 1982 IEEE Conf. Decision and Control, (1982), 692-701.
〔16〕 D.Teneketizs, P.Varaiya, Consensus in Distributed Estimation with Inconsistent Beliefs, System and Control Letters, 4, (1984), 217-221.
〔17〕 C.Y.Chong, S.Mori, E.Tse, R.P.Wishner, Distributed Estimation in Distributed Sensor Networks, Proc. 1982 Americ. Contr.Conf.,(1982), 820-826.
〔18〕 C.Y.Chong, E.Tse, S.Mori, Distributed Estimation in Networks, Proc. 1983 Americ. Contr. Conf., (1983).
〔19〕 C.Y.Chong, S.Mori, Hierarical Multitarget Tracking and Classification——A Bayesian Approach, Proc. 1984 Americ. Contr. Conf.,(1984), 599-604.
〔20〕 C.Y.Chong, S.Mori, K.C.Chang, Information Fusion in Distributed Sensor Networks, Proc.1985 Americ. Contr. Conf., (1985), 830-835.
〔21〕 王立新、戴冠中，一种分散化异步并行梯度算法，第六届全国系统仿真（仿真与并行

处理专题）学术会议论文集，湖南索溪峪，（1987.10）.
〔22〕 M.F. Hassan, G.Salut, M.G.Singh, A.Titli, A Decentralized Computation Algorithm for the Global Kalman Filter, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-23, (1978), 262-268.
〔23〕 王立新、戴冠中，分散估计的基础理论第二部分：分散化极大似然估计，1987全国系统与控制科学青年暑期讨论会论文集,第三册，兰州，（1987.7），12—22.
〔24〕 R.Tibsksrani, Local Likelihood Estimation, AD-A147 317,(1984).
〔25〕 J.N.Tsitsiklis, M.Athans, On the Complexity of Decentralized Decision Making and Detection Problems, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-30,(1985),440-446.
〔26〕 C.W.Sanders, E.C.Tacker, T.D.Linton, A New Class of Decentralized Filters for Interconnected Systems, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-19,(1974).

A Survey of Distributed Estimation Theories

Wang Lixing, Dai Guanzhong

(Department of Computer Science and Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xian)

Abstract

In this paper, distributed estimation theories are surveyed from the following five aspects: distributed estimation theory for team decision systems, optimal combining theory for sub-estimates, agreement theory for distributed estimators, distributed estimation theory for distributed sensor networks, and distributed extension for some classical estimation theories. The main results of these theories are reviewed and discussed.