第5卷 第2期
1988年6月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.5, No.2
June, 1988

冷连轧系统跟踪问题的最优控制律的仿真研究*

吴国发　徐 哲　卓 兵

（冶金部钢铁研究总院，北京）

摘　要

本文根据随机离散系统跟踪问题输出反馈最优控制规律，以武汉钢铁公司冷轧厂冷连轧系统为研究对象，提出了冷连轧系统跟踪问题的最优控制规则；应用这一规则进行了计算机仿真，得到了比较满意的结果。

引　言

应用现代控制论来研究轧钢过程控制，是一项很有意义的课题。对于热连轧系统的随机控制问题的研究已经取得了成效[1]。对于冷连轧系统跟踪问题最优控制规律的研究，尚未见文献报道。我们以武汉钢铁公司冷轧厂的五机架冷连轧系统为对象，应用计算机仿真的方法，研究了冷连轧系统跟踪问题的最优控制规律。

一、冷连轧系统的状态空间表达式

武钢冷轧厂计算机控制的五机架冷连轧系统可以近似地认为是一个定常线性系统，并且是随机离散系统。五机架系统的每一个机架可以看成是一个子系统，各个子系统的状态空间表达式是相同的，可写为

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \xi_k, & (1.1) \\ y_k = Cx_k + \eta_k, & (1.2) \end{cases}$$

其中，$k=0, 1, 2, \cdots, m$；输入向量 u_k 和输出向量 y_k 分别为

$$u_k = \begin{bmatrix} u_{k1} \\ u_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_k \\ v_k \end{bmatrix}, \quad y_k = \begin{bmatrix} y_{k1} \\ y_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_k \\ T_k \end{bmatrix}, \tag{1.3}$$

这里，s 是辊缝，v 是轧制速度，h 是钢板出口厚度，T 是前张力；模型噪声 ξ_k 和量测

本文已在“5 th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing”宣读，1986年8月24－29日，日本东京。

本文于1987年6月11日收到。1987年9月9日收到修改稿。

噪声 η_k 都是零均值白噪声；A、B、C 都是 2×2 阶常量矩阵。我们取 C 为单位矩阵，即 $C=I$。

由（1.2）式得到

$$x_k = y_k - \eta_k. \tag{1.4}$$

把（1.4）式代入（1.1）式，并令

$$\xi_k - A\eta_k + \eta_{k+1} = \varepsilon_{k+1}, \tag{1.5}$$

便得到系统的输入输出关系式

$$y_{k+1} = Ay_k + Bu_k + \varepsilon_{k+1}. \tag{1.6}$$

利用观测数据 u_k, y_k, $y_{k+1}(k=0, 1, 2, \cdots, m-1)$，根据（1.6）式可求出矩阵 A 和 B 的无偏估计 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$。

我们用冷轧厂计算机采集的数据，对冷连轧系统进行了辨识。结果表明，（1.1）和（1.2）作为系统的状态空间表达式是适用的。对该系统的分析表明，该系统是完全能控的，又是完全能观的，并且是大范围渐近稳定的。

二、冷连轧系统跟踪问题的性能指标

设 $\tilde{y}_k$ 是 y_k 的理想值，误差向量 e_k 定义为

$$e_k = \tilde{y}_k - y_k.$$

所谓跟踪问题的最优控制，就是寻求控制 u_k^*，使得系统的实际输出 y_k 在区间〔0, kT〕跟踪理想输出 $\tilde{y}_k$，而又不消耗过多的控制能量。这里 T 是采样周期。因此，跟踪问题的性能指标为

$$J = E\left[\frac{1}{2}e_m' F e_m + \sum_{k=0}^{m-1}\left(\frac{1}{2}e_k' Q e_k + \frac{1}{2}u_k' R u_k\right)\right], \tag{2.1}$$

其中，F 和 Q 是对称半正定矩阵，R 是对称正定矩阵，即 $F\geqslant0$，$Q\geqslant0$，$R>0$。

对于五机架冷连轧系统，$\tilde{y}_k=[\tilde{h}_k, \tilde{T}_k]'$，$\tilde{h}_k$ 为出口厚度的理想值，对于第五机架 $\tilde{h}_k$ 就是所要求的成品厚度；$\tilde{T}_k$ 为前张力的理想值。对于每一个机架，轧一卷钢时 $\tilde{h}_k$ 和 $\tilde{T}_k$ 是常数，故有

$$\tilde{y}_k = \tilde{y} = [\tilde{h}, \tilde{T}]'. \tag{2.2}$$

每一个输出 $y_k(k=0, 1, 2, \cdots, m)$ 具有同等的意义。例如，第五机架的 y_k 就是成品厚度和前张力的实测值。因此，我们取 $F=Q$。

冷连轧系统的输入 u_k 是辊缝和速度。辊缝变小则压下量增大，从而增加能耗；速度减小则产量降低。所以最优控制不应使 u_k 变小而应变大，故（2.1）式中的 R 应替换为 $-R$。这样便得到冷连轧系统跟踪问题最优控制性能指标

$$J=E\left[\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{m}\mathbf{e}_k' Q\mathbf{e}_k+\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{m-1}\mathbf{u}_k'(-R)\mathbf{u}_k\right].\tag{2.3}$$

加权矩阵 Q 和 R 的取法如下：

$\mathbf{e}=[e_h,\ e_T]'$，e_h 是板厚差，e_T 是张力差；并有 $e_h \overset{r}{<} e_T$，符号 $\overset{r}{<}$ 表示随机地小于，故我们取

$$Q=\begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22}\end{bmatrix},\quad q_{11}>q_{22}.\tag{2.4}$$

再者，$\mathbf{u}=[s,\ v]'$，$s<v$。我们取

$$R=\begin{bmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{22}\end{bmatrix},\quad r_{11}>r_{22}.\tag{2.5}$$

q_{11}，q_{22}，r_{11}，r_{22} 都通过计算机仿真来确定。

概括地说，使性能指标 J 最小，就是使板厚均匀，张力稳定，压下量小，轧制速度快，达到优质、高产、低能耗的目的。

三、冷连轧系统跟踪问题最优控制规则

用 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1}$ 表示 $\mathbf{y}_{k+1}$ 的估计值，取 $\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}$ 为剩余误差，

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1}=\hat{A}\mathbf{y}_k+\hat{B}\mathbf{u}_k,$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}=\mathbf{y}_{k+1}-\hat{\mathbf{y}}_{k+1}.\tag{3.1}$$

在文献[2，3]中，作者提出了时变的随机离散系统跟踪问题的输出反馈最优控制规律。对于冷连轧系统，考虑到 $C=I$，$F=Q$，R 换为 $-R$，则由文献[2]中的定理2得到如下最优控制规则：

由（1.1）和（1.2）定义的冷连轧系统跟踪问题最优性能指标为

$$J_{\min}=\min E\left(\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{m}\mathbf{e}_k' Q\mathbf{e}_k-\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{m-1}\mathbf{u}_k' R\mathbf{u}_k\right);$$

最优控制为

$$\mathbf{u}_k^*=-S_k(A\mathbf{y}_k+\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}-\tilde{\mathbf{y}}_k),\tag{3.2}$$

其中，反馈增益矩阵 S_k 由下式确定：

$$S_k=(B'P_{k+1}B-R)^{-1}B'P_{k+1},\tag{3.3}$$

P_k 满足矩阵差分方程

$$P_k=P_{k+1}-[(S_k^{-1})'-B']^{-1}R(S_k^{-1}-B)^{-1}+Q,\tag{3.4}$$

其边界条件为

$$P_m=Q,$$

这里 Q 和 R 分别根据（2.4）式和（2.5）式确定，ε_{k+1}' 按（3.1）式计算．

需要指出的是，当把 R 换为 $-R$ 时，文献〔2〕中提出的最优控制规律仍然是适用的．我们按文献〔2〕中所用的方法，把 R 换为 $-R$，重新进行了推导，所得的结果与把文献〔2〕中的定理 2 的 R 换为 $-R$ 时完全相同．

四、跟踪问题最优控制的计算机仿真

我们用某种带钢几卷钢板一机架的数据进行计算机仿真．数据 u_k，y_k，$\hat{y}_k(k=0,1,2,\cdots,m)$ 共 45 组，即 $m=44$．y_{k+1}^* 按下式计算：

$$y_{k+1}^* = \hat{A}y_k + \hat{B}\ u_k^* + \varepsilon_{k+1}. \tag{4.1}$$

仿真的主要困难在于确定矩阵 Q 和 R。原则上，Q 和 R 按照（2.4）和（2.5）式确定．具体地说，恰当的 Q 和 R 不仅使算出的 u_k^*、y_k^* 合理，而且能达到以下两项目标：

（1）u_k^* 的平方和 s_f^2 大于 u_k 的平方和 s_i^2。这里，下标 i 表示初始的，f 表示反馈后的；

$$s_i^2 = \left[\sum_{k=0}^{m-1} u_{k1}^2,\ \sum_{k=0}^{m-1} u_{k2}^2\right]', \tag{4.2}$$

$$s_f^2 = \left[\sum_{k=0}^{m-1} u_{k1}^{*2},\ \sum_{k=0}^{m-1} u_{k2}^{*2}\right]'. \tag{4.3}$$

（2）y_{k+1}^* 的方差 σ_f^2 小于 y_{k+1} 的方差 σ_i^2．这里，$\sigma^2=[\sigma_h^2,\ \sigma_T^2]'$；

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{m-1}\left[\sum_{k=0}^{m-1}(y_{k+1,1}-\tilde{h})^2,\ \sum_{k=0}^{m-1}(y_{k+1,2}-\tilde{T})^2\right]', \tag{4.4}$$

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{m-1}\left[\sum_{k=0}^{m-1}(y_{k+1,1}^*-\tilde{h})^2,\ \sum_{k=0}^{m-1}(y_{k+1,2}^*-\tilde{T})^2\right]'. \tag{4.5}$$

若上述目标中的任一条未达到，则变更 q_{11}，q_{22}，r_{11}，r_{22} 中的一个或几个的值，再次仿真；直至上述两项目标都达到，才认可仿真，输出有关结果．

我们根据以上论述，用国际标准 FORTRAN77语言编制了仿真程序，在IBM PC/XT 微型计算机上进行交互式计算机仿真，得到了相当满意的结果．前述两项目标都达到了．理想输出 $\tilde{h}=1.27956$，$\tilde{T}=20.4433$。仿真输出的 44 个值中，h_k 有 27 个值等于 $\tilde{h}$，T_k 有 24 个值等于 $\tilde{T}$；其余值都十分接近于 $\tilde{h}$ 或 $\tilde{T}$．这就是说，实施最优控制后的输出 y_k^* 确实跟踪理想输出 $\tilde{y}$．因此，我们给出的最优控制方案是可行的．

由于受武钢冷轧厂控制系统计算机内存容量和运算速度的限制，本文所提出的最优

控制方案目前尚无法用于实时控制。

参考文献

〔1〕 Aziz, M. M., G. M. Aly, and M. A. R. Ghonaimy, Multilevel Stochastic Control of Hot Rolling Steel Mills, Simulation of Distributed-Parameter and Large Scale Systems, edited by S. G. Tzafetas, North-Holland Publishing Campany, (1980), 167-172.

〔2〕 Wu Guofa (吴国发), Xu Zhe (徐哲), Optimal Contral Law of Stochastic Discrete-Time System for Tracking Problem, Proceedings of the 2nd IFAC Symposium on Stochastic Control, May 19-23, 1986, Vilnius, USSR.

〔3〕 吴国发、徐哲，随机离散系统跟踪问题最优控制规律，钢铁研究总院学报，6: 2 (1986), 220.

A Simulation Study of Optimal Control Law for the Tracking Problem in a Tendam Cold Rolling System

Wu Guofa, Xu Zhe, Zhuo Being

(Central Iron and Steel Research Institute, Beijing)

Abstract

According to the output-feedback optimal control law of stochastic discrete-time system for tracking problem, the tendam cold rolling system of the Cold-Strip Factory of Wuhan Iron and Steel Company was taken as a research object. An optimal control law has been proposed in this paper. Simulation was performed and satisfactory results were obtained.