

# 机器人的鲁棒预测控制

刘美华 常文森 张良起

(国防科技大学自动控制系, 长沙)

## 摘 要

本文提出基于误差预测的机器人鲁棒控制器。考虑到机器人的动力学建模误差影响其控制性能, 本文建立机器人的误差模型, 给出预测建模误差对运动轨迹偏差的作用的有效方法, 并提出建模误差的鲁棒性补偿。本文分别在关节空间和直角空间针对冗余机器人和非冗余机器人提出鲁棒预测控制器设计, 其有效性由仿真例子检验。

## 一、引 言

机器人的动力学描述可用一组高度非线性且强耦合的二阶微分方程来表示。通过引入合适的非线性反馈, 可对这组非线性耦合方程进行全局线性化和完全解耦<sup>[1-4]</sup>。这种设计方法称之为“逆动力学问题”或“计算力矩技术”。从控制的角度而言, 这种方法是非常可取的, 因为使用这种方法可将复杂的非线性耦合方程简化为一组解耦的线性微分方程。然而, “计算力矩技术”也存在一些不足之处, 其中比较突出的是, 它要求准确地已知这组复杂的动力学方程以实现非线性系统动力学的完全抵消。由于许多系统参数(如作用负载、关节摩擦、杆件弹性, 等)实际上是无法准确得到的, 这就在很大程度上使得机器人控制系统的性能受到影响。另外, 基于准确的动力学模型来实现线性化和解耦需要过多的在线计算, 以致难以满足实时控制的要求。因而有必要考虑基于简化模型的非线性反馈控制。于是, 控制问题便转化为: 设计一个有效的控制器, 确保系统在模型不确定性和模型简化下具有良好的控制性能。

为了解决这个问题, 近年来提出了许多机器人高级控制方案, 如模型参考自适应控制<sup>[5-8]</sup>、自校正控制<sup>[9-14]</sup>、鲁棒控制<sup>[15-18]</sup>等, 本文提出了一种新的鲁棒性控制设计方法, 以减小系统对参数不确定性的敏感程度。该方法实质在于预测模型误差对控制性能的总作用, 并由此提出模型误差的鲁棒性补偿, 以保证系统的全局线性化和解耦。

## 二、机器人的数学描述

考虑 $N$ 自由度机器人, 其关节变量由 $q_i (i=1, 2, \dots, N)$ 表示, 而其终端执行器的位置和方向可用 $M$ 个直角坐标变量 $x_j (j=1, 2, \dots, M)$ 表示。记 $q = [q_1 q_2 \dots q_N]^T$ ,  $x = [x_1 x_2 \dots x_M]^T$ , 那么机器人的运动学描述可表示为

$$x = F(q) \quad (2.1)$$

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (2.2)$$

$$\ddot{x} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (2.3)$$

其中,  $J(q) = 2F(q)/2q \in R^{M \times N}$  为机器人的 Jacobian 矩阵。

运用拉格朗日公式, 机器人的关节空间动力学描述可表示为

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) = u \quad (2.4)$$

其中,  $D(q)$  为  $N \times N$  维对称正定惯量矩阵;  $h(q, \dot{q})$  为  $N$  维哥氏力、向心力向量;  $g(q)$  为  $N$  维重力作用向量;  $u$  为  $N$  维关节输入力矩向量。

机器人的直角空间动力学方程可表示为

$$A(x)\ddot{x} + b(x, \dot{x}) + c(x) = F \quad (2.5)$$

其中,  $A(x)$ 、 $b(x, \dot{x})$ 、 $c(x)$ 、 $F$  分别为在直角空间中表示的  $M \times M$  维惯量矩阵、 $M$  维哥氏力与向心力向量、 $M$  维重力作用向量、 $M$  维输入作用力向量。  $F$  与  $u$  之间满足如下关系

$$u = J^T(q)F \quad (2.6)$$

由方程(2.4)和(2.5)、并利用运动学关系(2.3), 得

$$A(x) = J^{-T}(q)D(q)J^{-1}(q) \quad (2.7)$$

$$b(x, \dot{x}) = J^{-T}(q)h(q, \dot{q}) - A(x)\dot{J}(q)\dot{q} \quad (2.8)$$

$$c(x) = J^{-T}(q)g(q) \quad (2.9)$$

对于冗余机器人,  $M < N$ , 其 Jacobian 矩阵的逆不存在, 其直角空间动力学方程为

$$A_r(x)\ddot{x} + b_r(x, \dot{x}) + c_r(x) = F \quad (2.10)$$

$$A_r(x) = [J(q)D^{-1}(q)J^T(q)]^{-1} \quad (2.11)$$

其中,

$$b_r(x, \dot{x}) = \bar{J}^T(q)h(q, \dot{q}) - A_r(x)\dot{J}(q)\dot{q} \quad (2.12)$$

$$c_r(x) = \bar{J}^T(q)g(q) \quad (2.13)$$

$$\bar{J}(q) = D^{-1}(q)J^T(q)A_r(x) \quad (2.14)$$

### 三、直角空间鲁棒控制器

对于非冗余机器人, 其动力学方程由(2.5)式给出。运用“计算力矩技术”, 得到如下控制结构

$$F = A(x)F_c + b(x, \dot{x}) + c(x) \quad (3.1)$$

于是由(2.5)和(3.1)两式, 有

$$\ddot{x} = F_c \quad (3.2)$$

很明显, 控制律(3.1)使整个系统全局线性化和完全解耦, 原系统被简化为  $M$  个相互独立的、由二阶积分器所表示的线性系统。

对于已解耦的线性系统(3.2), 不同地选取控制向量  $F_c$  可得到各种不同的控制策略。如取

$$F_c = \ddot{x}_d + K_p(x - x_d) + K_v(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (3.3)$$

其中,  $x_d$ 、 $\dot{x}_d$  及  $\ddot{x}_d$  分别为终端执行器的希望位置、希望速度和希望加速度,  $K_p$  和  $K_v$  分别为位置和速度增益矩阵, 那么由 (3.2)、(3.3) 式有

$$(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + K_v(\dot{x} - \dot{x}_d) + K_p(x - x_d) = 0 \quad (3.4)$$

可见, 通过合适地选取  $K_p$  和  $K_v$  可获得希望的控制性能.

然而实际上, 准确的动力学方程是不可能得到的. 我们假设  $\hat{A}(x)$ 、 $\hat{b}(x, \dot{x})$  和  $\hat{c}(x)$  分别表示  $A(x)$ 、 $b(x, \dot{x})$  和  $c(x)$  的建模值, 那么实际的直角空间“计算力矩技术”得出的是

$$\hat{F} = \hat{A}(x)F_c + \hat{b}(x, \dot{x}) + \hat{c}(x) \quad (3.5)$$

由此可见, 实际的“计算力矩技术”并不能实现完全线性化和解耦, 因而闭环系统的控制性能得不到保证.

为了解决这个问题, 我们对“计算力矩技术”提出了鲁棒性设计. 该设计的出发点在于预测模型误差对控制性能的总作用, 并基于预测对计算得到的力矩向量  $\hat{F}$  进行修正. 我们提出

$$F = \hat{F} + F' \quad (3.6)$$

由 (2.5)、(3.5) 以及 (3.6) 得到

$$\hat{A}(x)(\ddot{x} - F_c) + b(x, \dot{x}) - \hat{b}(x, \dot{x}) + c(x) - \hat{c}(x) + [A(x) - \hat{A}(x)]\ddot{x} = F' \quad (3.7)$$

定义

$$e = b(x, \dot{x}) - \hat{b}(x, \dot{x}) + c(x) - \hat{c}(x) + [A(x) - \hat{A}(x)]\ddot{x} \quad (3.8)$$

为建模误差向量, 定义

$$\varepsilon = \ddot{x} - F_c \quad (3.9)$$

为线性化及解耦误差向量, 那么 (3.7) 式可表为

$$\hat{A}(x)\varepsilon + e = F' \quad (3.10)$$

或

$$e = F' - \hat{A}(x)\varepsilon \quad (3.11)$$

在前面指出的理想情形下,  $\hat{A}(x) = A(x)$ ,  $\hat{b}(x, \dot{x}) = b(x, \dot{x})$ ,  $\hat{c}(x) = c(x)$ , 于是有  $e = 0$  或  $\hat{A}(x)\varepsilon = F'$ . 这时, 为了实现完全线性化和解耦, 即 (3.2) 式, 我们只要选取修正力矩向量  $F'$  为

$$F' = 0 \quad (3.12)$$

在准确的动力学模型不可能得到的情形下, 为了实现系统线性化和解耦, 我们利用修正力矩向量  $F'$ , 提出如下鲁棒控制策略.

在每一采样时刻  $iT$  (这里  $T$  为采样周期), 按 (3.11) 式计算建模误差  $e_i$ , 于是得到一个关于建模误差的时间序列  $\{e_i, i = k-1, k-2, \dots\}$ . 构造预测模型

$$\hat{e}_k = f(e_{k-1}, e_{k-2}, \dots) \quad (3.13)$$

以获得当前时刻模型误差的预测值。取

$$F' = \hat{e}_k \quad (3.14)$$

那么由(3.10)式,在最小二乘意义下得到 $\varepsilon=0$ ,即系统在最小二乘意义下得到完全线性化和解耦。

特别地,我们考虑如下线性预测方程

$$\hat{e}_k = a_1 e_{k-1} + a_2 e_{k-2} + \dots + a_n e_{k-n} \quad (3.15)$$

其中, $a_i (i=1,2,\dots,n)$ 是 $M \times M$ 矩阵,可由计算机辅助设计离线确定。为了适用于在线递推,我们提出如下估计模型

$$e_{k-1} = a_1 e_{k-2} + a_2 e_{k-3} + \dots + a_n e_{k-n-1} + \xi_{k-1} = \Theta^T X_{k-1} + \xi_{k-1} \quad (3.16)$$

其中

$$\Theta = [a_1 a_2 \dots a_n]^T = [\theta^1 \theta^2 \dots \theta^M] \quad (3.17)$$

$$X_{k-1} = [e_{k-2}^T \ e_{k-3}^T \ \dots \ e_{k-n-1}^T]^T \quad (3.18)$$

其中, $\theta^i (i=1,2,\dots,M)$ 为 $\Theta$ 的第 $i$ 列。

将(3.16)式写成分量形式,得到

$$e_{k-1}^i = X_{k-1}^T \theta^i + \xi_{k-1}^i, \quad i=1,2,\dots,M \quad (3.19)$$

其中, $e_{k-1}^i$ 和 $\xi_{k-1}^i$ 分别为 $e_{k-1}$ 和 $\xi_{k-1}$ 的第 $i$ 分量。

$\theta^i$ 按如下公式递推估计:

$$\hat{\theta}_k^i = \hat{\theta}_{k-1}^i + M_k (e_{k-1}^i - X_{k-1}^T \hat{\theta}_{k-1}^i) \quad (3.20)$$

$$M_k = P_{k-1} X_{k-1} (\rho + X_{k-1}^T P_{k-1} X_{k-1})^{-1} \quad (3.21)$$

$$P_k = P_{k-1} (I - X_{k-1} M_k^T) / \rho \quad (3.22)$$

其中, $\rho$ 为遗忘因子,且 $0.9 \leq \rho \leq 1$ 。

估计模型(3.16)的参数得到后, $e_k$ 的预测值为

$$\hat{e}_k = \hat{\Theta}^T X_k \quad (3.23)$$

于是,修正力矩向量 $F'$ 由(3.14)式给出,整个控制律 $F$ 按(3.6)式计算,关节输入力矩 $u$ 按(2.6)式产生。

对于冗余机器人,对应的鲁棒控制器可直接由 $A_r(x)$ 、 $b_r(x, \dot{x})$ 及 $c(x)$ 代替 $A(x)$ 、 $b(x, \dot{x})$ 及 $c(x)$ 得到。详细算法略。

#### 四、关节空间鲁棒控制器

本节将给出鲁棒控制器的关节空间设计。由于冗余和非冗余机器人具有相同的关节空间动力学模型,即(2.4)式,该鲁棒预测控制器对冗余机器人和非冗余机器人都适用,运用该鲁棒控制器,关节输入力矩为

$$u = \hat{u} + u' \quad (4.1)$$

其中,  $\hat{u}$  为线性化和解耦力矩向量, 按 (2.4) 式计算

$$\hat{u} = \hat{D}(q)u_c + \hat{h}(q, \dot{q}) + \hat{g}(q) \quad (4.2)$$

其中,  $u_c$  为线性化解耦系统的控制向量;  $\hat{D}(q)$ 、 $\hat{h}(q, \dot{q})$  和  $\hat{g}(q)$  分别表示  $D(q)$ 、 $h(q, \dot{q})$  和  $g(q)$  的估计值;  $u'$  为修正力矩向量, 用来减小系统对参数不确定性的敏感度以保证系统的控制性能。

由 (2.4)、(4.1) 及 (4.2) 得到

$$\hat{D}(q)(\ddot{q} - u_c) + h(q, \dot{q}) - \hat{h}(q, \dot{q}) + g(q) - \hat{g}(q) + [D(q) - \hat{D}(q)]\ddot{q} = u \quad (4.3)$$

$$\text{即} \quad \hat{D}(q)\varepsilon + e = u' \quad (4.4)$$

$$\text{其中} \quad \varepsilon = \ddot{q} - u_c \quad (4.5)$$

为关节空间线性化和解耦误差向量, 而

$$e = h(q, \dot{q}) - \hat{h}(q, \dot{q}) + g(q) - \hat{g}(q) + [D(q) - \hat{D}(q)]\ddot{q} \quad (4.6)$$

为建模误差向量。

同样地, 为了在最小二乘意义下实现全局线性化和解耦, 即  $\varepsilon = 0$ , 也即  $\ddot{q} = u_c$ , 建模误差  $e_k$  按

$$\hat{e}_k = f(e_{k-1}, e_{k-2}, \dots) \quad (4.7)$$

预测得到, 而修正力矩取为

$$u' = \hat{e}_k \quad (4.8)$$

详细的控制算法略去。

## 五、仿真结果

本文提出的所有鲁棒预测控制器都通过计算机仿真得到了检验。本节将给出直角空间鲁棒控制器在三自由度PUMA式非冗余机器人上的一个典型仿真结果, 以显示鲁棒预测控制器的有效性。其他情形下的鲁棒控制器具有非常相近的控制性能, 其仿真结果略去。

仿真用机器人的结构如图1所示, 其参数如下:  $I_1 = 0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $m_2 = 10 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 8 \text{ kg}$ ,  $m_H = 2 \text{ kg}$ ,  $l_3 = l_2 = 0.5 \text{ m}$ , 这里  $I_1$  为杆1对其轴的转动惯量,  $m_i$  和  $l_i$  ( $i = 2, 3$ ) 为杆  $i$  的质量和长度,  $m_H$  为终端执行器的质量。

我们针对圆、直线等典型运动进行了仿真。这里将给出的是直角空间由点 (0, 0.5, 0.5) 到点 (0.97, -0.2, 0) 的直线运动。整个轨迹在2秒内完成; 起点和终点的速度均为零; 在前0.4秒内作匀加速运动, 接着是1.2秒时间的匀速运动, 最后是0.4秒的匀减速运动。

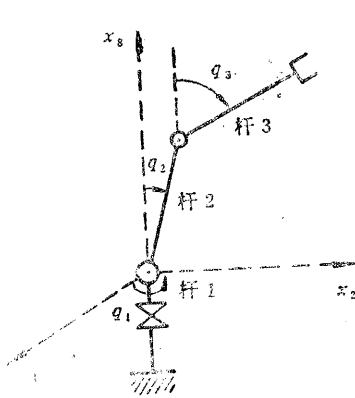
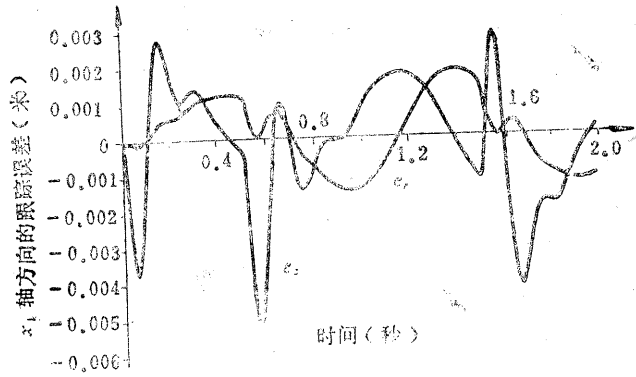


图1 仿真用三自由度机器人

图2  $x_1$ 轴方向的跟踪误差

$e_c$ : 计算力矩技术  $e_r$ : 鲁棒预测控制器

为了考察控制器的性能，我们在终端执行器上作用如下未知时变负载

$$m_L = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1\text{kg} & 0 \leq t < 0.5\text{s} \\ 3\text{kg} & 0.5 \leq t < 1.5\text{s} \\ 1\text{kg} & 1.5 \leq t \leq 2\text{s} \end{cases} \quad (5.1)$$

采用如下简单的预测模型

$$\hat{e}_k = e_{k-1} \quad (5.2)$$

$x_1$ 轴方向的跟踪误差如图2所示。在我们所进行的仿真中，只要存在建模误差和外界干扰，那么鲁棒预测控制器总比“计算力矩技术”的控制性能好。另外，预测模型的选取对系统的控制性能影响很大。如果选取一个比(5.2)式更合适的预测模型，仿真结果将更好。

## 六、结束语

本文提出了基于预测建模误差的机器人鲁棒控制设计方法，分别在关节空间和直角空间针对冗余、非冗余机器人给出了鲁棒预测控制器。仿真表明，它们对系统参数的不确定性不敏感、具有比“计算力矩技术”明显优越的控制性能。

## 参考文献

- [1] Luh, J.Y.S., Walker, M.W., Paul, R.P., Resolved-Acceleration Control of Mechanical Manipulators, IEEE Trans., Auto. Control, AC-25, (1980), 468-474.
- [2] Freund, E., Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Assignment for Industrial Robots and Manipulators, Int. J. Robotics Research, 1, (1982), 65-78.

- [ 3 ] Khatib, O., Dynamic Control Of Manipulators in Operational Space, Proc. of the 6th CISM-IFTOMM Congress on Theory of Machines and Mechanisms, (1983), 1128—1131.
- [ 4 ] Tarn, T.J., Bejczy, A.K., Isidori, A., Chen, Y.L., Nonlinear Feedback in Robot Arm Control, Proc. 23rd IEEE CDC, (1984), 736—751.
- [ 5 ] Dubowsky, S., DesForges, D.T., The Application of Model Reference Adaptive Control to Robot Manipulators, Trans. ASME, J. DSMC, 101, (1979), 193—200.
- [ 6 ] Balestrino, A., De Maria, G., Sciavicco, L., An Adaptive Model Following Control for Robot Manipulators, Trans. ASME, J. DSMC, 105, (1983), 143—152.
- [ 7 ] Nicosia, S., Tomei, P., Model Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots, Automatica, 20, (1984), 635—644.
- [ 8 ] Craig, J.J., Hsu, P., Sastry, S.S., Adaptive Control of Mechanical Manipulators, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, (1986), 190—195.
- [ 9 ] Koivo, A.J., Guo, T.M., Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators, IEEE Trans. Auto. Control, AC-28, (1983), 162—171.
- [ 10 ] Lee, C.S.G., Chung, M.J., An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators, IEEE Trans. Auto. Control, AC-29, (1984), 837—840.
- [ 11 ] Liu, M.H., An Adaptive Control Scheme for Robotic Manipulators, Proc. 15th Int. Symp. Industrial Robots, (1985), 673—680.
- [ 12 ] Desilva, C.W., Winssen, J.V., Least Squares Adaptive Control for Trajectory Following Robots, Trans. ASME, J. DSMC, 109, (1987) 104—110.
- [ 13 ] Liu, M.H., and Lin, W., Pole Assignment Self-Tuning Controller for Robotic Manipulators, Int. J. Control, 46, (1987), 1307—1317.
- [ 14 ] Liu M.H., Lin, W., A Two-Stage Decentralized Adaptive Controller for Robotic Manipulators, Proc. 26th IEEE Conf. Decision and Control, (1987).
- [ 15 ] Samsom, C., Robust Nonlinear Control of Robotic Manipulators, Proc. 22nd IEEE CDC, (1983), 1211—1216.
- [ 16 ] Singh, S.N., Schy, A.A., Robust Trajectory Following Control of Robotic Systems, Trans. ASME, J. DSMC, 107, (1985), 308—315.
- [ 17 ] Slotine, J.J.E., The Robust Control of Robot Manipulators, Int. J. Robotics Research, 4, (1985), 49—64.
- [ 18 ] Mills, J.K., Goldenberg, A.A., A New Robust Robot Controller, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, (1986), 740—745.

## Robust Prediction Control of Robotic Manipulators

Liu Meihua, Chang Wensen, Zhang Liangqi

(Department of Automatic Control, Changsha Institute of  
Technology, Changsha)

### Abstract

This paper presents an efficient robust control design approach for robotic manipulators based on modelling error prediction. As the inevitable modelling errors in the dynamic equation deteriorate the control performance of the manipulator system, an error model is established and an effective method for predicting the effects of modelling errors to trajectory tracking is developed and their robust compensation proposed. Robust controllers for redundant and non-redundant robotic manipulators in joint and Cartesian spaces are presented and tested by simulation results.