

一类简单的单变量自适应控制器及其应用

姜孝华

(贵州工学院电机系, 贵阳)

摘 要

本文从工程实用的观点出发, 提出了一类简单实用的 PID 自校正控制算法, 该算法直接在线调整控制器的三个参数; 利用小增益定理 (Small gain theorem) 为具有输出有界扰动的闭环自适应系统建立了鲁棒性分析 (Robustness analysis), 给出了 l^∞ 稳定性结果。该算法已用在微机炉温控制系统中, 控制效果显著。

一、引 言

经过国内外学者近30年的努力, 自适应控制在理论和实际应用研究中都取得了显著的成果, 出现了模型参考自适应控制器、最小方差自校正控制器、极点配置自校正控制器, 由于这些自适应算法本身的复杂性, 工程技术人员很难掌握, 而有些过程适合于采用简单控制算法, 因此这类算法目前还很难在工程实践中得到广泛的推广应用, 因而发展一类简单自适应控制器很有必要。简单的东西往往具有丰富的内涵, PID 控制器作为一种简单控制器在工业应用中极为广泛, 很多学者对 PID 控制器参数自整定作了大量研究, 1983年 Astrom 等提出了一种基于相位和幅值裕度给定的 PID 参数自调整控制器, 但这种频域方法比较复杂, 要实现在线调整非常困难。Cameron (1983) 通过修改 Clark 和 Gawthrop (1975) 的自校正控制器, 提出了一种具有 PID 结构的自校正算法, 该算法针对时间序列差分模型, 需要辨识最小方差控制器的全部参数, 因而在运算上并不比 Clark 等人的算法简单, 且必须把对象限制成两阶对象。Tjokro et al. (1985) 提出了一种具有 PID 结构的极点配置控制器, 该算法在线辨识对象参数, 同时解出 PID 参数, 在线调整计算量较大。针对这一问题, 本文提出了一类简单实用的自适应算法, 该算法不需辨识对象参数, 只对控制器的三个参数作在线调整; 在系统出现输出有界扰动以及完全匹配条件不能满足的情况下, 对闭环自适应系统建立了鲁棒性分析, 给出了 l^∞ 稳定性结果。该算法已成功地用于贵州工学院熔盐透视仪的微机炉温控制系统。

二、控制问题的描述

本文采用的控制器为具有 I-PD 结构的简单控制器, 其离散型控制方程为

$$Hy_i(t) = G(Z^{-1})U_i + F(Z^{-1})y_i \quad (2.1)$$

其中, u_i, y_i 为系统的输入、输出, $y_r(t)$ 为给定参考序列, $H = f_1 + f_2 + f_3$, $G(Z^{-1}) = g(1 - Z^{-1})$, $F(Z^{-1}) = f_1 + f_2 Z^{-1} + f_3 Z^{-2}$, Z^{-1} 为后移算子, $f_1 = kg^2/T_I + kg + T_Dk$, $f_2 = -2T_Dk - kg$, $f_3 = T_Dk$, g 为采样周期, k, T_D, T_I 为比例、微分、积分时间常数。

设控制对象:
$$A(Z^{-1})y_i = B(Z^{-1})U_{i-1} + \omega_i \quad (2.2)$$

其中, $A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n}$, $B(Z^{-1}) = b_1 + b_2 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m}$, ω_i 为外界扰动, 可以是随机的或确定性的。

控制目标:

考虑一期望的参考序列 $y_r(t)$ 和闭环传递函数 $y_i/y_r(t) = Z^{-1}Q(Z^{-1})/P(Z^{-1})$, 闭环系统的极点由 $P(Z^{-1})$ 的 Z 零点指定, $P(Z^{-1}) = 1 + p_1 Z^{-1} + \dots + p_n Z^{-n}$, 控制器的设计应使闭环系统的极点达到期望值。为了简单起见, 下面有时将 $x(Z^{-1})$ 简写成 x 。

若 $GB^{-1} = R$, 我们取 R, F 使之满足
$$RA + Z^{-1}F = P \quad (2.3)$$

并将(2.1)式代入(2.2)式可得 $y_i = \frac{H}{P}y_r(t-1) + \frac{GB^{-1}}{P}\omega_i$, 因而闭环系统可达到期望的闭环极点响应。

由于控制器的固有结构, 要方程(2.3)满足, 对象必须满足一定的结构模型条件, 我们称之为**完全匹配条件**:

1) $B(Z^{-1}) = b_1$, $\deg A(Z^{-1}) \leq 2$, $\deg P(Z^{-1}) \leq 3$, $b_1 = g$

2) $B(Z^{-1}) = b_1(1 - Z^{-1})$, $\deg A(Z^{-1}) \leq 3$, $\deg P(Z^{-1}) \leq 3$, $b_1 = g$

其中之一满足就能达到完全匹配。

三、自适应控制器

当对象参数发生时变或未知的情况下, 我们采用自适应律在线调整参数 f_1, f_2, f_3 。

将方程 $y_r(t) = \frac{P(Z^{-1})}{Z^{-1}Q(Z^{-1})}y_i$ 代入(2.1)中, 并设 $Q(Z^{-1}) = H$ 得

$$\phi_{i+1} = \theta^{*T} \phi_i \quad (3.1)$$

其中, $\phi_{i+1} = Py_{i+1} - g(1 - Z^{-1})u_i$, $\theta^{*T} = [f_1, f_2, f_3]$, $\phi_i^T = [y_i, y_{i-1}, y_{i-2}]$, 根据方程(3.1), 我们建立如下的自适应算法:

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + K_{i-1} \phi_i (\phi_i - \hat{\theta}_{i-1}^T \phi_{i-1}) \quad (3.2)$$

$$K_i = \frac{1}{\beta} \left[K_{i-1} - \frac{K_{i-1} \phi_i \phi_i^T K_{i-1}}{\beta + \phi_i^T K_{i-1} \phi_i} \right] \quad (K_0 > 0) \quad (3.3)$$

$$u_i = u_{i-1} + \frac{H_i}{g} y_r(t) - \hat{\theta}_i^T \phi_i / g \quad (3.4)$$

$$e_i = \phi_i - \hat{\theta}_{i-1}^T \phi_{i-1} \quad (3.5)$$

其中, $\hat{\theta}_i$ 为 θ^* 在 t 时刻的估计值, $H_i = \sum_{j=1}^3 \theta_j^i$, θ_j^i 为 f_j 在 t 时刻的估计 ($i=1,2,3$), 实现算法时, 首先给出多项式 $P(Z^{-1})$, 初始参数 $\hat{\theta}_0$ (一般选为零向量), K_0 , g , 遗忘因子 β ($0 < \beta \leq 1$), 然后在每一时刻 t 按算法 (3.2) — (3.5) 计算 e_t , $\hat{\theta}_t$, K_t 以及控制量 u_t .

一般来说, 大多数实际系统当采用上述自适应算法时很难满足完全匹配条件, 即使对象的差分模型结构满足, 但 g 的选择是自由的, 因此不一定满足 $g = b_1$, 但实际上, 由于我们采用的自适应算法是基于 (3.1) 式, 将控制器参数看成系统动态特性的函数, 自动在线调整控制器的参数使闭环系统特性逼近期望的闭环特性, 因而认为这种算法对一类广泛的对象是适用的。算法简单, 计算量小, 便于用微计实现。

通过大量的仿真实验和算法的实际应用证明, 在对象模型结构不能满足完全匹配条件的情况下, 即闭环系统的所有极点不能完全由指定多项式 $P(Z^{-1})$ 的零点来确定, 但我们可以把 $P(Z^{-1})$ 的零点看成闭环系统的部分可调极点, 对它做适当的选择就可达到满意的控制效果。算法对随机噪声具有较强的抑制能力, 且能消除强确定性干扰, 保证稳态误差为零。

四、闭环自适应系统的鲁棒性分析

对一类广泛的过程对象 (假设对象具有输出有界扰动), 在完全匹配条件不能得到满足的情况下, 总可以找到一定的频域条件, 使闭环系统是稳定的。设实际对象用下述差分方程来描述:

$$A_0(Z^{-1})y_t = B_0(Z^{-1})u_{t-1} + \omega_t \quad (4.1)$$

其中, $A_0(Z^{-1})$ 、 $B_0(Z^{-1})$ 分别为关于 Z^{-1} 的 n_0 、 m_0 阶多项式, ω_t 为扰动, y_t 、 u_t 分别为系统输出、输入, 本节中 Z 有时表示前移算子, 有时表示 Z 变换算子, 设 $B_0/A_0 = LB/A$, 其中 L 为适当阶次的传递函数, B 、 A 是关于 Z^{-1} 的多项式, 且满足完全匹配条件, 因而存在 R 、 F 使 $GB^{-1} = R$, $RA + Z^{-1}F = P$ 。令失配误差

$$e_m(t) = \frac{GA_0 + Z^{-1}B_0F}{B_0}y_t - Py_t = \left(\frac{GA_0}{B_0} - \frac{GA}{B} \right)y_t \quad (4.2)$$

$$\text{有} \quad e_t = \phi_t - \hat{\theta}_{t-1}^T \phi_{t-1} = -e_m(t) - v(t) + GB^{-1}\omega_t \quad (4.3)$$

其中, $v(t) = (\hat{\theta}_t - \theta^*)^T \phi_{t-1}$ 。进一步由式 (4.2) 和 (3.4) 可得

$$e_m(t) = H_m(Z^{-1})(e_t + H_{t-1}y_t(t-1)) \quad (4.4)$$

其中, $H_m(Z^{-1}) = \frac{GA_0}{PB_0} - \frac{GA}{PB}$ 。在此我们引入乘子 α^t ($\alpha = \beta^{-\frac{1}{2}}$), 记信号 $x^\alpha(t) = \alpha^t$ 。

$\cdot x(t)$, 算子 $H_p^\alpha: e_t^\alpha \rightarrow v^\alpha(t)$, $H_m^\alpha: e_t^\alpha + H_{t-1}y_t^\alpha(t-1) \rightarrow e_m^\alpha(t)$, $\omega_1^\alpha(t) = \alpha^t$ 。

$\cdot (GB_0^{-1}\omega_t)$, $y_h^\alpha(t) = H_{t-1} \cdot \alpha^t \cdot y_t(t-1)$ 。作等效变换后可得式 (4.3)、(4.4) 描述

的等效反馈系统如图 1 所示. 对图 1 所示的反馈系统我们利用小增益定理分析其稳定性,

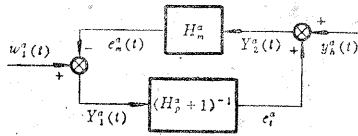


图 1 等价反馈系统

有关小增益定理的论述请参看文献[4]. 设二次函数 $T_t = (\theta_t - \theta^*)^T K_{t-1} \cdot (\theta_t - \theta^*)$, $\delta_t = \phi_t^T K_t^{-1} \phi_t$, $\sup_{t>0} \delta_t \leq \delta_0 (0 < \delta_0 < 1)$, 由增益的定义不难推得算子 $(H_p^a + 1)^{-1}$ 的增益

$$\gamma_1 = \gamma\{(H_p^a + 1)^{-1}\} \leq (1 - \delta_0)^{-\frac{1}{2}}.$$

由小增益定理, 可直接得下面的定理 1.

定理 1 图 1 所示的等价反馈系统, 若: 1) $P(\alpha Z^{-1})$ 、 $B_0(\alpha Z^{-1})$ 为严格稳定的多项式; 2) $\gamma(H_m^a) < (1 - \delta_0)^{\frac{1}{2}}$; 3) $\sup_{t>0} \delta_t \leq \delta_0 (0 < \delta_0 < 1)$, 则 $\forall T \in \mathbb{Z}_+$ 有

$$\|Y_{1T}^a\| \leq (1 - \gamma_1 \gamma_2)^{-1} (\|\omega_{1T}^a\| + \gamma_2 \|y_{hT}^a\|) + K_1 \tag{4.5}$$

$$\|Y_{2T}^a\| \leq (1 - \gamma_1 \gamma_2)^{-1} (\|y_{hT}^a\| + \gamma_1 \|\omega_{1T}^a\|) + K_1' \tag{4.6}$$

其中, K_1 、 K_1' 均为有界常数, $\gamma(H_m^a) = \sup_{-\pi \leq \omega \leq \pi} |H_m(\alpha e^{-j\omega})| \triangleq \gamma_2$.

定理 2 若定理 1 的条件满足, 且 GB_0^{-1} 为指数稳定的传递函数, $\sup_{t>0} |y_r(t)| < \infty$

$$\sup_{t>0} |H_t| < \infty, \sup_{t>0} |\omega_t| < \infty, 0 < \beta < 1, \text{ 则}$$

$$\sup_{t>0} |e_t| < \infty, \sup_{t>0} |e_m(t)| < \infty$$

定理 2 的证明利用定理 1 的结论, 详细推导略.

注 1 因为 $y_t = \frac{1}{P}(e_t + H_t y_r(t-1))$, 若 P 是严格稳定的多项式, 且定理 2 的条件

满足, 则可得 $\|y_t\|_\infty \leq M < \infty$, M 为一有界正常数.

注 2 稳定性条件依赖 δ_0 的性质, 这种情况类似 Gawthrop (1982), 在那里有关 δ_0 的详细讨论.

推论 若 $\beta = 1$, 定理 1 的条件满足, 且 GB_0^{-1} 为指数稳定的传递函数,

$$\sup_{t>0} |H_t| < \infty, y_r(t) \in l^2, \omega_t \in l^2, \text{ 则 } e_t \in l^2, e_m(t) \in l^2.$$

推论直接由定理 1 得到.

为此我们已得出有关闭环自适应系统的鲁棒性分析结论,分析中使用了小增益定

理,并利用了遗忘因子 $0 < \beta < 1$ 即算法具有跟踪时变性的情况,以 $\beta^{-\frac{t}{2}}$ 为加权乘子,不仅得出了 l^2 稳定性结果,也给出了 l^∞ 稳定性结果。而 Gawthrop (1982) 使用小增益定理对一类模型参考自校正控制算法作了鲁棒性分析,但只给出了 l^2 稳定性结果。

五、熔盐透视测试仪炉温的自适应控制

熔盐透视测试仪自适应温度调节系统由控制单板机、热电偶、温度变送器、可控硅调功器等组成,将本文第三部分给出的自适应算法的 Z-80 汇编语言程序固化在 2716 eeprom 存储单元中,装入单板机对炉温进行自动控制,运行结果表明,采用自适应控制克服了加料、电网电压波动、冷却装置等对炉温控制的影响,炉膛的温度被控制在给定值的 $\pm 2^\circ\text{C}$ 内。图2为系统开始起动及设定值变化的温度控制曲线,控制器初始参数 θ_0 为零向量,采样周期 $g = 1$ 分钟, $K_0 = 100I$, $B = 0.998$, 多项式 $P = 1 - 0.5Z^{-1}$ 。

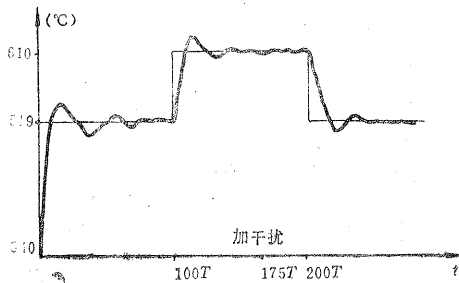


图2 系统温度控制曲线

六、结束语

本文提出了一套简单自适应算法,该算法需要对象的先验信息量甚少,运算简单,易于被广大工程技术人员掌握。利用小增益定理为闭环自适应系统建立了鲁棒性分析。该算法已得到了成功的应用。如何利用对系统的工程先验知识来检验系统的鲁棒性有待进一步研究。

致谢 导师张希周副教授具体指导了这项工作,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Arstrom, K. J., Theory and Applications of Adaptive Control, Automatica, 19, (1983), 471-486.
- [2] Clark, D. W., and Gawthrop, P. J., Self-Tuning Controller, Proc. IEE, 12, (1975), 929-934.
- [3] Camerom, F., Seborg, D. E., A Self-Tuning Controller with a PID Structure, INT. J. Control, 38: 2, (1983), 401-417.

- [4] Desoer, C. A., Vidyasagar, M., Feedback System, Inputs-Outputs Properties, New York, (1975).
- [5] Gauthrop, P. J., Lim, K. W., Robustness of Self-Tuning Controller, Proc. IEE, 129, (1982), 21-29.
- [6] Gauthrop, P. J., On the Stability and Convergence of a Self-Tuning Controller, INT. J. Control, 31, (1980), 973-998.
- [7] Tjokro, S., Adaptive PID Control, ACC, (1985).

A Simple Single Variable Adaptive Controller and Its Practical Application

Jiang Xiaohua

(Department of Electromechanical Engineering, Guizhou
Institute of Technology, Guiyang)

Abstract

A simple PID self-tuning algorithm is presented in this paper, the algorithm adjusts directly three parameters of the controller on-line. By using the Small Gain Theorem, robustness analysis for the closed-loop adaptive system with bounded output disturbances is established and l^∞ -stability results are obtained. The algorithm has been applied to micro-computer-controlled furnace temperature control system, the control effect is remarkable.