

# 机器人轨迹跟踪自适应控制

刘毅 史维

(东南大学自动控制系, 南京)

## 摘 要

本文提出一种新的自适应控制算法, 用于补偿机器人动力学方程中的非线性项和消除关节间的耦合。这种简单有效的控制算法, 保证了系统在一定的参数变化范围内具有渐近稳定性和良好的控制精度。

## 一、引 言

为了使机器人广泛应用于工业生产和制造, 人们对其性能提出了更高的要求。高性能工业机器人的产生必须依靠先进的控制技术, 自适应控制就是其中的一类。

文献[1]中, R. Horowitz 等人提出一种机器人模型参考自适应控制方法。这种方法的特点在于不是通过在线计算动力学模型, 而是通过对动力学模型中的非线性项进行自适应补偿来消除关节间的耦合, 使轨迹跟踪误差收敛。因此计算量小, 鲁棒性较好。但是, 文献[1]存在以下问题: 1. 参考模型没有与被控对象独立开, 使参考模型的输出因受被控对象的影响而偏离期望值, 这样就无法保证轨迹跟踪误差收敛到零。文献[4]证实了这一点。2. 采用积分调节规律来补偿机器人动力学模型中与离心力、哥氏力有关的非线性项, 对跟踪精度的提高没有起什么作用。文献中的仿真结果表明了这一点。

针对文献[1]存在的问题, 本文提出一种新的自适应控制方法, 它克服了文献[1]的不足。

## 二、机器人动力学模型

$n$ 自由度机器人动力学模型为

$$M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + F(\theta, \dot{\theta}) = S(t) \quad (1)$$

这里  $\theta \in R^n$  为关节角位移矢量,  $M(\theta) \in R^{n \times n}$  为惯性矩阵, 它有正定对称的性质。

$V(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$  为与离心力和哥氏力作用有关的矢量,  $G(\theta) \in R^n$  为与重力作用有关的矢量。

$F(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$  为摩擦力矢量,  $S(t) \in R^n$  为输入关节的力矩矢量。

令  $H(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$  为

$$H(\theta, \dot{\theta}) = V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + F(\theta, \dot{\theta}) \quad (2)$$

则机器人动力学模型可写为

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) = S(t) \quad (3)$$

其中 $M(\theta)$ 和 $H(\theta, \dot{\theta})$ 满足以下条件<sup>[5]</sup>

$$\|M(\theta)\|_2 \leq m \quad (4)$$

$$\|H(\theta, \dot{\theta})\|_2 \leq h_1(\|\dot{\theta}\|_2)^2 + h_2\|\dot{\theta}\|_2 + h_3 \quad (5)$$

这里 $m, h_k > 0, k=1,2,3$ .

### 三、机器人自适应控制

本文提出如图1所示自适应控制系统方块图。

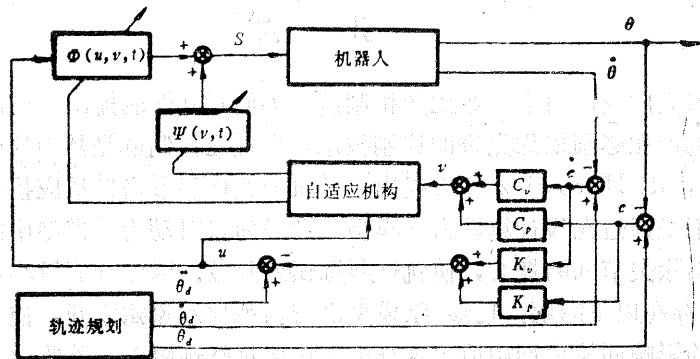


图1 控制系统方块图

轨迹跟踪误差为

$$e = \theta_d - \theta \quad (6)$$

这里 $\theta_d \in R^n$ 为期望的关节角位移, $e \in R^n$ .

广义误差选择为

$$v = C_v \dot{e} + C_p e \quad (7)$$

这里 $C_v, C_p$ 为增益矩阵, $C_v, C_p \in R^{n \times n}, v \in R^n$ .

控制系统输入为

$$u(t) = \ddot{\theta}_d + K_v \dot{e} + K_p e \quad (8)$$

这里 $K_v, K_p$ 为增益矩阵, $K_v, K_p \in R^{n \times n}, u(t) \in R^n$ .

机器人关节输入力矩为

$$S(t) = \Phi(u, v, t)u(t) + \Psi(t, v) \quad (9)$$

这里 $\Phi(u, v, t) \in R^{n \times n}, \Psi(t, v) \in R^n$ ,均由自适应机构调节。

根据 Popov 超稳定理论,采用下述自适应算法可保证图1所示控制系统全局渐近稳定。

(i)增益矩阵 $C_v$ 、 $C_p$ 、 $K_v$ 、 $K_p$ 选择为

$$\begin{aligned} C_v &= \sigma_v I_n, \quad C_p = \sigma_p I_n \\ K_v &= \delta_v I_n, \quad K_p = \delta_p I_n \\ \sigma_v \delta_v - \sigma_p &> 0, \quad \sigma_v, \sigma_p, \delta_v, \delta_p > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $I_n \in R^{n \times n}$ 为单位矩阵。

(ii)矩阵 $\Phi(u, v, t)$ 的自适应调节规律为

$$\begin{aligned} \phi_{i,i}(u, v, t) &= \phi_{i,i}(0) + \int_0^t l_{i,i} v_i(\tau) u_i(\tau) d\tau \\ \phi_{i,j}(u, v, t) &= \phi_{i,j}(0) + \int_0^t l_{i,j} [v_i(\tau) u_j(\tau) + v_j(\tau) u_i(\tau)] d\tau \\ \phi_{j,i}(u, v, t) &= \phi_{j,i}(0) \end{aligned} \quad (11)$$

这里 $l_{i,i}, l_{i,j} \geq 0, i=1, 2, 3, \dots, n, j=1, 2, \dots, i-1$ 。

(iii)矢量 $\Psi(v, t)$ 的自适应调节规律为

$$\begin{aligned} \Psi(v, t) &= \frac{v}{\|v\|_2} [q_1 (\|\dot{\theta}\|_2)^2 + q_2 \|\dot{\theta}\|_2 + q_3] \\ q_k &\geq h_k \quad (k=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (12)$$

证 假设在自适应调节时，惯性矩阵 $M(\theta)$ 时不变。将(9)代入(3)得

$$M \ddot{\theta} = Mu(t) - \{ [M - \Phi(u, v, t)] u(t) + [H(\theta, \dot{\theta}) - \Psi(v, t)] \} \quad (13)$$

$$\text{令 } W = -W_1 = [\Phi(u, v, t) - M] u(t) + [\Psi(v, t) - H(\theta, \dot{\theta})] \quad (14)$$

将(8)、(14)代入(13)得

$$M(\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e) = W_1 \quad (15)$$

(15)和(7)构成图2所示与图1等价的控制系统。

图中

$$G(s) = \frac{\sigma_v s + \sigma_p}{s^2 + \delta_v s + \delta_p} M^{-1} \quad (16)$$

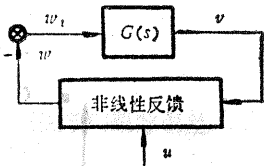


图2 等价系统方块图

当(10)成立时

$$G(jw) + G(-jw) = \frac{2w^2(\delta_v \sigma_v - \sigma_p) + \sigma_p \delta_p}{(\delta_p - w^2)^2 + w^2 \delta_v^2} M^{-1} > 0$$

则 $G(s)$ 为严格正实传递函数<sup>[6]</sup>。

$$\text{令 } y_1(0, t_1) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^{t_1} [\phi_{i,j}(u, v, t) - m_{ij}] v_i(t) u_j(t) dt \quad (17)$$

$$y_2(0, t_1) = \int_0^{t_1} v^T [\Psi(v, t) - H(\theta, \dot{\theta})] dt \quad (18)$$

则有 
$$\int_0^{t_1} v^T w = y_1(0, t_1) + y_2(0, t_1) \quad (19)$$

当(11)成立时, 必有  $r_1 \in R$ , 使得

$$y_1(0, t_1) \geq -r_1^2 \quad (20)$$

证明见文献[1]。当(12)成立时, 由(18)、(12)和(5)得

$$y_2(0, t_1) = \int_0^{t_1} \{ \|v\|_2 [q_1 (\|\dot{\theta}\|_2)^2 + q_2 \|\dot{\theta}\|_2 + q_3] - v^T H(\theta, \dot{\theta}) \} dt$$

$$\geq \int_0^{t_1} [ \|v\|_2 \|H(\theta, \dot{\theta})\|_2 - v^T H(\theta, \dot{\theta}) ] dt \geq -r_2^2 \quad r_2 \in R \quad (21)$$

故得证。

我们可以从理论上推出  $M(\theta)$  的估计值  $\hat{M}(\theta)$  因此矩阵  $\Phi(t, v)$  的初值可选为当  $\theta$  由零变化到  $2\pi$  弧度时,  $\hat{M}(\theta)$  的近似平均值。

### 四、计算机仿真

我们对图3所示机器人进行仿真, 机器人的动力学模型由文献[3]提供。操作手顶端期望的运动轨迹在直角坐标中表示为

$$P_x = 0.9 - 1.3(t/4)$$

$$P_y = 0.6 - (t/4)$$

$$P_z = 0.45(t/4)$$

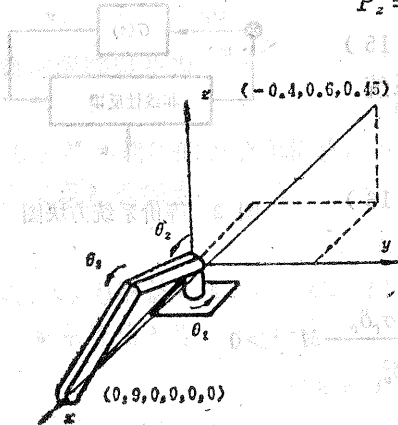


图3 机器人和期望运动轨迹

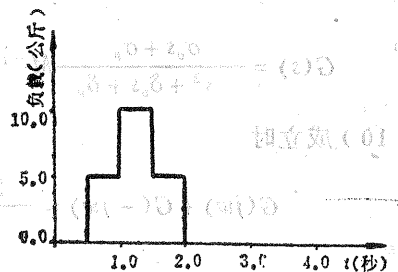


图4 负载变化曲线

图4给出了机器人运动时所携负载的变化情况。图5给出了直线轨迹跟踪时, 各关节角位移的期望值。

自适应算法中的参数取以下值:

$$\sigma_v = 10, \sigma_p = 30, \delta_v = 20, \delta_p = 150$$

$$\phi_{11}(0) = 23, \phi_{22}(0) = 82, \phi_{33}(0) = 25$$

$$\phi_{23}(0) = 2, \phi_{12}(0) = \phi_{13}(0) = 0$$

$$l_{11} = 5, l_{22} = 10, l_{33} = 10$$

$$l_{12} = l_{13} = 0, l_{23} = 5$$

$$q_1 = q_2 = 0, q_3 = 150, \text{ 采样周期}$$

$$T_s = 5\text{ms}$$

机器人初始状态为  $e^T(0) = [0 \ 0 \ 0]$ ,

$\dot{\theta}^T(0) = [0 \ 0 \ 0]$ 。仿是结果见图6。从图中

图 5 机器人各关节角位移的期望值

可看出,刚起动时跟踪误差较大,这是因为  $\dot{\theta}(0)$  为零而  $\dot{\theta}_d(\theta)$  不为零,机器人的运动一时还跟不上期望值。当时间大于 1 秒后,跟踪误差进入稳态。

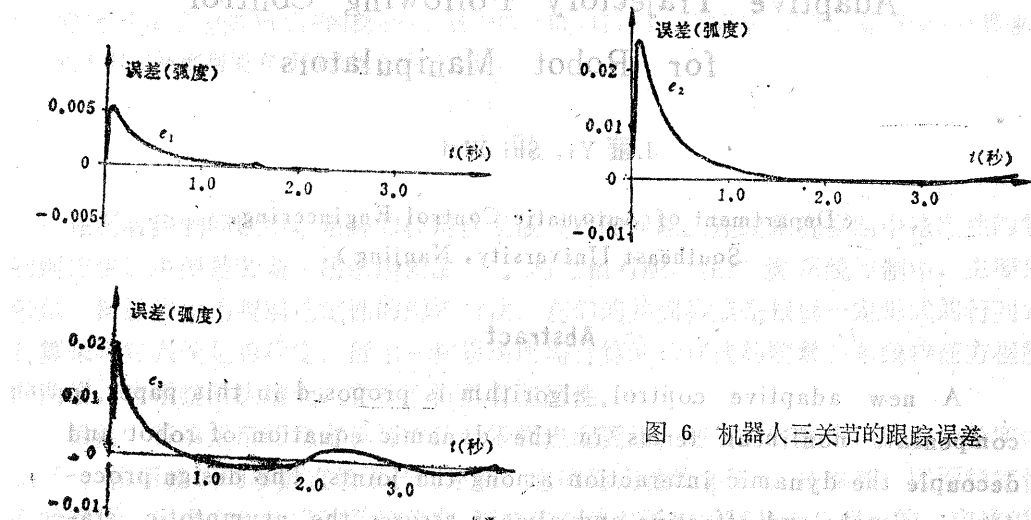


图 6 机器人三关节的跟踪误差

## 五、结 论

理论分析和仿真结果表明,本文提出的机器人自适应控制方法优于文献[1]。离心力、哥氏力、重力和摩擦力的补偿采用单位矢量调节算法,进一步提高了轨迹跟踪精度。同时,对惯性矩阵用积分调节算法进行补偿,有利于改善机器人输入力矩的平滑性,因而这种控制方法实用性强。

## 参 考 文 献

- [1] Horowitz, R., Tomizu, M., An Adaptive Control Scheme for Mechanical Manipulators—Compensation of Nonlinearity and Decoupling

- Control, ASME J. DSMC, 108, (1986), 127—135.
- [2] Balestrino, A., Maria, G. D., Sciavicco, L., An Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators, ASME J. DSMC, 105, (1983), 143—151.
- [3] Nicosia, S., Tomei, P., Model Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots, Automatica, 20:5, (1984), 635—644.
- [4] Anex, R. P., Hubbard, M., Modelling and Adaptive Control of A Mechanical Manipulator, ASME J. DSMC, 106, (1984), 211—217.
- [5] Samson, C., Robust Nonlinear Control of Robotic Manipulators, in Proc. IEEE Conf. Decision Control, (1983).
- [6] 冯纯伯、史维, 自适应控制, 电子工业出版社, 北京, (1986).

## Adaptive Trajectory Following Control for Robot Manipulators

Liu Yi, Shi Wei

(Department of Automatic Control Engineering,  
Southeast University, Nanjing)

### Abstract

A new adaptive control algorithm is proposed in this paper to compensate nonlinear terms in the dynamic equation of robot and decouple the dynamic interaction among the joints. The design procedure is simple and effective and always assures the asymptotic stability under system variations and parameter uncertainties.