

# 用单板机控制的平行倒立摆系统

何介圭 钱维铁

(上海机械学院计算机系)

## 摘 要

本文介绍了在国内由作者首次实现的用8位单板机控制的平行倒立摆系统,它较国外同类装置<sup>[1]</sup>控制简单,价格便宜。文中还介绍了该系统的数学模型,控制算式及用PC机辅助单板机控制器设计的方法。文末还给出了仿真和实验结果的比较。

## 一、引 言

倒立摆装置可用于现代控制理论的教学和科研,是目前国内外都在研究的一个装置。国内二级摆(UP-UP形式)控制早已实现,但平行摆的控制未见有成功的报导,国外有关平行摆控制的公开报导是在1981年<sup>[1]</sup>。他们用了八维的状态方程,检测的变量是四个,还用了卡尔曼滤波器,控制装置是模拟式的。我们研制的这套装置用的是六维的状态方程,检测变量只有三个,用的是函数观测器,故控制方式较国外简单,且控制装置是一台廉价的八位单板机。

## 二、数学模型及建模方法

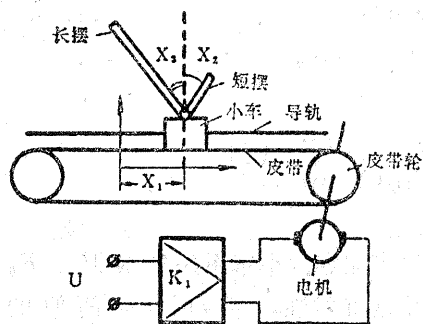


图1 平行摆系统示意图

图1为平行摆系统的结构示意图,两根长短不同的摆杆分别安装在两个电位器轴上(电位器用于检测摆杆偏离铅垂线的角偏差)。两电位器背靠背地固定在小车上,故两摆杆可以在平行于导轨的不同的垂直平面内绕电位器轴自由旋转,互不碰撞。上下轮子紧贴导轨的小车与皮带相连,控制电机驱动皮带轮使小车沿导轨作直线运动。小车位移由装在皮带轮轴上的电位器测取。

用Lagrange方程<sup>[2]</sup>建立的平行摆的数学

模型为

$$\dot{X} = AX + BU \quad (1a)$$

$$Y = CX \quad (1b)$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_3 \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$b^T = [0 \quad b_2^T]$$

$$C = [I_3 \quad 0]$$

$$A_{2,1} = L_1^{-1} L_{2,1},$$

$$A_{2,2} = L_1^{-1} L_{2,2}, \quad b_2 = L_1^{-1} \bar{K}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} M_0 + m_1 + m_2 & m_1 l_1 & m_2 l_2 \\ m_1 l_1 & J_1 + m_1 l_1^2 & 0 \\ m_2 l_2 & 0 & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$L_{2,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 l_1 g & 0 \\ 0 & 0 & m_2 l_2 g \end{bmatrix}, \quad L_{2,2} = \begin{bmatrix} -F_0 & 0 & 0 \\ 0 & -F_1 & 0 \\ 0 & 0 & -F_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}^T = [G_0 \quad 0 \quad 0]$$

符号说明:  $U$  小车驱动电机的控制电压

$X_1, X_4$  小车位移和速度(m), (m/s)

$X_2, X_5$  短摆角位移和角速度(rad), (rad/s)

$X_3, X_6$  长摆角位移和角速度(rad), (rad/s)

$m_1, m_2$  短、长摆质量(kg)

$l_1, l_2$  短、长摆各自的重心至转轴间的距离(m)

$J_1, J_2$  短、长摆对各自重心的转动惯量(kg·m<sup>2</sup>)

$F_1, F_2$  短、长摆各自摩擦阻力矩系数(N·m·s)

$M_0$  小车系统等效质量(kg)

$F_0$  小车系统等效摩擦系数(N·s/m)

$G_0$  小车上的力与直流放大器的输入电压比(N/V)

$g$  重力加速度(9.8m/s<sup>2</sup>)

方程中摆杆的参数只要做一次单摆的自由振荡就可测定。小车系统参数  $M_0$ 、 $F_0$ 、 $G_0$  的确定比较麻烦, 因需考虑系统中静阻力引起的死区非线性, 可以用一种简便的方法由计算机做一个阶跃响应来获取, 详见文献[3]。

### 三、单板机的控制算式

状态反馈系数  $K$  的设计方法有两种: (一) 连续系统极点配置法, 采用 Ackermann 公式, (二) 二次型性能指标法。系统中的三个速度量用观测器重构。观测器可采用降维观测器和函数观测器。由观测器理论可知, 当系统(1)可控可观, 且满足: 1)

[ $F \ G$ ]可控, 2)  $F$ 的特征值具有负实部且不同于  $A$  的特征值, 3)  $K = MT + NC$ , 4)  $TA - FT = GC$ , 5)  $H = Tb$ 时, 可设计相应的  $KX$  观测器:

$$\dot{Z} = FZ + GY + HU \quad (2a)$$

$$W = MZ + NY \quad (2b)$$

观测器 (2) 是以系统 (1) 的  $U$  和  $Y$  为其输入, 且满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} (KX - W) = 0$ 。因单板机要求

算法简单, 故采用函数观测器, 此时式 (2) 中的  $M$  向量一般可取  $[1 \ 0 \ 0 \cdots 0 \ 0]$ ,  $F$  阵可根据需要选, 见文献[4]。本系统的可观性指数为 2, 故可求得一个一维的函数观测器, 即式 (2) 中的  $Z$  是一维的。状态反馈控制量  $U$  可写成:  $U = KX = MZ + NY$  (3)

将式 (3) 代入式 (2a) 得:  $\dot{Z} = (F + HM)Z + (G + HN)Y$  (4)

令  $K = (K_1 \ K_2)$ ,  $T = (T_1 \ T_2)$ ,  $K_1 \in R^3$ ,  $K_2 \in R^3$ ,  $K \in R^6$ ,  $T_1 \in R^3$ ,  $T_2 \in R^3$ ,  $T \in R^6$ , 则条件 (3)、(4)、(5) 将化为  $K_1 = MT_1 + N$ ,  $K_2 = MT_2$ ,  $T_1 A_{11} + T_2 A_{21} - FT_1 = G$ ,  $T_1 A_{12} + T_2 A_{22} = FT_2$ ,  $H = T_1 b_1 + T_2 b_2$ 。对本系统  $A_{11} = 0$ ,  $A_{12} = I_3$ ,  $M$  取 1, 可解得:

$$G = K_2 A_{21} - F(FK_2 - K_2 A_{22}) \quad (5)$$

$$H = K_2 b_2 \quad (6)$$

$$N = K_1 - FK_2 + K_2 A_{22} \quad (7)$$

因此只要选好一维特征值  $F$  就可求得  $G$ 、 $H$ 、 $N$ 。将 (4)、(3) 两式离散化后就可得控制算式如下:

$$Z(k+1) = DF \cdot Z(k) + DG \cdot Y(k) \quad (8)$$

$$U(k) = M \cdot Z(k) + N \cdot Y(k) = Z(k) + N \cdot Y(k) \quad (9)$$

式中,  $DF = \exp[(F + HM)T_0]$ ,  $DG = \left\{ \int_0^{T_0} \exp[(F + HM)t] dt \right\} \cdot (G + HN)$ ,  $T_0$  为采样周期。

因  $Y$  是三维的, 故单板机在一个采样周期内仅需作七次乘法六次加法。

#### 四、用 PC 机辅助单板机控制器设计的方法

单板机控制器采用 TP-801 单板机, 8 位多路 A/D 芯片及 12 位 D/A 芯片构成。采样周期为 10ms。控制算法采用定点运算实现。

由于用单板机直接进行控制器的设计及试验工作有一定难度, 而我们在 PC88 上已建立了一套相当完善的设计控制手段, 因此它就成为单板机控制器的设计工具。这一设计工具包括 IBM-PC 兼容机 PC88, 8087 数值协处理器功能<sup>[5]</sup>, 12 位 16 路 A/D 及 12 位 1 路 D/A 插件板, 软件可设定采样时钟<sup>[6]</sup>, 完整的从参数测量到控制系统分析、设计、仿真、综合软件包, 实时数据采集、记录、转换、作图、实时控制程序包。

应用这一设计工具, 我们建立了一套由 PC 机转换到 TP-801 控制器的完整的设计程序, 故而可以方便地将各种控制算法成功地在单板机上实现, 这一流程可用框图 2

实现。

单板机倒立摆控制系统的设计思想是：首先用软件包求得对应单板机采样周期的一组控制效果较好的控制参数，在PC机上（用8087）实现控制。然后对采集的12位数据丢弃低4位，以模拟8位的A/D转换器，并实现同样的控制，再利用软件包对正常稳定控制的中间数据进行采集，记录转换及转储。对这些数据进行分析就能方便地确定各常数及中间运算结果的定点问题；然后在PC88上实现8位输入的定点运算控制（不用8087），余下的工作只要把它移植到单板机上去就行了。

由于充分利用了这套设计工具的功能，因此易于实现各种控制，迄今已用单板机成功地实现了平行摆、单级倒立摆及二级倒立摆（UP-UP位置）等的控制。

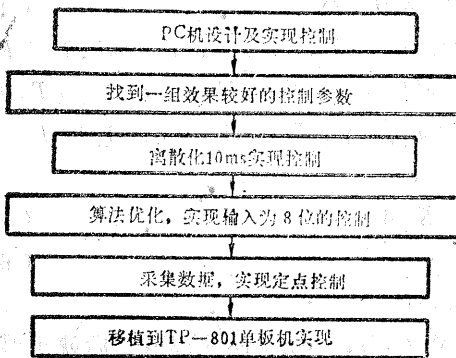


图2 单板机控制算法设计流程

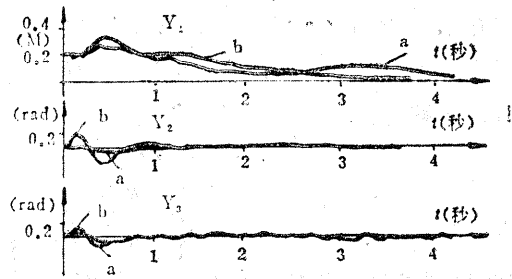


图3 动态曲线 a: 实测 b: 仿真

### 五、实测阶跃响应与仿真结果比较

在倒摆系统进入稳定的自持振荡后，由计算机内部设定一个小车位移给定值，同时由计算机开始记录其动态过程如图3曲线a所示。利用计算机采集到的各输出及观测器的初态，再由仿真程序计算其仿真曲线如图3曲线b所示。从该图可看出实测和仿真的结果是比较接近的。由于我们采用了简单正确的建模方法<sup>[3]</sup>，且编制了完备的从参数测定、建模、最优反馈设计、分析到综合的软件包，从而使学生可以方便地利用该软件包对系统作各种实验，例如不同长度不同形式的摆杆都可以成功地进行控制且可作动态分析。

### 参 考 文 献

- (1) Balchen, J. G., Handlykken, M. and Tyso, A., The Need for Better Laboratory Experiments in Control Engineering Education, 8th IFAC World Congress, Kyoto, Japan, 1981, 3363—3368.
- (2) Furuta, K., Kajiwara, H. and Kosuge, K., Digital Control of a Double Inverted Pendulum on an Inclined Rail, Int. J. Control. 32:5, (1980), 907—924.

- [3] 何介圭、钱维铁, 倒立摆小车系统的数学模型和主要参数的确定法, 上海机械学院学报, 10:3, (1988), 79—84.
- [4] Chen, C. T., Linear System Theory and Design, Holt, Rinehart and Winston, New York, (1984), 369—371.
- [5] 钱维铁、何介圭, IBM-PC及其兼容机上使用8087数值辅助处理器, 电气自动化, 2 (1986), 40—43.
- [6] 钱维铁、何介圭, 用软件获得IBM-PC及其兼容机中不同定时长度的时钟中断, 上海机械学院学报, 8:1, (1986), 95—99.

## Single-board Computer Control of Parallel Inverted Pendulum System

He Jiegui, Qian Weitie

(Department of Computer, Shanghai Institute of Mechanical Engineering)

### Abstract

The control of parallel inverted pendulum is successfully realized. An 8-bit single-board computer controller is used. Compared with the existing system abroad<sup>(1)</sup>, the control method and means we employed are simpler and cheaper.

The paper presents the mathematical model of the system, the control algorithms adopted and the approach of PC aided design of single-board computer controller. The comparison of step response between results of real-time control and of simulation is also given.

# 变结构控制在温度调节中的应用

崔雨田 张广成 赵晓辉 施慕云

(吉林工业大学电子系, 长春)

## 摘 要

本文将具有滑模的变结构控制用于中药提取过程的温度控制, 文中给出了开关线的选择方法和计算机仿真结果。

## 一、引 言

变结构控制系统的提出, 至今已有近30年的历史。这种控制方法对系统参数变化具有较强的鲁棒性, 并有良好的动态性能。

本文介绍的微机控制系统用于中药煎煮的温度控制。被控对象的传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \quad (1)$$

(1)式中的时间常数 $T_1$ 、 $T_2$ 及放大系数 $K$ 等参数随药液的多少而改变, 因此最好采用具有适应参数变化的控制方法。变结构滑模控制与其它自适应控制方法相比, 具有控制算法简单的优点。将它应用于温度控制取得了满意的效果。

## 二、控制律与开关线的确定

对象的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1T_2} & -\frac{(T_1+T_2)}{T_1T_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_1T_2} \end{bmatrix} (y_r - Ku) \quad (2)$$

式中,  $x_1 = e$ ,  $x_2 = \frac{de}{dt}$ ,  $e = y_r - y$

$y_r$ —温度的给定值,  $y$ —温度的实际值,  $u$ —蒸汽压力。  
压力 $u$ 受限制,

$$0 \leq u \leq u_m \quad (3)$$

令开关线为

$$s = x_2 + cx_1 = 0, \quad c > 0 \quad (4)$$