第6卷 第4期
1989年12月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.6, No.4
Dec., 1989

多变量H$^\infty$最优敏感性控制器的解耦设计方法*

徐冬玲　施颂椒　金钟骥

（上海交通大学自动控制系）

摘　要

本文提出了一种用H$^\infty$控制理论设计多变量系统的最优敏感性控制器的方法。方法通过敏感性函数矩阵解耦，将多变量系统的H$^\infty$最优敏感性设计问题化为若干个单变量的同样问题。文章证明了系统的解耦最优敏感性是唯一的；给出了在多变量情况下如何用真的次优控制器近似非真的最优控制器的方法；最后用算例说明了设计过程。

关键词：H$^\infty$设计理论；最优敏感性；多变量系统。

一、引　言

在有不确定性的外干扰存在时，为削弱干扰的影响，希望闭环系统对这类干扰有最小的敏感性。由于H$^\infty$控制理论[1]用于最小敏感性控制器设计时与Wiener-Hopf-Kalman方法[2]比，能考虑更广泛的一类不确定性干扰，并能考虑对象本身的不确定性，因而受到控制界的广泛关注，得到迅速发展。如在单变量方面的成果有〔1，3—7〕。在多变量方面的成果有如〔8—9〕。这些成果表明，在多变量设计方面，H$^\infty$控制理论比七十年代Rosenbrock和MacFarlane的理论有着明显的优越性，但与单变量方法相比则所需数学基础较深，不易推广。另外，多变量H^∞设计算法中大量的时频域模型转换及迭代既要花费大量机时，又易引起误差[10]。本文借助于文献〔11〕的解耦设计

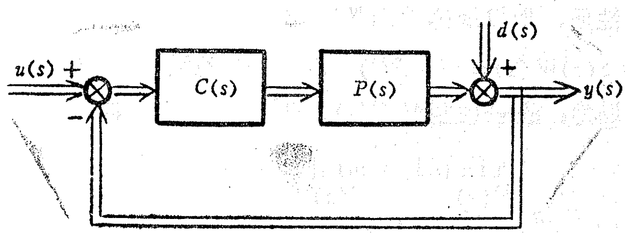

图 1　典型反馈控制结构1

*国家自然科学基金资助的课题。

本文于1988年5月14日收到。1989年7月19日收到修改稿。

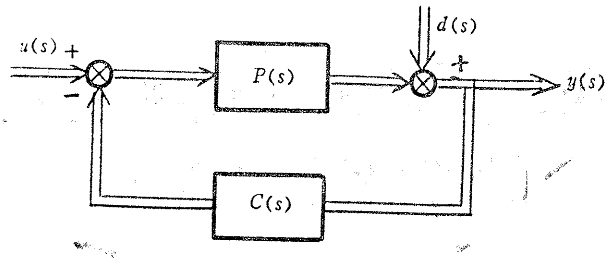

图 2 典型反馈控制结构2

思想，给出了一种多变量系统的H$^\infty$最优敏感性控制器的解耦设计方法，利用较为简单成熟的单变量H$^\infty$理论解决多变量的问题。同时对图1所示控制结构，所设计的闭环系统是输入输出解耦的，因此更便于实际中进行控制和调试。

此外，如不作特殊说明，以下讨论对图1及2都合适。

二、问题提出

符号说明：

H_2：所有稳定、严格真有理分式向量组成的空间。

H^∞：所有稳定、有理真分式矩阵组成的空间。

$\|A\|_\infty$：A 的 H^∞范数[12]，为 A 的最大奇异值。

考虑图1或图2所示多输入多输出反馈控制系统，其中被控对象 $P(s)$与控制器 $C(s)$分别为 $m\times n(m\leqslant n)$及 $n\times m$ 维有理分式阵，$P(s)$无虚轴上的零极点。$d(s)=[d_1(s),\ \cdots,\ d_m(s)]^T$为干扰向量，由集合$\{\ d_i:\ \|W_i^{-1}d_i\|_2\leqslant 1\ \}$描述[1]。这里 $W_i(s)\in H^\infty$，W_i^{-1}稳定，为 d_i 的加权：如果 $W_i(j\omega)$在某一频带内较大，则$\|W_i^{-1}d_i\|_2\leqslant 1$意味着干扰信号 d_i 的能量多集中在这一频带。

从干扰 d 到输出 y 的传递函数被定义为敏感性函数 S：

$$S(s)=(I+PC)^{-1} \tag{1}$$

考虑到干扰的上述性质，加权敏感性函数取为

$$E(s)=S(s)W(s)=(I+PC)^{-1}\mathrm{diag}[W_1(s),\ \cdots,\ W_m(s)] \tag{2}$$

最优敏感性设计问题为：设计控制器 $C(s)$，使$\|E\|_\infty$最小，即

$$\min_{C(s)}\|E\|_\infty=\min_{C(s)}\|(I+PC)^{-1}W\|_\infty \tag{3}$$

三、敏感性函数的可实现性及解耦

定义 若图1或图2所示闭环系统是稳定的，则称 $S=(I+PC)^{-1}$是可实现的。

设 $P(s)$的多项式（或 RH^∞空间分式）左右互质分解[13,14]为 $P(s)=D_l^{-1}(s)N_l$

$(s)=N_r(s)D_r^{-1}(s)$，其中 D_l、N_l、D_r，N_r 都为多项式矩阵（或 RH^∞分式阵），且N_r 行满秩。因此，N_r 可化为

$$N_r=[\overline{N}_r \quad 0]M \tag{4}$$

其中$\overline{N}_r$ 可逆，M 为么模阵（多项式么模阵或分式么模阵或二者之积）。

又设：$D_l^{-1}=\begin{bmatrix} d_{11}(s) & \cdots & d_{1m}(s) \\ \vdots & & \vdots \\ d_{m1}(s) & \cdots & d_{mm}(s) \end{bmatrix}$，　$\overline{N}_r^{-1}=\begin{bmatrix} n_{11}(s) & \cdots & n_{1m}(s) \\ \vdots & & \vdots \\ n_{m1}(s) & \cdots & n_{mm}(s) \end{bmatrix}$

定义多项式：

$$\alpha_i(s)=\prod_{j=1}^{n'_i}(p_{ij}-s)^{m'_{ij}} \tag{5}$$

其中n'_i是 D_l^{-1}第 i 行中不同的开右半平面极点 p_{ij} 的数目，m'_{ij} 是极点 p_{ij} 在该行的各元素中出现的最高重数，也即 $\alpha_i(s)$为 D_l^{-1}第 i 行各元素最小公分母中的不稳定因子部分，这里简称为不稳定 SCD。类似地定义$\overline{N}_r^{-1}$第 i 列的不稳定 SCD 为

$$\beta_i(s)=\prod_{j=1}^{n_i}(z_{ij}-s)^{m_{ij}} \tag{6}$$

S 在解耦的约束条件下有如下形式：

$$S=\hat{S}=\mathrm{diag}[S_1(s),\ \cdots,\ S_m(s)]$$

根据上述（5）、（6）式的定义，$\hat{S}$ 可实现的充要条件可表述为：

引理1　解耦的敏感性函数$\hat{S}$ 可实现的充要条件为：（i）$S_i\neq0$，稳定；（ii）$S_i(s)$的分子含有因子 $\alpha_i(s)$及（iii）$(1-S_i)$的分子含有因子 $\beta_i(s)$；$i=1$，$\cdots$，m。

证　略。

四、解耦加权敏感性的最优化及解的唯一性

敏感性函数解耦后，加权敏感性函数为

$\hat{E}=\hat{S}W=\mathrm{diag}[S_1(s)W_1(s),\ \cdots,\ S_m(s)W_m(s)]\triangleq\mathrm{diag}[E_1(s),\ \cdots,E_m(s)]$。按 H^∞ 范数定义，问题（3）式化为

$$\min_{C(s)}\|\hat{E}(s)\|_\infty=\max_i\ \min_{S_i}\|S_iW_i\|_\infty=\max_i\ \min_{S_i}\|E_i\|_\infty \tag{7}$$

上式最小化的约束条件为：S_i 满足引理1可实现性条件。（7）式说明，多变量的最优化问题 $\min\|E\|_\infty$可通过求解单变量问题 $\min\|E_i\|_\infty$得到解决。

设　$\min\limits_{S_i}\|S_iW_i\|_\infty=\|\tilde{E}_i\|_\infty$，由文献〔3〕知，$\tilde{E}_i$ 由 $\alpha_i(s)$、$\beta_i(s)$唯一确定，其形

式为

$$\widetilde{E}_i = D_i \frac{\alpha_i(s)}{\alpha_i(-s)} \prod_{j=1}^{r_i-1} \frac{c_j - s}{\bar{c}_j + s} \tag{8}$$

其中，r_i 是多项式 $\beta_i(s)$的阶次，D_i，c_j 为待定常数，由引理1中条件（iii）确定，即

$$\begin{cases} \widetilde{E}_i(z_{ij}) = W_i(z_{ij}) \\ \vdots \\ \dfrac{d^{m_{ij}-1}}{ds^{m_{ij}-1}} \widetilde{E}_i(z_{ij}) = \dfrac{d^{m_{ij}-1}}{ds^{m_{ij}-1}} W_i(z_{ij}) \end{cases} \tag{9}$$

由于 $\alpha_i(s)$、$\beta_i(s)$与 $P(s)$的左右互质分解及（4）式的么模阵变换有关，而这种分解及变换不是唯一的。那么，$\alpha_i(s)$、$\beta_i(s)$是否唯一？也即 $\widetilde{E}_i(s)$是否唯一？

定理 1 最优解耦加权敏感性函数$\widetilde{E} = \mathrm{diag}[\widetilde{E}_1, \cdots, \widetilde{E}_m]$是唯一的。

该定理的证明需要如下引理作为基础。

引理 2 对一个行（或列）有理分式向量右乘（或左乘）任一多项式么模阵或 H^∞ 么模阵，不改变该行（或列）向量的不稳定 SCD。

证 （引理2证明略，下面为定理1的证明）因$\widetilde{E}_i$ 由 α_i、β_i 唯一确定，故只需证明 α_i、β_i 的唯一性即可。α_i 及当 $P(s)$为可逆方阵时 β_i 的唯一性证明较易，略。当 $P(s)$为非方阵时（$m<n$），$\beta_i(s)$的唯一性证明如下：

设 $P(s)$任两右互质分解为 $P(s) = N_r D_r^{-1} = N_r' D_r'^{-1}$，则存在么模阵 R 使$N_r' = N_r R$。再考虑到（4）式得

$$N_r' = N_r R = [\overline{N}_r \quad \mathbf{0}] M \cdot R = [\overline{N}_r \quad \mathbf{0}] M' \tag{10}$$

M'满足（4）式变换阵要求，故根据（6）式，由 N_r'与 N_r 可定义出相同的 β_i。

又设另有么模阵 M'满足（4）式，即

$$N_r = [\overline{N}_r' \quad \mathbf{0}] M' = [\overline{N}_r \quad \mathbf{0}] M \tag{11}$$

设$\overline{N}_r'^{-1}$及$\overline{N}_r^{-1}$第 i 列的不稳定 SCD 分别为$\beta_i'(s)$及 $\beta_i(s)$。由（11）式得 $[\overline{N}_r \quad \mathbf{0}] = [\overline{N}_r' \quad \mathbf{0}] M' M^{-1}$，又

$$[\overline{N}_r' \quad \mathbf{0}] M' M^{-1} \cdot M M'^{-1} \begin{bmatrix} \overline{N}_r'^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = I \tag{12}$$

对照上两式可得 $[\overline{N}_r \quad \mathbf{0}] \cdot M M'^{-1} \begin{bmatrix} \overline{N}_r'^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = I$，由于$\overline{N}_r$满秩，进而必有 $M M'^{-1} \begin{bmatrix} \overline{N}_r'^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{N}_r^{-1} \\ B \end{bmatrix}$，设 $M M'^{-1} = M''$，则

$$M''\begin{bmatrix}\overline{N}_r'^{-1}\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{N}_r^{-1}\\ B\end{bmatrix} \tag{13}$$

其中 B 为某有理分式阵，M'' 为满足（4）式变换要求的幺模阵。设（13）式右边矩阵第 i 列的不稳定 SCD 为 β''_i，则按不稳定 SCD 的定义可得 $\beta_i(s)|\beta''_i(s)$。又根据(13)式及引理2可得 $\beta'_i(s)=\beta''_i(s)$。故

$$\beta_i(s)|\beta'_i(s) \tag{14}$$

由（11）式，类似于（13）式可得 $[\overline{N}'_r \quad 0]\cdot M'M^{-1}\begin{bmatrix}\overline{N}_r^{-1}\\ 0\end{bmatrix}=I$，进而与（14）式类似可得 $\beta'_i(s)|\beta_i(s)$。再结合（14）式可得 $\beta'_i(s)=\beta_i(s)$。

五、最优控制器 $\widetilde{C}(s)$ 及其修正

由（8）、（9）式求得 $\widetilde{E}_i$ 后，可得 $\widetilde{E}=\mathrm{diag}[\widetilde{E}_1, \cdots, \widetilde{E}_m]$，再由（2）式可以得到 $\widetilde{E}=(I+P\widetilde{C})^{-1}W$。由此似乎可求得最优控制器 $\widetilde{C}(s)$。但一般这样得到的 $\widetilde{C}(s)$ 是非真的，因此必须修正，使其物理可实现，同时应不至于对其最优性有太大的损失。

为不破坏 $\widetilde{C}(s)$ 使 $\widetilde{S}$ 可实现的条件，引进参量 $\widetilde{Q}=\widetilde{C}(I+P\widetilde{C})^{-1}$ 表示控制器 $\widetilde{C}=\widetilde{Q}(I-P\widetilde{Q})^{-1}$，并通过对 $\widetilde{Q}$ 修正完成对 $\widetilde{C}$ 的修正。[3] 利用 $\widetilde{Q}$，加权敏感性函数可表示为

$$\widetilde{E}=(I-P\widetilde{Q})W \tag{15}$$

若 $m=n$，P^{-1} 存在，在求得 $\widetilde{E}$ 后可得 $\widetilde{Q}=P^{-1}(I-\widetilde{E}W^{-1})$。若 $m<n$，则 P^{-1} 不存在，但 $P(s)$ 总可以写成

$$P(s)=d^{-1}N=d^{-1}[\overline{N} \quad 0]M^{-1}=[\overline{P} \quad 0]M^{-1} \tag{16}$$

其中 M 为幺模阵，d 为 $P(s)$ 各元素的最小公分母，$\overline{P}$ 可逆。因 $P\cdot M\begin{bmatrix}\overline{P}^{-1}\\ 0\end{bmatrix}=I$，故 $\widetilde{Q}$ 可通过下式由 $\widetilde{E}$ 求得

$$\widetilde{Q}=M\begin{bmatrix}\overline{P}^{-1}\\ 0\end{bmatrix}[I-\widetilde{E}W^{-1}] \tag{17}$$

对 $\widetilde{Q}$ 的修正过程如下：当 $W_i(s)$ 严格真时，令 $\widetilde{E}_{li}=\widetilde{E}_i$；当 $W(s)$ 准真且 $\lim\limits_{|s|\to\infty, Re(s)\geqslant 0}|W_i(s)|\triangleq|W_i(\infty)|\leqslant|\widetilde{E}_i(j\omega)|$ 时，令 $\widetilde{E}_{li}=\widetilde{E}_i\left[1-\dfrac{\beta_i(s)}{\beta_i(-s)}\cdot\dfrac{\lambda_i s}{l+s}\right]$，其中 $\lambda_i=\dfrac{\widetilde{E}_i(\infty)-W_i(\infty)}{\widetilde{E}_i(\infty)\beta_i(\infty)}\beta_i(-\infty)$，$l$ 为大于零的数。对这两种情况令

$$\widetilde{E}_l = \mathrm{diag}[\widetilde{E}_{l1}, \cdots, \widetilde{E}_{lm}] \tag{18}$$

$$\widetilde{Q}_l = M\begin{bmatrix} \overline{P}^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}[I - \widetilde{E}_l W^{-1}] \tag{19}$$

$$\widetilde{Q}_K = Q_0(s) + [\widetilde{Q}_l(s) - Q_0(s)]\cdot \Lambda \tag{20}$$

其中 Q_0 为使 $S_0 = I - PQ_0$ 解耦且可实现的任意严格真控制器参量。$\Lambda = \mathrm{diag}[(K_1/(s+K_1))^{1+|l_1|}, \cdots, (K_m/(s+K_m))^{1+|l_m|}]$，$l_i$为$\widetilde{Q}_i$第 i 列各元素相对阶次[7]（分母阶次减去分子阶次）的最小者，K_i 为足够大的正整数。

$\widetilde{Q}_K$ 就是修正后的控制器参量，相应的控制器为 $\widetilde{C}_K = \widetilde{Q}_K(I - P\widetilde{Q}_K)^{-1}$。$\widetilde{Q}_K$ 及$\widetilde{C}_K$有如下性质。

定理 2 由(20)式确定的$\widetilde{C}_K = \widetilde{Q}_K(I - P\widetilde{Q}_K)^{-1}$是严格真的；且$\widetilde{S}_K = (I + P\widetilde{C}_K)^{-1}$是解耦且可实现的；同时，当 $K_i \to \infty (i = 1, \cdots, m)$时，$\widetilde{C}_K$ 是最优的，即 $\lim\limits_{\substack{K_i \to \infty \\ (i=1,\cdots,m)}} \|(I + P\widetilde{C}_K)^{-1} W\|_\infty = \|\widetilde{E}\|_\infty$。

证 略。

六、设 计 算 例

为说明上述设计方法，给出如下设计算例。

设有 $P(s) = \dfrac{(s-3)(s-10)}{(s^2-1)(s+3)^2}\begin{bmatrix} s+2 & s+1 \\ 0 & s+5 \end{bmatrix}$，$W(s) = \mathrm{diag}\left[\dfrac{1}{s+3}, \dfrac{1}{s+1}\right]$，

设计控制器$\widetilde{C}(s)$（见图1）使系统解耦且敏感性最小，过程如下：

$P(s)$的多项式左右互质分解为 $P = D_l^{-1}N_l = N_r D_r^{-1}$：

$$D_l = D_r = \begin{bmatrix} (s^2-1)(s+3)^2 & \\ & (s^2-1)(s+3)^2 \end{bmatrix}, \quad N_l = N_r = (s-3)(s-10)\begin{bmatrix} s+2 & s+1 \\ 0 & s+5 \end{bmatrix}$$

按定义得：$\alpha_1(s) = \alpha_2(s) = s-1$，$\beta_1(s) = \beta_2(s) = (s-10)(s-3)$。由（8）、（9）式得$\widetilde{E}_1$、$\widetilde{E}_2$为

$$\begin{cases} \widetilde{E}_1 = D_1\dfrac{s-1}{s+1}\cdot\dfrac{c_1-s}{c_1+s} \\[2mm] \dfrac{10-1}{10+1}\cdot D_1\cdot\dfrac{c_1-10}{c_1+10} = \dfrac{1}{13} \\[2mm] \dfrac{3-1}{3+1}\cdot D_1\cdot\dfrac{c_1-3}{c_1+3} = \dfrac{1}{6}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \widetilde{E}_2 = D_2\dfrac{s-1}{s+1}\cdot\dfrac{c_2-s}{c_2+s} \\[2mm] \dfrac{10-1}{10+1}\cdot D_2\cdot\dfrac{c_2-10}{c_2+10} = \dfrac{1}{11} \\[2mm] \dfrac{3-1}{3+1}\cdot D_2\cdot\dfrac{c_2-3}{c_2+3} = \dfrac{1}{10} \end{cases}$$

解上两组方程得 $\widetilde{E}_1=0.506\dfrac{(s-1)(14.560-s)}{(s+1)(14.560+s)}$，$\widetilde{E}_2=0.792\dfrac{(s-1)(13.262-s)}{(s+1)(13.262+s)}$。

进而可得：$\widetilde{Q}=P^{-1}[I-\widetilde{E}W^{-1}]=P^{-1}\cdot\mathrm{diag}\left[\dfrac{0.506(s-3)(s-10)(s+2.415)}{(s+1)(s+14.560)},\right.$

$\left.\dfrac{0.792(s-10)(s-3)}{s+13.262}\right]$.因$W_i(s)(i=1,2)$是严格真的，所以$\widetilde{E}_l=\widetilde{E}$，$\widetilde{Q}_l=\widetilde{Q}$。取

$$C_0=P^{-1}\frac{461(s-3)(s-10)(s-0.844)}{(s-1)(s-2)(s^3+22.8s^2-261s+5949)}$$

可验证 $$Q_0=C_0(I+PC_0)^{-1}=P^{-1}\frac{461(s-3)(s-10)(s-0.844)}{(s+3)^3(s+10)(s+0.844)}$$

使$S_0=(I-PQ_0)$解耦且可实现。又$\widetilde{Q}_l=\widetilde{Q}$，易知$\widetilde{Q}$第一、二列各元素相对阶次的最小值都为$-2$，故$\Lambda=\mathrm{diag}\left[\left(\dfrac{K_1}{s+K_1}\right)^3,\left(\dfrac{K_2}{s+K_2}\right)^3\right]$。$\widetilde{Q}_K$为：$\widetilde{Q}_K=Q_0+(\widetilde{Q}_l-Q_0)\Lambda$

$$=P^{-1}\cdot\mathrm{diag}\left\{\frac{461(s-3)(s-10)(s-0.844)}{(s+3)^3(s+10)(s+0.844)}+\left[\frac{0.506(s-10)(s-3)(s-2.415)}{(s+1)(s+14.560)}\right.\right.$$

$$\left.-\frac{461(s-3)(s-10)(s-0.844)}{(s+3)^3(s+10)(s+0.844)}\right]\left(\frac{K_1}{s+K_1}\right)^3,\ \frac{461(s-3)(s-10)(s+0.844)}{(s+3)^3(s+10)(s+0.844)}$$

$$\left.+\left[\frac{0.792(s-10)(s-3)}{s+13.262}-\frac{461(s-3)(s-10)(s-0.844)}{(s+3)^3(s+10)(s+0.844)}\right]\left(\frac{K_2}{s+K_2}\right)^3\right\}$$

所设计的控制器$\widetilde{C}_K=\widetilde{Q}_K(I-P\widetilde{Q}_K)^{-1}$。系统的最优敏感性为$\|\widetilde{E}\|_\infty=\max\{D_1,D_2\}=0.792$

若干扰的频带为$[\omega_0,\omega_t]$，一般可取$K_i\geqslant10\omega_t(i=1,2)$，这时最优指标与次优指标的差别$\leqslant2.1\%$[7]。

七、结 束 语

本文所给的解耦设计方法在多变量设计方面丰富了H^∞设计方法的内容。但由于H^∞方法是对最坏情况的研究，考虑因素偏保守，所设计的控制器形式较复杂，这可从例题看出。因此，在如何简化控制器而又尽量保持其最优性方面将有许多工作要做。

致谢 张钟俊教授对本文的工作给予了指导，在此表示感谢。

参 考 文 献

〔1〕 Francis, B. A., A Course in H_∞ Control Theory, Spring—Verlag, (1987).

〔2〕 Youla, D. C. et al., Modern Wiener—Hopf Design of Optimal Controllers; Part I, Part Ⅱ, IEEE Trans., AC-21, (1976), 3—31, 319—318.

〔3〕 Zames, G. and Francis, B. A., Feedback, Minimax Sensitivity, and Optimal Robustness, IEEE Trans., AC-28, (1983), 585—601.

〔4〕 Francis, B. A. and Zames, G., On H^∞ Optimal Sensitivity Theory for SISO Feedback Systems, IEEE Trans., AC-29, (1984), 9—16.

〔5〕 Xu, J. H. and Mansour, M., Design of H^∞—Optimal Controllers, Stability, Asymptotic Regulation and Disturbances Rejection, Proc. IEEE CDC, Athens, Greece, (Dec. 1986).

〔6〕 Bird, J. S. and Francis, B. A., On the Robust Disturbance Attenuation Problem, Proc. IEEE CDC, Athens, Greece, (Dec. 1986).

〔7〕 徐冬玲、杨剑波，广义系统的H^∞最小敏感性控制器设计，自动化学报，6(1989).

〔8〕 Francis, B. A. et al., H^∞—Optimal Feedback Controllers forM ultivariable Systems, IEEE Trans., AC-29, (1984), 888—900.

〔9〕 Chang, B. C. and Pearson, J. B., Optimal Disturbance Rejection in Linear Multivariable Systems, IEEE Trans., AC-29, (1984), 880—887.

〔10〕 Safonov, M. G., Future Direction in L^∞ Robust Control Theory, Proc. IEEE CDC, Athens, Greece, (Dec. 1986).

〔11〕 Safonov, M. G. and Chen, B. S., Multivariable Stability—Margin Optimization with Decoupling and Output Regulation, IEE Proc. Part D, 129, 6, (1982), 276—282.

〔12〕 Duren, P. L, Theory of H_p Space, Academic Press, New York (1970).

〔13〕 Kailath, T., Linear Systems, Prentice-Hall, (1980).

〔14〕 Vidyasagar, M., Control System Synthesis: A Factorization Approach, Cambridge, MA: MIT, (1985).

A Decoupling Design Method of MIMO Systems for H^∞ Optimal Sensitivity

Xu Dongling, Shi Songjiao, Jin Zhongji
(Department of Automatic Control, Shanghai Jiao Tong university)

Abstract

In the paper, a controller design method for obtaining optimal sensitivity of MIMO systems is proposed. In the method, sensitivity functions are first decoupled. Then the weighted and decoupled sensitivity functions are optimized by using SISO H^∞ design theory. The uniqueness of the optimal decoupled sensitiuity is proved. Besides, a method is developed in which the obtained nonproper optimal controller is approximated by a series of strictly proper sub—optimal controllers. At last, an example is given to show the design procedure.

Key words——H^∞ design theory; Optimal sensitivity; MIMO systems.