第6卷 增刊2
1989年4月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.6 Suppl.I. 2
April., 1989

广义系统的反馈控制

戴立意

（中国科学院系统科学研究所，北京）

摘　　要

本文介绍了广义系统的状态（输出）反馈的一种方便计算方法及反馈作用．讨论了系统的能控性结构指数并指出它是广义系统的不变量．最后研究了广义系统的极点结构配置和静态输出反馈下的极点配置．

一、引　　言

广义系统（或称奇异系统）的状态（或输出）反馈控制及其极点配置一直是人们关心的问题（Cobb 1981，Campbell 1982，Armentano 1984，陈树中 1985，王朝珠等1986）．本文介绍了一种极点配置方法，该方法比较有利于计算．并讨论了广义系统的极点结构配置和输出反馈控制．

二、状 态 反 馈 控 制

考虑广义系统

$$E\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t),\qquad (1.1)$$
$$y(t)=Cx(t),$$

其中，$x(t)\in \mathbf{R}^n$，$u(t)\in \mathbf{R}^h$，$y(t)\in \mathbf{R}^k$分别为系统（1.1）的状态、控制输入和量测输出．为讨论方便，设$\operatorname{rank}E<n$，且系统（1.1）是正则的，$\det(sE-A)\neq 0$．

系统（1.1）和纯状态反馈

$$u(t)=Kx(t)+v(t),\qquad (1.2)$$

这里$v(t)$是系统新的控制输入，构成闭环系统

$$E\dot{x}(t)=(A+BK)x(t)+Bv(t),\qquad (1.3)$$
$$y(t)=Cx(t).$$

文〔1,5〕已经证明：

定理 1.1 如果系统（1.1）是R-能控的，则必存在状态反馈（1.2），使（1.3）的有限极点能任意配置．进一步，若系统（1.1）还是脉冲能控的，则必存在（1.2）使闭环系统（1.3）具有$\operatorname{rank}E$个任意事先指定的对称极点．

本文于1986年5月12日收到，1987年9月7日收到修改稿．

下面讨论具体的极点配置计算方法.

设系统(1.1)是R-能控的，脉冲能控的，首先对E作满秩分解，存在可逆矩阵Q, $P\in \mathbf{R}^{n\times n}$，使

$$QEP=\mathrm{diag}(I_r,0),\quad r\triangleq \mathrm{rank}E$$

记 $QAP=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}QB,=\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2\end{bmatrix}$, $CP=[C_1,C_2]$, $x(t)=P\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t)\end{bmatrix}$,

则系统(1.1)受限制等价于

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t)&=A_{11}x_1(t)A_{12}x_2(t)+B_1u(t),\\ 0&=A_{21}x_2(t)+A_{22}x_2(t)+B_2u(t),\\ y(t)&=C_1x_1(t)+C_2x_2(t). \end{aligned}\tag{1.4}$$

因系统(1.1)是脉冲能控的，$\mathrm{rank}[A_{22}\,B_2]=n-r$[7]. 则存在可逆阵$Q_1$, $P_1\in\mathbf{R}^{(n-r)\times(n-r)}$，使

$$Q_1A_{22}P_1=\mathrm{diag}(I_{r_1},0),\quad r_1\triangleq \mathrm{rank}A_{22}.$$

若记 $Q_1B_2=\begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22}\end{bmatrix}$, $B_{21}\in\mathbf{R}^{r_1\times h}$, $B_{22}\in\mathbf{R}^{(n-r-r_1)\times h}$，则由$\mathrm{rank}[A_{22}\ B_2]=n-r$可知$B_{22}$行满秩$n-r-r_1$. 取

$$u(t)=K_2x_2(t)+u_1(t),\quad K_2=[0,B_{22}^{\tau}]P_1^{-1},\tag{1.5}$$

则(1.4)和(1.5)构成的闭环系统具有状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t)&=A_{11}x_1(t)+(A_{12}+B_1K_2)x_2(t)+B_1u_1(t),\\ 0&=A_{21}x_1(t)+(A_{22}+B_2K_2)x_2(t)+B_2u_1(t), \end{aligned}\tag{1.6}$$

并且$\det(A_{22}+B_2K_2)=\det(Q_1^{-1}P_1^{-1})\det(B_2B_2^{\tau})\neq 0$. 令$\overline{x}_2(t)=(A_{22}+B_2K_2)x_2(t)+A_{21}x_1(x)$，直接计算可知(1.1)受限制等价于

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t)&=\overline{A}_1x_1(t)+\overline{B}_1u_1(t),\\ 0&=\overline{x}_2(t)+B_2u_1(t), \end{aligned}\tag{1.7}$$

其中,

$$\begin{aligned} \overline{A}_1&=A_{11}-(A_{12}+B_1K_2)(A_{22}+B_2K_2)^{-1}A_{21},\\ \overline{B}_1&=B_1-(A_{12}+B_1K_2)^{-1}(A_{22}+B_2K_2)^{-1}B_2. \end{aligned}\tag{1.8}$$

依假定系统(1.1)，从而(1.7)，是R-能控的. 因此$(\overline{A}_1,\overline{B}_1)$是能控制的[5]. 对任一事先给定的$\mathrm{rank}E$个元组成的复平面上对称集合$\Lambda$，存在矩阵$K_1\in\mathbf{R}^{h\times r}$，使$\sigma(\overline{A}_1+\overline{B}_1K_1)=\Lambda$. 此时只需取$u(t)=Kx(t)+v(t)$, $K=[K_1,K_2]P^{-1}$，便有$\sigma(E,A+BK)=\Lambda$. 这样就完成了极点配置的计算过程.

该过程表明，只要选取K_2，使

$$\det(A_{22}+B_2K_2)\neq 0,\tag{1.9}$$

则在反馈（1.5）作用下，闭环系统（1.6）只有$n-\mathrm{rank}E$个单重无穷远极点。有趣的是相反的结论也成立。即

定理 1.2　若存在K，使闭环系统（1.3）只有$n-\mathrm{rank}E$个单重无穷远极点，则必有（1.9）成立，且其有限极点由$\overline{A}_1+\overline{B}_1K_1$确定。

证　〔2,3〕中已经证明，（1.3）只有$n-\mathrm{rank}E$个无穷远极点的充要条件是K满足：

$$\deg(\det(sE-(A+BK)))=\mathrm{rank}E, \tag{1.10}$$

这里$\deg(\cdot)$表示一个多项式的阶数。而

$\deg(\det(sE-(A+BK)))=\deg(\det(-(A_{22}+B_2K_2))s^r+s$的低次项$)\leqslant r=\mathrm{rank}E$。

且等式成立的充要条件是（1.9）成立。另外，与上述同样步骤可知此时，1.3，受限制等价于

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t)&=(\overline{A}_1+\overline{B}_1K_1)x_1(t)+\overline{B}_1u(t),\\ 0&=\overline{x}_2(t)+B_2K_1x_1(t)+B_2v(t).\end{aligned} \tag{1.11}$$

从而其有限极点由$\overline{A}_1+\overline{B}_1K_1$唯一确定。证毕。

该过程还表明，满足（1.9）的K_2并不是唯一的。对于不同的K_2（从而K亦可能不同）。由此过程求得的（1.3）的等价系统（1.11）亦不同。然而可以证明：

定理 1.3　假设系统（1.1）是能控的，记$l=\dim(I_m\overline{B}_1)$。$\nu_1^c\leqslant\nu_2^c\leqslant\cdots\leqslant\nu_l^c$为矩阵对$(\overline{A}_1,\overline{B}_1)$的能控性结构指数，则它们不依赖于$K$的选择，由（1.1）唯一确定。

证　由（1.8）式可知，要证如此定义的能控性结构指数不随K而变，只需证明它们取值不依赖于任何满足（1.9）的K_2。

设$\overline{K}_2$也满足$\det(A_{22}+B_2\overline{K}_2)\neq 0$。记

$$\overline{A}_2=A_{11}-(A_{12}+B_1\overline{K}_2)(A_{22}+B_2\overline{K}_2)^{-1}A_{21},\ \overline{B}_2=B_1-(A_{12}+\overline{B}_1K_2)(A_{22}+\overline{B_2K_2})^{-1}B_2.$$

注意到

$$(A_{21}+B_1\overline{K}_2)(A_{22}+B_2\overline{K}_2)^{-1}=(A_{12}+B_1K_2)(A_{22}+B_2K_2)^{-1}+\overline{B}_1M,$$ 这里

$M=(\overline{K}_2-K_2)(A_{22}+B_2\overline{K}_2)^{-1}$。因此，

$$\overline{A}_2=\overline{A}_1-\overline{B}_1MA_{21},\quad \overline{B}_2=\overline{B}_1(I-MB_2).$$

对任意整数ν，我们有

$$\begin{aligned}\mathrm{rank}[\overline{B}_2,\overline{A}_2\overline{B}_2,\cdots,\overline{A}_2^{\nu-1}\overline{B}_2]&=\mathrm{rank}[\overline{B}_1\overline{B}_1MB_2,(\overline{A}_1-\overline{B}_1MA_{21})\\ &\cdot(\overline{B}_1-\overline{B}_1MB_2),\cdots,(\overline{A}_1-\overline{B}_1MA_{21})^{\nu-1}(\overline{B}_1-\overline{B}_1MB_2)]\\ &\leqslant\mathrm{rank}[\overline{B}_1,\overline{A}_1\overline{B}_1,\cdots,\overline{A}_1^{\nu-1}\overline{B}_1]\end{aligned} \tag{1.12}$$

和

$$\mathrm{rank}[\overline{B}_1,\overline{A}_1\overline{B}_1,\cdots,\overline{A}_1^{\nu-1}\overline{B}_1]\leqslant\mathrm{rank}[\overline{B}_2,\overline{A}_2\overline{B}_2,\cdots,\overline{A}_2^{\nu-1}\overline{B}_2]. \tag{1.13}$$

联合（1.12）和（1.13）即知等号成立．根据能控性结构指数的定义即知$(\overline{A}_1, \overline{B}_1)$和$(\overline{A}_2, \overline{B}_2)$具有相同的能控性结构指数．从而它们不依赖于$K_2$的不同．证毕．

我们把$\nu_1^c \leqslant \cdots \leqslant \nu_l^c$定义为广义系统（1.1）在纯状态反馈（1.2）作用下的能控性结构指数．具体求法为，首先确定矩阵$K \in \mathbf{R}^{h\times n}$满足（1.10）；然后确定（1.3）的慢、快子系统分解，计算其慢子系统的能控性结构指数．则该组数即为所求．它们也可按（1.8）确定的$(\overline{A}_1, \overline{B}_1)$的能控性结构指数求得．

联合定理1.3和文[8]中的结论，易知

定理 1.4 设系统（1.1）是能控的，$\nu_1^c \leqslant \nu_2^c \leqslant \cdots \leqslant \nu_l^c$为其纯状态反馈时的能控性结构指数．设$p_i(s), i=1,2,\cdots,l$为任意满足$p_{i-1}(s)\,|\,p_i(s)$，$\sum\limits_{i=1}^{l}\alpha_i = r$，$\alpha_i = \deg(p_i(s))$的$l$个多项式．则总存在$K$，使（1.3）的慢子系统的系数阵恰以$\{p_i(s)\}$为其所有不变因子的充要条件为

$$\sum_{i=j}^{l}\alpha_i \geqslant \sum_{i=j}^{l}\nu_i^c, \quad i=1,2,\cdots,l.$$

对于广义系统，如下的反馈控制是常用的

$$u(t) = K_1 x(t) - K_2 \dot{x}(t) + v(t), \tag{1.14}$$

$v(t)$是系统新的控制输入．我们称为混合状态反馈．在该反馈作用下，闭环系统为

$$\begin{aligned}&(E+BK_2)\dot{x}(t) = (A+BK_1)x(t) + Bv(t),\\&y(t) = Cx(t).\end{aligned} \tag{1.15}$$

设系统（1.1）是能控的，$\operatorname{rank}B = h$．则必有$\operatorname{rank}[E, B] = n$[2,5]，从而在（1.4）中，$B_2$行满秩．取$K_2 = [0 \quad B_2^\tau]P^{-1}$，则

$$\det(E+BK_2) = \det(Q^{-1}P^{-1})\det(B_2B_2^\tau) \neq 0. \tag{1.16}$$

一旦K_2由（1.16）确定，则(1.15)的有限极点集为$\sigma(\hat{A} + \hat{B}K_1)$．其中$\hat{A} = (E+BK_2)^{-1}A$，$\hat{B} = (E+BK_2)^{-1}B$．依假设系统（1.1）是能控的，从而$(\hat{A}, \hat{B})$亦是能控的[5]．对由任意$n$个元组成的复平面上对称集合$\Delta$，均存在矩阵$K_1$，使$\sigma(\hat{A} + \hat{B}K_1) = \Delta$．这样确定的$K_1$，$K_2$即满足$\sigma(E+BK_2, A+BK_1) = \Delta$．

另外，由矩阵对$(\hat{A}, \hat{B})$同样可以确定一组能控性结构指数：$\mu_1^c \leqslant \mu_2^c \leqslant \cdots \leqslant \mu_h^c$．只要注意到对于任意满足（1.16）的二矩阵$K_2$和$\overline{K}_2$，

$$\begin{aligned}&\overline{A} \triangleq (E+B\overline{K}_2)^{-1}A = \hat{A} - \hat{B}\hat{M}A,\\&\overline{\hat{B}} \triangleq (E+B\overline{K}_2)^{-1}B = \hat{B} - \hat{B}\hat{M}B,\end{aligned}$$

其中$\hat{M}=(\hat{K}_2-K_2)(E+BK_2)^{-1}$. 易知这样确定的能控性结构指数亦不依赖于$K_2$的选取。我们称它们为混合反馈时系统(1.1)的能控性结构指数. 同样

定理 1.5　设系统(1.1)是能控的，$\mu_1^c\leqslant\mu_2^c\leqslant\cdots\leqslant\mu_h^c$为其混合反馈时系统(1.1)的能控性结构指数. 则对任何满足：① $q_{i-1}(s)|q_i(s)$，　②$\sum_{i=1}^{h}\beta_i=n$，$\beta_i=\deg(q_i(s))$ 的多项式 $q_i(s)$，$i=1,2,\cdots,h$. 存在K_1，K_2，使(1.15)的所有不变因子恰为$\{q_i(s)\}$，当且仅当：

$$\sum_{i=j}^{h}\beta_i\geqslant\sum_{i=j}^{h}\mu_i^c,\qquad j=1,2,\cdots,h.$$

三、输 出 反 馈 控 制

下面我们将讨论静态输出反馈. 其主要特点是易于实现. 但它比状态反馈具有更多的局限性，往往难以满足人们对闭环的要求.

引理 2.1[12]　给定矩阵$A\in\mathbf{R}^{n\times n}$，$\mathrm{rank}B=h$，$\mathrm{rank}C=k$. 假定$(A,B,C)$是能控能观的. 则存在矩阵$K$，使得$A+BKC$的$\max\{h,k\}$个特征值可以配置到任意接近事先给定的$\max\{h,k\}$个对称位置.

考虑广义系统(1.1)及其静态输出反馈

$$u(t)=Ky(t)+v(t).\tag{2.1}$$

闭环系统为

$$\begin{aligned}E\dot{x}(t)&=(A+BKC)x(t)+Bv(t),\\ y(t)&=Cx(t).\end{aligned}\tag{2.2}$$

设系统(1.1)是能控能观的，则(1.4)中B_2，C_2分别行、列满秩. 选取

$$u(t)=K_1y(t)+u_1(t),K_1=B_2^\tau(B_2B_2^\tau)^{-1}(I-A_{22})(C_2^\tau C_2)^{-1}C_2^\tau,\tag{2.3}$$

则(2.3)和系统(1.1)构成的闭环系统受限制等价于

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t)&=(A_{11}+B_1K_1C_1)x_1(t)+(A_{12}+B_1K_1C_2)x_2(t)+B_1u_1(t),\\ 0&=(A_{21}+B_2K_1C_1)x_1(t)+x_2(t)+B_2u(t),\\ y(t)&=C_1x_1(t)+C_2x_2(t).\end{aligned}\tag{2.4}$$

令 $\tilde{x}_2(t)=x_2(t)+(A_{21}+B_2K_1C_1)x_1(t)$，则(2.4)受限制等价于

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t)&=\tilde{A}_1x_1(t)+\tilde{B}_1u_1(t),\\ 0&=\tilde{x}_2(t)+B_2u_1(t),\\ y(t)&=\tilde{C}_1x_1(t)+C_2\tilde{x}_2(t),\end{aligned}\tag{2.5}$$

其中，

$$\begin{aligned}\tilde{A}_1&=A_{11}+B_1K_1C_1-(A_{12}+B_1K_1C_2)(A_{21}+B_2K_1C_1),\\ \tilde{B}_1&=B_1-(A_{12}+B_1K_1C_2)B_2,\end{aligned}\tag{2.6}$$

$$\widetilde{C}_1 = C_1 - C_2(A_{21} - B_2K_1C_1).$$

闭环系统（2.5）只有$n-\mathrm{rank}E$个单重无穷远极点，因此其状态响应中不含脉冲项。因而，在静态输出反馈控制下，闭环系统（2.2）的无穷远极点是很清楚的。但其有限极点却远非如此简单。

注意到，对任何静态输出反馈

$$u_1(t) = Ky(t) + v(t), \tag{2.7}$$

（2.5）和（2.7）构成闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= (\widetilde{A}_1 + \widetilde{B}_1K\widetilde{C}_1)x_1(t) + \widetilde{B}_1KC_2\widetilde{x}_2(t) + \widetilde{B}_1v(t), \\ 0 &= B_2K\widetilde{C}_1x_1(t) + (I + B_2KC_2)\widetilde{x}_2(t) + B_2v(t). \end{aligned} \tag{2.8}$$

只要K满足

$$\det(I + B_2KC_2) \neq 0, \tag{2.9}$$

闭环系统（2.8）的有限极点集为

$$\sigma(\widetilde{A}_1 + \widetilde{B}_1K\widetilde{C}_1 - \widetilde{B}_1KC_2(I + B_2KC_2)^{-1}B_2K\widetilde{C}_1) = \sigma(\widetilde{A}_1 + \widetilde{B}_1\overline{K}\widetilde{C}_1), \tag{2.10}$$

其中，$\overline{K} = (I + KC_2B_2)^{-1}K$，并且

$$K = \overline{K}(I - C_2B_2\overline{K})^{-1} = (I - \overline{K}C_2B_2)^{-1}\overline{K}. \tag{2.11}$$

注意到，$(I+B_2KC_2)^{-1}$，$(I+KC_2B_2)^{-1}$，$(I-\overline{K}C_2B_2)^{-1}$，$(I-C_2B_2\overline{K})^{-1}$，$(I-B_2\overline{K}C_2)^{-1}$中只要有一个存在，其余四个必然存在。因此，系统（2.2）的极点配置转化成了$\overline{K}$满足

$$\det(I - B_2\overline{K}C_2) \neq 0 \tag{2.12}$$

时，(2.10)的集合配置问题。另外，若系统(1.1)是能控能观的，$(\widetilde{A}_1, \widetilde{B}_1, \widetilde{C}_1)$亦是能控能观的。从而综合上述结论和引理2.1可得

定理 2.1 给定系统(1.1)，如果它是能控能观的，并且$\widetilde{h} = \mathrm{rank}\widetilde{B}_1$，$\widetilde{k} = \mathrm{rank}\widetilde{C}_1$，则存在反馈矩阵$K$，使闭环系统（2.2）只有$n-\mathrm{rank}E$个单重无穷远极点。并且其$\max\{\widetilde{h}, \widetilde{k}\}$个有限极点可配置到任意接近事先给定的$\max\{\widetilde{h}, \widetilde{k}\}$个对称位置。

证 注意到$(\widetilde{A}_1, \widetilde{B}_1, \widetilde{C}_1)$是能控能观的，由引理2.1可知存在矩阵$\overline{K}$，使$\widetilde{A}_1 + \widetilde{B}_1\overline{K}\widetilde{C}_1$的$\max\{\widetilde{h}, \widetilde{k}\}$个极点可配置到任意接近事先指定的$\max\{\widetilde{h}, \widetilde{k}\}$个对称位置。若$\overline{K}$满足(2.12)，则由（2.11）确定的$K$即满足要求；若$\overline{K}$不满足（2.12），由于不满足（2.12）的$\overline{K}$仅处在向量空间中的一个超平面上。从而必存在矩阵$\widetilde{K}$，$\widetilde{K}$满足(2.12)且任意接近于$\overline{K}$。只要取$K = (I - \widetilde{K}C_2B_2)^{-1}\widetilde{K}$（$K$存在！），由此$K$构成的闭环系统（2.2）就具有$\max\{\widetilde{h}, \widetilde{k}\}$个有限极点任意接近于事先指定的$\max\{\widetilde{h}, \widetilde{k}\}$个对称位置。

最后我们再讨论输出的混合反馈控制

$$u(t) = K_1y(t) - K_2\dot{y}(t) + v(t). \tag{2.13}$$

此时（2.13）和（1.1）构成闭环系统

$$\begin{aligned}(E+BK_2C)\dot{x}(t)&=(A+BK_1C)x(t)+Bv(t),\\ y(t)&=Cx(t).\end{aligned}\tag{2.14}$$

如果系统（1.1）是能控的，能观的，则（1.4）中，B_2和C_2分别行、列满秩，只要取$K_2=\varepsilon B_2^{\tau}C_2^{\tau}$，$\varepsilon\neq 0$是一标量，则直接计算可知

$$\det(E+BK_2C)=\det(Q^{-1}P^{-1})\cdot\det(\varepsilon B_2B_2^{\tau}C_2^{\tau}C_2)\neq 0.$$

对于如此确定的K_2，闭环系统（2.14）成为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=(A^*+B^*K_1C)x(t)+B^*v(t),\\ y(t)&=Cx(t),\end{aligned}\tag{2.15}$$

这里，$A^*=(E+BK_2C)^{-1}A$，$B^*=(E+BK_2C)^{-1}B$。依假定系统(1.1)是能控能观的，从而(A^*，B^*，C）能控、能观。

由引理2.1易知

定理 2.2　如果系统（1.1）是能控能观的，且$\text{rank}B=h$，$\text{rank}C=k$，则存在反馈矩阵K_1，K_2，使闭环系统（2.15）没有无穷远极点，并且其$\max\{h,k\}$个有限极点可配置到任意接近事先给定的$\max\{h,k\}$个对称位置。

四、结　束　语

易知本文的结论不难推广到离散广义系统和一般的广义线性系统。需要指出，这里仅讨论了闭环系统只有$n-\text{rank}E$个无穷远极点时（或无任何无穷远极点时），其有限极点的结构配置。至于一般情况（即结构配置包括有限极点和无穷远极点），有必要进一步予以讨论，但配置无穷远极点的结构的物理意义尚不明确。

参　考　文　献

〔1〕 Cobb, J.D., Feedback and Pole Placement in Descriptor Variable Systems, Int. J.Control, 33:6, (1981), 1135—1146.

〔2〕 Cobb.J.D., Controllability, Observability and Duality in Singular Systems, IEEE Trans. AC—29:12, (1984), 1076—1082.

〔3〕 Campbell, S.L., Singular Systems of Differential Equations Ⅱ, New York, Pitman, (1982).

〔4〕 Armentano, V.A., Eigenvalue Placement for Generalized Linear Systems, Systems & Control Letters, 4:4, (1984), 199—202.

〔5〕 王朝珠、戴立意，广义系统的状态观测器，第五届全国控制理论及其应用学术交流会论文集（1985），上卷，31—34.

〔6〕 陈树中，广义状态系统的反馈和极点配置，第四届全国控制理论及其应用学术交流会，（昆明），（1983）。

〔7〕 戴立意，广义系统的受限制等价与能控、能观性，中科院研究生院学报，4:1（1987），42—50.

〔8〕 Rosenbrock,H.H,G.E.Hayton, The General Problem of Pole Assignment, Int.J.Control,27:6,（1978）,837—852.

〔9〕 Falamm,D.S., A New Proof of Rosenbrock's Theorem on Pole Assignment, IEEE Trans., AC—25:6,（1980）, 1128—1131.

〔10〕 Davison E.J. and S.H.Wang, On Pole Assignment in Linear Multivariable Systems Using Output Feedback, IEEE Trans., AC—20:4,（1975）,516—519.

〔11〕 Kimura, H., Pole Assignment by Gain Output Feedback, IEEE Trans., AC—20:4,（1975）, 509—516.

〔12〕 Davison, E.J., On Pole Assignment in Linear Systems with Incomplete State Feedback, IEEE Trans.,AC—15,（1970）, 348—351.

Feedback Control in Singular Systems

Dai Liyi

(Institute of Systems Science, Academia Sinica, Beijing)

Abstract

This paper proposes a convenient gain computation algorithm for state and output feedback control in singular systems. The controllability indices of such systems are studied and proved to be invariants for such systems. It further discusses the problems of pole structure assignment and pole assignment via static output feedback control.