

非高斯线性过程三重谱估计及其在反褶积方法中的应用

何一帆 贾沛璋

(中国科学院系统科学研究所, 北京)

摘 要

近来的一些文献表明, 地震数据处理中的反射系数近似为零对称分布, 反射系数的3阶累积矩等于零. 对此情形, 应用三重谱技术作高阶谱反褶积效果更好. 本文研究具有非高斯白噪声激励的有限阶滤波器输出的三重谱估计, 利用三重谱的有限和表示形式构造了一种递推估计算法, 该算法的计算量与滤波器阶的一次项同量级. 我们还证明了用该算法所得估计值的渐近无偏性和一致性. 将此算法应用于非最小相位反卷积仿真, 几个仿真实例的滤波器参数和反射系数估计值的偏差都明显低于[1]中的估计结果.

一、引 言

在地震记录建模问题中, 我们用如下滤波器模拟地震数据

$$y_t = \sum_{h=0}^q b_h x_{t-h}, \quad (1)$$

此处, $B = (b_0, \dots, b_q)^T$ 表示子波, 代表有限阶滤波器脉冲响应, $\{x_t\}$ 表示地层反射系数, 因为地层的结构信息包含在 $\{x_t\}$ 中, 我们希望用测量记录 $\{y_t\}$ 作反褶积恢复 $\{x_t\}$. 这一问题的困难在于 B 和 $\{x_t\}$ 未知, 子波 B 是混合相位. 假设 $\{x_t\}$ 为零均值独立同分布 (*i.i.d.*) 非高斯白噪声, 则 $\{y_t\}$ 是平稳非高斯线性随机过程.

在文献[1]中, Lii 和 Rosenblatt 提出了利用滤波输出的三重谱估计作反褶积的方法, 在假定存在三重谱一致估计的条件下, 可得到滤波器参数的一致估计. 这种方法适用输入 $\{x_t\}$ 是零对称分布白噪声的反褶积问题. Lii 等在作仿真时, 利用4阶加窗周期图作三重谱估计, 这种方法的估计方差与 N^2 成正比, 其中 N 是作三重谱估计的信号长度. 为了降低方差, Lii 等将信号分段作三重谱估计, 相当于对三重谱估计作平滑, 降低了分辨率. 本文利用有限阶滤波器输出三重谱有限和表示形式, 构造了一种递推估计三重谱算法, 其计算量比直接作三重谱估计明显减少, 并能得到三重谱一致估计, 估计偏差和方差都是 $O\left(\frac{1}{N}\right)$ 量级. 此方法还可用于作在线估计和有限记忆估计, 分别适应于信号长度增长和滤波参数慢时变情

形的反褶积问题。利用这一算法对(1)中的几个模型作仿真,其结果比(1)中所得的结果有明显改进。

二、累积矩和三重谱

假设 $\{y_t\}$ 是零均值平稳随机序列,众所周知 $\{y_t\}$ 的三重谱是它的四阶累积矩 γ_{u_1, u_2, u_3} 的 Fourier 变换

$$b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -\infty}^{\infty} \gamma_{u_1, u_2, u_3} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k}, \quad (2)$$

其中,
$$\gamma_{u_1, u_2, u_3} = E y_0 y_{u_1} y_{u_2} y_{u_3} - (E y_0 y_{u_1} E y_{u_2} y_{u_3} + E y_0 y_{u_2} E y_{u_1} y_{u_3} + E y_0 y_{u_3} E y_{u_1} y_{u_2}).$$

以下简记
$$M_{u_1, u_2, u_3} = E y_0 y_{u_1} y_{u_2} y_{u_3},$$

$$M_{u_1} = E y_0 y_{u_1},$$

$$\gamma_{u_1, u_2, u_3} = M_{u_1, u_2, u_3} - (M_{u_1} M_{u_3 - u_2} + M_{u_2} M_{u_3 - u_1} + M_{u_3} M_{u_2 - u_1}).$$

(2) 的逆变换如下:

$$\gamma_{u_1, u_2, u_3} = \iiint_{-\pi}^{\pi} b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) e^{i \sum_{k=1}^3 u_k \lambda_k} d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3.$$

假设 $\{y_t\}$ 是线性定常滤波器用独立同分布非高斯白噪声激励的输出,滤波器的频率响应记为

$$\alpha(e^{i\lambda}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k e^{-ik\lambda},$$

不难证明

$$b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{\gamma_4}{(2\pi)^3} \alpha(e^{i\lambda_1}) \alpha(e^{i\lambda_2}) \alpha(e^{i\lambda_3}) \alpha(e^{-i(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}). \quad (3)$$

(3) 式给出了系统频率响应 $\alpha(e^{i\lambda})$ 与系统输出三重谱之间的关系,其中 $\gamma_4 = E x_n^4 - 3E x_n^2$ 。

(3) 式可用来估计 $\alpha(e^{i\lambda})$ 的相位。

三、三重谱估计

由(1)式表达的滤波器的频率响应记为

$$\alpha(e^{i\lambda}) = b_0 + b_1 e^{-i\lambda} + \dots + b_q e^{-iq\lambda}.$$

定理 设 $\{y_t\}$ 是 MA(q) 滤波器用独立同分布非高斯白噪声激励的输出, γ_{u_1, u_2, u_3} 为 $\{y_t\}$ 的 4 阶累积矩, 则有当 $|u_1| > q$ 或 $|u_2| > q$ 或 $|u_3| > q$ 时 $\gamma_{u_1, u_2, u_3} = 0$ 。

$$\begin{aligned}
 \text{证 } b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= \frac{\gamma_4}{(2\pi)^3} \alpha(e^{i\lambda_1}) \alpha(e^{i\lambda_2}) \alpha(e^{i\lambda_3}) \alpha(e^{-i(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}) \\
 &= \frac{\gamma_4}{(2\pi)^3} \left(\sum_{k_1=0}^q b_{k_1} e^{-ik_1\lambda_1} \right) \left(\sum_{k_2=0}^q b_{k_2} e^{-ik_2\lambda_2} \right) \\
 &\quad \cdot \left(\sum_{k_3=0}^q b_{k_3} e^{-ik_3\lambda_3} \right) \cdot \left(\sum_{k_4=0}^q b_{k_4} e^{ik_4(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \right) \\
 &= \frac{\gamma_4}{(2\pi)^3} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4=0}^q b_{k_1} b_{k_2} b_{k_3} b_{k_4} e^{-i(k_1 - k_4)\lambda_1} \\
 &\quad \cdot e^{-i(k_2 - k_4)\lambda_2} \cdot e^{-i(k_3 - k_4)\lambda_3}.
 \end{aligned}$$

当 $|u_1| > q$ 或 $|u_2| > q$ 或 $|u_3| > q$ 时, $b_{k_1} b_{k_2} b_{k_3} b_{k_4} = 0$, 因此由Fourier逆变换关系式, 显然有

$\gamma_{u_1, u_2, u_3} = 0$. 当 $|u_1| > q$ 或 $|u_2| > q$ 或 $|u_3| > q$. 证毕.

记 $d(u_1, u_2, u_3) = \max\{|u_1|, |u_2|, |u_3|, |u_3 - u_1|, |u_3 - u_2|, |u_2 - u_1|\}$

推论 当 $(u_1, u_2, u_3) \in \Omega \triangleq \{(u_1, u_2, u_3) | d(u_1, u_2, u_3) > q\}$ 时, $\gamma_{u_1, u_2, u_3} = 0$.

由定理可得如下三重谱有限和表示式

$$b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \gamma_{u_1, u_2, u_3} e^{-i \sum_{h=1}^3 \lambda_h u_h} \quad (4)$$

设有 $N + 2q$ 个滤波输出信号采样 $y_{-q}, \dots, y_0, \dots, y_{N+q-1}$, 采用矩的无偏估计量

$$\hat{M}_{u_1, u_2, u_3} = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} y_t y_{t+u_1} y_{t+u_2} y_{t+u_3},$$

$$\hat{M}_u = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} y_t y_{t+u},$$

则可得4阶累积矩估计:

$$\hat{\gamma}_{u_1, u_2, u_3} = \hat{M}_{u_1, u_2, u_3} - \hat{M}_{u_1} \hat{M}_{u_3 - u_2} - \hat{M}_{u_2} \hat{M}_{u_3 - u_1} - \hat{M}_{u_3} \hat{M}_{u_2 - u_1},$$

从而得三重谱估计

$$\hat{b}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{\gamma}_{u_1, u_2, u_3} e^{-i \sum_{h=1}^3 \lambda_h u_h} \quad (5)$$

由(5)式我们可构造一种递推估计算法, 此算法适合固定信号长度, 增长的信号长度和有限记忆三种类型的三重谱估计.

固定信号长度

$$\begin{aligned} \hat{b}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_1, u_2, u_3} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k} \\ &\quad - \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_1} \hat{M}_{u_3 - u_2} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k} \\ &\quad - \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_2} \hat{M}_{u_3 - u_1} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k} \\ &\quad - \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_3} \hat{M}_{u_2 - u_1} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k} \end{aligned}$$

记 $\hat{B}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{1}{N} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q y_t y_{t+u_1} y_{t+u_2} y_{t+u_3} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{N} \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \sum_{t=0}^{N-1} y_t y_{t+u_1} y_{t+u_2} y_{t+u_3} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} y_t e^{it(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \sum_{r_1 = -q+t}^{q+t} y_{r_1} e^{-i\lambda_1 r_1} \\ &\quad \cdot \sum_{r_2 = -q+t}^{q+t} y_{r_2} e^{-i\lambda_2 r_2} \cdot \sum_{r_3 = -q+t}^{q+t} y_{r_3} e^{-i\lambda_3 r_3} \end{aligned}$$

令 $Z(\lambda, t) = \sum_{r = -q+t}^{q+t} y_r e^{-i\lambda r}$ (6)

$Z(\lambda, t) = Z(\lambda, t-1) - y_{-q+t-1} e^{-i\lambda(-q+t-1)} + y_{q+t} e^{-i\lambda(q+t)}$ (7)

由(7)式, 固定 λ 可对 t 递推计算出 $Z(\lambda, t)$, $t=0, 1, 2, \dots, N-1$, 由 $Z(\lambda, t-1)$ 求 $Z(\lambda, t)$ 只需作12次乘法.

假设要在 N_1 个频率采样点上估计三重谱, 不妨设 λ_1, λ_2 固定, 在 $\lambda_3^{(1)}, \lambda_3^{(2)}, \dots, \lambda_3^{(N_1)}$ 处计算 \hat{B}_N . 先由(7)式递推计算出

$$Z(\lambda_3^{(k)}, t) \quad k=1, 2, \dots, N_1, \quad t=0, 1, \dots, N-1,$$

$$Z(\lambda_1, t), \quad Z(\lambda_2, t), \quad t=0, 1, \dots, N-1,$$

其中, 用(6)式计算初值 $Z(\lambda, 0)$, 令

$$z_t = y_t \cdot Z(\lambda_1, t) Z(\lambda_2, t),$$

则 $\hat{B}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} z_t Z(\lambda_3^{(k)}, t) e^{it(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3^{(k)})}$,

计算 $\hat{B}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) \quad k=1, 2, \dots, N_1$ 共需 $4q(N_1 + 2) + (N_1 + 2)(N - 1) + 9N_1 + 17N_1 N$ 次乘法. 计算量只与 q 的一次项有关, 当 q 较大时, 计算量不会显著增加, 记

$$R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_1} \hat{M}_{u_3 - u_2} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k},$$

$$R(2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_2} \hat{M}_{u_3 - u_1} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k},$$

$$R(3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{u_1, u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_3} \hat{M}_{u_2 - u_1} e^{-i \sum_{k=1}^3 \lambda_k u_k},$$

$$R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{u_1 = -q}^q \hat{M}_{u_1} e^{-i \lambda_1 u_1} \sum_{u_3 = -q}^q e^{-i(\lambda_3 + \lambda_2)u_3} \cdot \sum_{t = -q + u_3}^{q + u_3} \hat{M}_t e^{i \lambda_2 t}.$$

$$\text{令 } \bar{Z}(\lambda, u_3) = \sum_{t = -q + u_3}^{q + u_3} \hat{M}_t e^{i \lambda t},$$

假设 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3^{(2)}$, λ_3 是等间隔取样, 作一个关于 $\bar{Z}(\lambda_2, u_3)$ 对 u_3 的 N_1 点的 FFT 可求出

$$\sum_{u_2, u_3 = -q}^q \hat{M}_{u_3 - u_2} e^{-i \lambda_2 u_2 - i \lambda_3^{(k)} u_3}, \quad k = 1, 2, \dots, N_1$$

作一个关于 2 阶矩的 N_1 点 FFT 可求出振幅谱的 N_1 个点采样值。

当取 $\lambda_1 = \lambda_2$ 时, $R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) = R(2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) \quad k = 1, 2, \dots, N_1$ 。

当取 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3^{(2)}$ 时, 我们有

$$R(3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) = R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(2)}) \frac{\left| \hat{\alpha}(e^{i \lambda_3^{(k)}}) \right|^2}{\left| \hat{\alpha}(e^{i \lambda_3^{(2)}}) \right|^2}, \quad k = 1, 2, \dots, N_1$$

其中, $\left| \hat{\alpha}(e^{i \lambda_3^{(k)}}) \right|^2$ 为 $\{y_t\}$ 的振幅谱估计。

$$\begin{aligned} \hat{b}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} [\hat{B}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) - R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) \\ &\quad - R(2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) - R(3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)})] \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} [\hat{B}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) - 2R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(k)}) \\ &\quad - \frac{\left| \hat{\alpha}(e^{i \lambda_3^{(k)}}) \right|^2}{\left| \hat{\alpha}(e^{i \lambda_3^{(2)}}) \right|^2} R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(2)})], \quad k = 1, 2, \dots, N_1 \end{aligned}$$

计算 $R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(h)})$ 的计算量远小于计算 \hat{B}_N 的计算量。

增长的信号长度

作者已证明 (5) 式是三重谱的渐近无偏和一致估计, 信号样本越长, 估计效果越好。假设利用现有的 $N + 2q$ 个信号估计了三重谱之后, 又得到一些信号样本, 我们期望用更长的样本作谱估计, 这时利用现有的估计量进行递推, 不必完全照搬前面的算法可显著减少计算量。其问题的具体提法如下

假设用 y_{-q}, \dots, y_{N-1+q} 作出了三重谱估计, 设增加一个样本 y_{N+q} , 此时可导出递推公式如下:

$$\begin{aligned} \hat{B}_{N+1}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(h)}) &= \frac{N}{N+1} \hat{B}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{(h)}) \\ &+ \frac{1}{N+1} z_N Z(\lambda_3^{(h)}, N) e^{iN(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3^{(h)})} \end{aligned} \quad (9)$$

对 $R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 的计算是简单的。

有限记忆估计

考虑滤波器为

$$y_t = a_0(t)x_t + a_1(t)x_{t-1} + \dots + a_q(t)x_{t-q}. \quad (10)$$

假设 $a_0(t), a_1(t), \dots, a_q(t)$ 是慢时变的, 即在一段时间内它们变化不大, 但是随着时间变化, 滤波器参数将连续变化。

设适合将信号看成定常系统输出的信号长度是 $N + 2q$ 。每次都用 $N + 2q$ 个数据样本作三重谱估计, 设有如下两串信号:

第一串: $y_{-q}, \dots, y_0 \dots y_{q+N-1}$,

第二串: $y_{-q+1}, \dots, y_0 \dots y_{q+N}$,

设第 S 串信号的各估计量是: $\hat{b}_N^{(S)}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3), \hat{B}_N^{(S)}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3), R^{(S)}(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$

$Z^{(S)}(\lambda, t) z_t^{(S)} \quad S=1, 2, \dots$, 则可得递推公式

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{B}_N^{(2)}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= \hat{B}_N^{(1)}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) + z_{N-1}^{(2)} Z^{(2)}(\lambda_3, N-1) \\ &\quad \cdot e^{i(N-1)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - z_0^{(1)} Z^{(1)}(\lambda_3, 0) e^{i(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}, \\ Z^{(2)}(\lambda_3, N-1) &= \left[Z^{(1)}(\lambda_3, N-1) + y_{N+q} e^{-i\lambda_3(q+N)} - y_{N-q-1} e^{-i\lambda_3(N-q-1)} \right] \\ &\quad \cdot e^{i\lambda_3}, \\ Z^{(2)}(\lambda_3, 0) &= [Z^{(1)}(\lambda_3, 0) + y_{q+1} e^{-i\lambda_3(q+1)} - y_{-q} e^{-i\lambda_3 q}] e^{i\lambda_3}, \\ z_{N-1}^{(2)} &= y_N Z^{(2)}(\lambda_1, N-1) Z^{(2)}(\lambda_2, N-1), \\ z_0^{(2)} &= z_1^{(1)} e^{i(\lambda_1 + \lambda_2)}. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

如果要作 N_1 个频率采样点三重谱估计,每递推一步作 $24N_1$ 次乘法,其中计算量与滤波器的阶无关,对高阶滤波器其优越性更加显著,谱采样点不规则时,也能应用这一方法。

$R(1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3^{k+1})$ 的计算是简单的。

四、估计偏差和方差

作者已证明(略)(5)式中 $\hat{b}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 是 $b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 的渐近无偏估计,其偏差和方差是 $O\left(\frac{1}{N}\right)$ 量级, $\hat{b}_N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 是 $b(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 的一致估计。

五、仿真实例

我们采用[1]中的一组实例作仿真模拟,考虑的模式是

$$y_t = x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} \quad t = 1, 2, \dots, 660. \quad (12)$$

用本文给出的方法对256个频率采样点作三重谱估计,用[1]的方法由三重谱估计得到子波相位估计,确定子波参数后有

$$\hat{x}_t = \frac{1}{\hat{b}_0 + \hat{b}_1 z^{-1} + \hat{b}_2 z^{-2}} y_t.$$

该传递函数具有位于单位圆内的极点,把 $1/(\hat{b}_0 + \hat{b}_1 z^{-1} + \hat{b}_2 z^{-2})$ 展开后将是双边的。

所采用的滤波器系数真值列于表1,估计结果列于表2,表3列出了[1]中的估计结果。[1]中所用的反射系数列是在IMSL上用GEXN产生的对称双指数分布伪随机序列。(12)式中 x_t 是独立同分布序列, x_t 是用混合同余法产生的 $(-0.5, 0.5)$ 上贝努里均匀分布白噪声, $p(x_t = 0) = 0.4$, $p(x_t \neq 0) = 0.6$ 。其三阶累积矩为零,4阶累积矩不等于零。 \hat{x}_t 是估计的反射系数。

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{660} \sum_{t=1}^{660} (x_t - \hat{x}_t)^2,$$

表1 滤波器参数

情形	系数			根	
	b_0	b_1	b_2	r_1	r_2
1	1.0	-0.8333	0.167	2.0	3.0
2	1.0	-2.333	0.667	0.5	3.0
3	1.0	-3.50	1.50	2.0	0.333
4	1.0	-5.0	6.0	0.5	0.333

σ_n^2 是反射系数残差的方差估计，两种滤波参数情形的反射系数残差方差的估计列于表2。

表 2 估计值

情形	系 数			σ_n^2
	b_0	b_1	b_2	
1	0.9369	-0.8261	0.0973	0.124×10^{-3} 0.383×10^{-3}
2	1.0104	-2.319	0.664	
3	1.0679	-3.4169	1.5198	
4	1.7376	-4.6492	4.7346	

比较表2和表3可看出估计结果有较大改进。图1分别给出了滤波器参数是情形3的输入反射系数真值，反射系数估计值。

表 3 [1]中的估计值

情形	系 数		
	b_0	b_1	b_2
1	1.08	-0.3886	-0.1043
2	0.8835	-2.121	0.8028
3	1.874	-2.544	1.153
4	1.805	-3.22	3.865

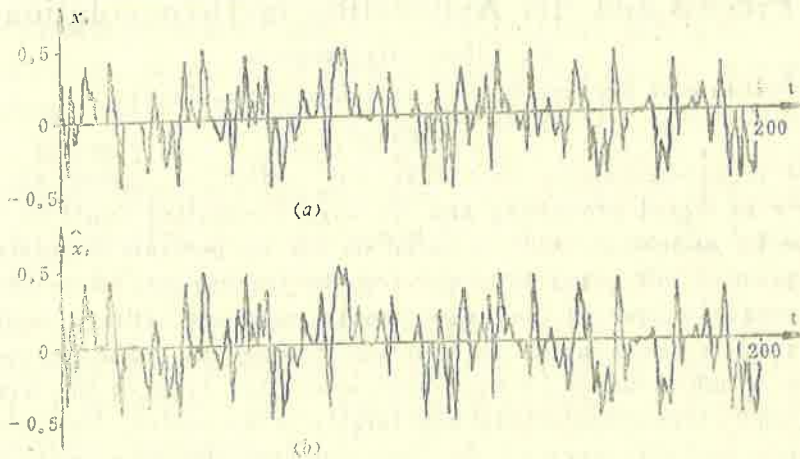


图 1 (a) 输入反射系数 x_i ; (b) 反射系数估计值 \hat{x}_i

这里列出的是采用256个三重谱采样点作反卷积的结果。用128和512个三重谱采样点所

作的相位估计结果也可以,但采用256个点的效果更好。因为作相位估计有两个主要步骤,第一是三重谱估计,第二是由三重谱估计作相位估计,后者相当于积分用求和近似,要求分划不要太宽,如果采样点过密,三重谱估计的偏差对作相位估计影响太大,两者之间要取得平衡。

目前国内外的大量研究提出了开发三重谱估计技术的要求。三重谱估计可应用于更广泛一类滤波系统的反褶积问题,它与实际应用有密切联系,它还可用于双线性时间序列模型参数辨识和模型辨识等[2]。目前三重谱估计方法研究尚处于起始阶段,本文仅对低阶MA模型作了仿真,要使该方法应用于实际数据,必须研究高阶MA模型,那时如何提高估计精度及进一步降低计算量还需作许多工作。

致谢 感谢美国加州大学的Prof. Lii K-S将他和Prof. M. Rosenblatt新发表的文献^[1]寄给我们,给我们的工作带来了便利。

参 考 文 献

- [1] Lii K-S and Rosenblatt, M., A Fourth Order Deconvolution Technique for Non Gaussian Linear process, in Multivariate Analysis (ed. by P. R. Krishnaiah), (1985).
- [2] Rao, T. Subba, The Bispectral Analysis of Nonlinear Stationary Time Series with Reference to Bilinear Time Series Model, in Time Series in the Frequency Domain (ed. by D. R. Brillinger and P. R. Krishnaiah), (1983).
- [3] Donoho, D., On Minimum Entropy Deconvolution, in Applied Time Series Analysis, (ed. by D. F. Findly), (1981), 565--608.
- [4] Matsuoka, Toshifumi and Ulrych, T. J., Phase Estimation Using the Bispectrum, in Proceedings of the IEEE, 72, 10, (1984).
- [5] Lii K-S and Helland, H. N., Cross-Bispectrum Computation and Variance Estimation, ACM Transaction of Mathematical Software, (1981).
- [6] Wiggins, R. A., Minimum Entropy Deconvolution, Geoplotation, 16, (1978).

The Trispectral Estimation of Nongaussian Linear Process and Its Application in Deconvolution

He Yifan, Jia Peizhang

(Institute of Systems Science Academia Sinica, Beijing)

Abstract

Some recent literatures show that the reflective series are almost symmetric in signal processing and its third cumulant equal to zero. In such case an approach which is based on the trispectrum suggests itself. The purpose of this paper is to develop the techniques to estimate the trispectrums of output of the finite impulse response filters with Non-Gaussian white noise input, we have constructed an efficient recursive algorithm which is based on the finite summation form of the trispectrum for MA(q), the computational cost largely is decreased. Both asymptotic unbiasedness and efficiency of the algorithm have also been proved. Specifically, by using the algorithm to some deconvolution problems which were treated in [1], the simulations have shown a great deal of improvement compare to [1].