第7卷　第1期
1990年3月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol.7,　No.1
Mar.,　1990

连续 Hammerstein 模型参数估计方法

刘若峰　　　　曹大铸
（青岛海洋大学工程系）（东南大学自动化研究所，南京）

摘要　本文提出一种辨识连续Hammerstein模型参数的方法. 该方法利用不同幅值的 M 周期序列作为系统的输入，通过 DFT 变换，离析出线性子系统的连续模型，并由频域辨识法及时域辨识法直接估计出连续模型的参数和非线性特性的系数. 数字仿真结果表明本算法是可行且有效的.

关键词: 非线性系统；连续模型；系统辨识；离散傅里叶变换

1. 引　言

Hammerstein 模型最早由 Narendra 和 Gallman [1] 提出，它由一个前置非线性静态环节和一个线性动态环节串联而成，如图 1 所示. 这类系统在电力、通信等工业领域获得应用. J.S.Bendat 和 A.G.Piersol [2] 对含平方律算子非线性连续系统的谱估计法作了原理性的推导. 文献〔3〕讨论了在时域中辨识出非线性特性参数和线性系统的非参数模型，该方法所需输入试验信号较多，输出端噪声信号限制为白噪声，计算量大且仿真不便. 本文利用不同幅值的伪随机二位式信号作为输入离析出含随机干扰的等效线性子系统模型，并由频域辨识法直接估计出线性子系统模型参数及非线性特性的奇次项系数，继而再用时域辨识法对非线性特性的偶次项系数进行估计.

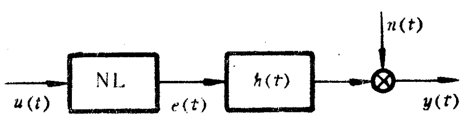

图 1　Hammerstein 模型框图

图 1 非线性环节 NL 输入 $u(t)$与输出 $e(t)$的关系式如下：

$$e(t)=\sum_{i=1}^{q}\gamma_i u^i(t), \tag{1}$$

式中 q 为多项式的阶次，γ_i 为非线性系数.

系统被测输出为

$$z(t)=\sum_{i=1}^{q}\gamma_i\int_0^t h(t-\tau)u^i(\tau)d\tau+n(t). \tag{2}$$

这里，作两点假设：1) $n(t)$ 是均值为零，具有有理谱密度的平稳随机过程. 2) $h(t)$ 是渐近稳定的线性子系统的脉冲过渡函数，它的频率传递函数为

本文于 1988 年 2 月 21 日收到. 1989 年 4 月 18 日收到修改稿.

$$H(j\omega)=\frac{\sum_{i=0}^{n-1}b_i(j\omega)^i}{1+\sum_{i=1}^{n}a_i(j\omega)^i}. \tag{3}$$

2. 输入信号的设计

输入信号 $u(t)$ 的设计要求：1) $u(t)$ 为对称的 M 周期序列．2) $u(t)$ 幅值变动的次数 v 由阶次 q 确定，通常选择 $v=\left[\frac{q+1}{2}\right]$．其中 $\lfloor\cdot\rfloor$ 表示舍去小数取整数．现设 $f(t)$ 是幅值为 1 的基准对称 M 序列，则对于任意幅值为 U 的输入信号有下列关系:

$$u(t)=U\cdot f(t). \tag{4}$$

3. 辨识方法

设系统输入信号 $u_l(t)$ 是幅值为 U_l 的 M 序列，图 1 系统输出 $y_l(t)$ 为

$$y_l(t)=\sum_{i=1}^{q}\gamma_i\int_0^t h(t-\tau)[U_lf(\tau)]^i d\tau,$$

$$\because\quad [U_lf(t)]^i=\begin{cases}U_l^i & i\text{为偶数},\\ U_l^i\cdot f(t) & i\text{为奇数},\end{cases}$$

$$\therefore\quad y_l(t)=\sum_{i=1}^{v}\gamma_{2i-1}U_l^{2i-1}\int_0^t h(t-\tau)f(\tau)d\tau+\sum_{i=1}^{\left[\frac{q}{2}\right]}\gamma_{2i}U_l^{2i}\int_0^t h(t-\tau)1(\tau)d\tau, \tag{5}$$

式中 $1(\tau)$ 为单位阶跃输入．

现不妨设 q 为偶数，若实际阶次为奇数可令 $\gamma_q=0$．故 (5) 式变为

$$y_l(t)=\sum_{i=1}^{v}\gamma_{2i-1}U_l^{2i-1}\int_0^t h(t-\tau)f(\tau)d\tau+\sum_{i=1}^{v}\gamma_{2i}U_l^{2i}\int_0^t h(t-\tau)1(\tau)d\tau.$$

$$\because\quad t\text{ 足够大时}\quad \int_0^t h(t-\tau)1(\tau)d\tau=H(0),$$

$$\therefore\quad y_l(t)=\sum_{i=1}^{v}\gamma_{2i}U_l^{2i}H(0)+y_{1l}(t), \tag{6}$$

其中 $y_{1l}(t)=\sum_{i=1}^{v}\gamma_{2i-1}U_l^{2i-1}\int_0^t h(t-\tau)f(\tau)d\tau.$

从上式看出，输出分量 $y_{1l}(t)$ 可看成基准 M 序列 $f(t)$ 作用于离析的线性系统 $h_l(t)$ 而产生的．

$$h_l(t)=\sum_{i=1}^{v}\gamma_{2i-1}U_l^{2i-1}h(t). \tag{7}$$

设 $f(KT)$ 及 $z_l(KT)$ 是按采样方式获得的离散数据，则它们的离散傅里叶变换为

$$f^*(j\omega m)=\sum_{k=0}^{N-1}f(KT)e^{-j\frac{2\pi}{N}km},\qquad m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ N-1.$$

$$z_l^*(j\omega m)=\sum_{k=0}^{N-1}z_l(KT)e^{-j\frac{2\pi}{N}km},\qquad m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ N-1.$$

这里 T 是采样时间间隔，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}$.

$$\because\quad \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{v}v_{2i}U_l^{2i}H(0)e^{-j\frac{2\pi}{N}km}=0,$$

$\therefore$ 由 (2) 式、(3) 式和 (7) 式得

$$z_l^*(jm\omega)=y_{1l}^*(jm\omega)+n_l^*(jm\omega),\tag{8}$$

$$H_l(j\omega)=\sum_{i=1}^{v}v_{2i-1}U_l^{2i-1}H_l(j\omega)=\frac{\sum_{i=0}^{n-1}b_{il}(j\omega)^i}{1+\sum_{i=1}^{n}a_{il}(j\omega)^i}.\tag{9}$$

系统的待估参数为 θ_l，其中 $\theta_l^T=[a_{1l},\ a_{2l},\ \cdots,\ a_{nl};\ b_{0l},\ b_{1l},\ \cdots,\ b_{n-1,l}]$，根据文献 [4] 的方法得参数一致估计值$\hat{\theta}_l$. 如果变动 l 值 ($l=1,\ 2,\ \cdots,\ v$)，则得一系列估计量$\hat{\theta}_1,\ \hat{\theta}_2,\ \cdots,\ \hat{\theta}_v$.

从 (3) 式和 (9) 式中我们得

$$b_{il}=U_l\gamma_1b_i+U_l^3\gamma_3b_i+\cdots+U_l^{2v-1}\gamma_{2v-1}b_i.$$

由估计值$\hat{\theta}_1,\ \hat{\theta}_2,\ \cdots,\ \hat{\theta}_l$ 有：

$$\begin{bmatrix}\widehat{\gamma_1b_i}\\ \widehat{\gamma_3b_i}\\ \\ \widehat{\gamma_{2v-1}b_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_1 & U_1^3 & \cdots & U_1^{2v-1}\\ U_2 & U_2^3 & \cdots & U_2^{2v-1}\\ & & \cdots & \\ U_v & U_v^3 & \cdots & U_v^{2v-1}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{b}_{i1}\\ \hat{b}_{i2}\\ \\ \hat{b}_{iv}\end{bmatrix},\quad i=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1.$$

为方便起见，设 $\gamma_1=1$ 则 Hammerstein 模型的线性动态子系统部分的参数估值为

$$\hat{a}_i=\sum_{i=1}^{v}\hat{a}_{ik}/v,\qquad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n.$$

$$\hat{b}_i=\gamma_1b_i,\qquad i=0,\ 1,\ \cdots,\ n-1.$$

多项式奇次项的系数估值为

$$\hat{\gamma}_{2i-1}=\left[\frac{\widehat{\gamma_{2i-1}b_0}}{\hat{b}_0}+\frac{\widehat{\gamma_{2i-1}b_1}}{\hat{b}_1}+\cdots+\frac{\widehat{\gamma_{2i-1}b_{n-1}}}{\hat{b}_{n-1}}\right]\cdot\frac{1}{n}.$$

根据 (2) 式、(6) 式及$\hat{\theta}_l$ 是一致估值 [4]，有

$$z_l(KT)=y_{1l}(KT)+\sum_{i=1}^{v}\hat{\gamma}_{2i}U_l^{2i}\hat{H}_l(0)+n_l(KT),$$

这里，$\hat{H}_l(0)=\hat{b}_0$，

两边先移项，后求和有下式成立：

$$\sum_{i=1}^{v}\hat{\gamma}_{2i}U_l^{2i}=\sum_{k=0}^{N-1}[z_l(KT)-\hat{y}_{1l}(KT)]/N\cdot\hat{b}_0-\sum_{k=0}^{N-1}n_l(KT)/N\cdot\hat{b}_0,$$

$$\because\quad \sum_{k=0}^{N-1}n_l(KT)/N\cdot\hat{b}_0\xrightarrow{N\to\infty}0,$$

$$\therefore\quad \sum_{i=1}^{v}\hat{\gamma}_{2i}U_l^{2i}=\sum_{k=0}^{N-1}[z_l(KT)-\hat{y}_{1l}(KT)]/\hat{b}_0\cdot N,\quad l=1,\ 2,\ \cdots,\ v. \tag{10}$$

解 (10) 式 v 元一次方程组，即可得出偶次项估计系数 $\hat{\gamma}_2$，$\hat{\gamma}_4$，…，$\hat{\gamma}_{2v}$.

4. 仿真结果

设　图 1 待识 Hammerstein 模型如下：

$$e(T)=03u^3(t)+0.5u^2(t)+u(t),\quad H(s)=\frac{0.23s+0.16}{s^2+0.247s+0.014}.$$

仿真实验条件：1) 输入信号是幅值分别为 1 和 1.2 长度为 (2^6-1) 的 M 序列．2) 采样时间间隔 $T=0.2$ 秒．3) 输出端有色噪声由蒙特卡罗法产生，噪声模型定为二阶．表格中信噪比 $=20\log\dfrac{\text{信号}y(t)\text{的方差}}{\text{噪声}n(t)\text{的方差}}$ db，且在同一噪声条件下试验五次．均值 $\overline{X}=\dfrac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}X_i$，标准差 $=\sqrt{\dfrac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(X_i-\overline{X})^2}$．

Hammerstein 模型仿真结果

σ^2	s/N		α_1	α_2	b_0	b_1	γ_1	γ_2	γ_3
		真实值	0.247	0.014	0.160	0.230	1.000	0.500	0.300
0.0		均值	0.24726	0.01402	0.16019	0.22941	1.000	0.50005	0.30000
		标准差	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.64	12.3^{db}	均值	0.24739	0.01403	0.16043	0.22868	1.00000	0.49007	0.30074
		标准差	3.39×10^{-4}	2.53×10^{-5}	1.094×10^{-3}	4.095×10^{-3}	0.0	6.38×10^{-4}	4.85×10^{-4}
1.0	8.45^{db}	均值	0.24742	0.01403	0.16050	0.22856	1.00000	0.48759	0.30081
		标准差	4.67×10^{-4}	3.28×10^{-5}	3.070×10^{-3}	4.534×10^{-3}	0.0	9.27×10^{-4}	8.60×10^{-4}
2.25	1.39^{db}	均值	0.24749	0.01404	0.16064	0.22837	1.00000	0.48142	0.30069
		标准差	6.89×10^{-4}	5.34×10^{-4}	5.082×10^{-3}	6.027×10^{-3}	0.0	1.4×10^{-3}	9.22×10^{-4}

5. 结 束 语

对于图 1 系统，本文提出的模型参数辨识方法是有效的. 仿真结果表明，较少次数的迭代，本算法就能逼近其真值，精度也是令人满意的，特别运用 FFT 算法可以大大缩短辨识时间.

致谢 感谢夏安邦副研究员给予的热情帮助.

参 考 文 献

〔1〕 Narendra, K.S., Gallman, P.G., An Iterative Method for the Identification of Nonlinear Systems Using the Hammerstein Model, IEEE Trans., **AC-11**, (1966), 545-550.

〔2〕 Bendat, J.S., Piersol, A.G., Spectral Analysis of Nonlinear Systems Involving Square-law Operat-ions,J., Sound and Vibration, 81,(1982), 199-213.

〔3〕 李白男著，伪随机信号及相关辨识，科学出版社，北京，(1987)，213-244.

〔4〕 徐南荣、袁利金，连续时间模型参数的一种直接估计方法，控制理论与应用，**3**，4，(1986)，30-41.

A Method for Estimating the Parameters of Continuous Hammerstein Model

Liu Ruofeng

(Department of Engneering, Qingdao University of Oceanology)

Cao Dazhu

(Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing)

Abstract: In this paper, a method for estimating the parameters of continuous Hammerstein model is proposed. The Msequences of different magnitude are used as input signals herein. By means of DFT transforms, an equivalent continuous model of the linear subsystem is analysed and separated from the original. The parameters of the continuous model are directly estimated in both frequency and time domain. The simulation results show that the method is feasible and effective.

Key words: nonlinear system; continuous model; system identification; DFT transform