

具有间隙非线性系统的自适应控制*

孙 西 周立峰

(电子科技大学自动化系,成都)

摘要: 本文对具有间隙非线性系统提出了自适应控制算法,在确定和随机情况下,控制算法都具有大范围渐近收敛性质. 仿真结果表明该算法能有效地改善系统的控制性能.

关键词: 间隙非线性; 自适应; 数字仿真

1 问题的提出

近几年来,人们对非线性系统的自适应控制问题进行了一些研究,并针对非线性系统的特性建立了一些简单而有效的算法. 文献[1]给出了 Hammerstein 系统的自适应算法; 文献[2]建立了分段非线性系统的自适应算法, [3]将它推广到多变量系统情况; 文献[4]、[5]解决了具有死区非线性系统的自适应控制问题.

本文针对具有间隙的非线性系统,建立了大范围渐近收敛的自适应算法,该算法具有渐近最优的控制效果,解决了间隙非线性系统的自适应控制问题. 间隙非线性是一种典型的非线性特性,它广泛存在于伺服系统和工业控制系统中,因此本算法的建立有较大的理论和实际意义.

2 间隙非线性系统

考虑间隙非线性系统:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})\bar{u}(t) + C(q^{-1})w(q^{-1}), \quad (1)$$

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} Ku(t) - R, & \text{当 } u(t) > u(t-1) \text{ 且 } \bar{u}(t-1) \leq Ku(t) - R; \\ Ku(t) + R, & \text{当 } u(t) < u(t-1) \text{ 且 } \bar{u}(t-1) \geq Ku(t) + R; \\ \bar{u}(t-1), & \text{其它;} \end{cases} \quad (2)$$

$$0 < R, K < \infty.$$

其中, $A(q^{-1}), C(q^{-1})$ 是关于 q^{-1} 的 n, l 次首一多项式, $B(q^{-1})$ 是首项系数为 b_0 关于 q^{-1} 的 m 次多项式. $\{\bar{u}(t)\}, \{y(t)\}$ 和 $\{w(t)\}$ 分别为系统线性部分的输入、输出和扰动序列; $\{u(t)\}$ 是系统的输入序列; q^{-1} 是单位时延算子, d 是系统时延.

假设: 1) n, m 和 l 的上界已知; 2) $B(z), C(z)$ 是稳定多项式; 3) 已知时延 d 和 R/K ; 4) 系统初始处于静止状态.

扰动序列 $\{w(t)\}$ 是定义在概率空间 $\{\Omega, A, P\}$ 上的实随机序列, 且适应于递增的 σ -代数 $\{\mathcal{F}_t, t \in N\}$, 其中 \mathcal{F}_t 表示 t 时刻及其以前的观测值生成的 σ -代数. $\{w(t)\}$ 满足:

$$E\{w(t)/\mathcal{F}_t\} = 0, \quad a. s.; \quad E\{w(t)^2/\mathcal{F}_t\} = \sigma^2, \quad a. s.;$$

* 本文曾在 1989 年全国控制理论及其应用年会(西安)上宣读.
本文于 1989 年 3 月 22 日收到. 1990 年 5 月 21 日收到修改稿.

$$\limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N w(t)^2 < \infty, \quad a. s.$$

目标函数:

$$J = E\{y(t+d) - y^*(t+d)\}^2 / \mathcal{F}_t.$$

其中, $y^*(t)$ 是已知有界的参考输出.

3 自适应算法

为了对间隙非线性系统(1)、(2)建立自适应算法,我们引入一个非线性补偿器,对其系统进行补偿.

3.1 确定性情况

引入非线性补偿器

$$u(t) = \begin{cases} \tilde{u}(t) - R/K, & \text{当 } \tilde{u}(t) < \tilde{u}(t-1); \\ \tilde{u}(t), & \text{当 } \tilde{u}(t) = \tilde{u}(t-1); \\ \tilde{u}(t) + R/K, & \text{当 } \tilde{u}(t) > \tilde{u}(t-1). \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\tilde{u}(t)$ 为补偿器的输入.

对补偿后的广义系统,可得自适应算法:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \bar{a}(t)\varphi(t-d)[1 + \varphi^T(t-d)\varphi(t-d)]^{-1}[y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-d)]. \quad (4)$$

其中 $\varphi^T(t) = [\tilde{u}(t), \dots, \tilde{u}(t-m-d+1), y(t), \dots, y(t-n+1)]$, $\hat{\theta}(t)$ 是相应的参数向量, $0 < a(t) < 2$.

$$y^*(t+d) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t). \quad (5)$$

由(5)式中,可以求出广义控制量 $\tilde{u}(t)$.

定理 1 (确定性, $C(q^{-1})=0$) 对系统(1)、(2),若假设成立,用自适应算法(3)~(5),则有

- 1) $\{\tilde{u}(t)\}$ 、 $\{u(t)\}$ 、 $\{\bar{u}(t)\}$ 和 $\{y(t)\}$ 都是有界序列;
- 2) $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{y(t) - y^*(t)\} = 0$.

证 用(3)式补偿后的广义系统是伪线性的[证明见附录],因此用线性情况的证明方法可证得定理中的各结论,详细证明从略.

3.2 随机情况

我们仍引入一个非线性补偿器,其补偿器方程与(3)式相同.因此,可得自适应控制算法:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-d) + \frac{\bar{a}}{r(t-d)}\varphi(t-d)[y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-d)], \quad (6)$$

$$r(t-d) = r(t-d-1) + \varphi^T(t-d)\varphi(t-d). \quad (7)$$

其中, $r(-d) = \dots = r(-1) = 1, \bar{a} > 0$,

$$\varphi^T(t) = [\tilde{u}(t), \dots, \tilde{u}(t-m-d+1), y(t), \dots, y(t-n+1), \\ -y^*(t+d-1), \dots, -y^*(t+d-l)],$$

$\hat{\theta}(t)$ 是相应的参数向量.

$$y^*(t+d) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t). \quad (8)$$

从(8)式中,可以求得广义控制量 $\tilde{u}(t)$.

定理 2 (随机情况) 对系统(1)、(2),若假设成立,且 $[C(z) - \frac{\bar{a}}{2}]$ 严格正实,用自适应算法(3)、(6)~(8),则有

$$1) \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{u}(t)^2 < \infty, \quad a. s.,$$

$$2) \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)^2 < \infty, \quad a. s.,$$

$$3) \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{u}(t)^2 < \infty, \quad a. s.,$$

$$4) \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)^2 < \infty, \quad a. s.,$$

$$5) \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{[y(t) - y^*(t)]^2 / \mathcal{F}_{t-d}\} = \Gamma^2, \quad a. s..$$

式中 $\Gamma^2 = E\{v(t+d)^2 / \mathcal{F}_t\}$.

证 类似定理 1,详细推导从略.

4 仿 真

取对象模型为

$$(1 - 2.5q^{-1} + 0.7q^{-2})y(t) = q^{-1}(1 + 0.5q^{-1})\bar{u}(t) + (1 + 0.6q^{-1})w(t).$$

其中, $\bar{u}(t)$ 由(2)式确定,取其 $R=0.5, K=0.5$. $\{w(t)\}$ 为零均值、均方差为 0.01 的白声序列.

图 1 为取斜坡信号 $y^*(t) = 4t$ 作为期望输入,离散周期 $T=0.02, t=kT$,所得到的系统输出响应曲线.图中,曲线(a)为 $y^*(t)$,曲线(b)为本文算法进行控制的结果,曲线(c)为用线性的 Goodwin 算法^[6]进行控制后的响应曲线,后同.

图 2 为取幅值为 4 的正、负阶跃信号作期望输入 $y^*(t)$ 时,用控制算法(3)、(6)~(8)和 Goodwin 算法^[6]得到的输出响应曲线.

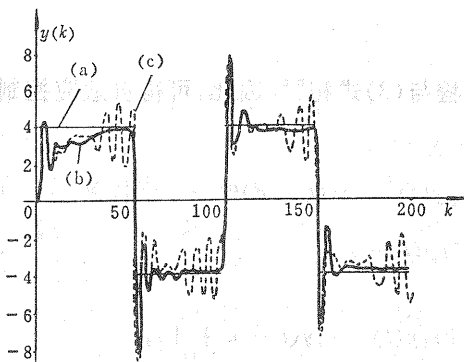


图 1 系统输出响应

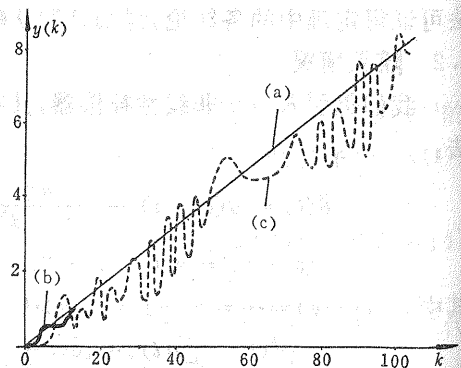


图 2 系统输出响应

从图 1 和图 2 可以看出,本文提出的方法消除了间隙非线性的影响,与线性 Goodwin 算法控制结果相比,改善了系统的跟踪精度,提高了系统的控制性能,有良好的实用性.

参 考 文 献

- [1] Keviczky, L., Vayk, I., Hettessy, J. . A Self - turning Extremal Controller for the Generalized Hammerstein Model. 5th I-FAC Simp. of Identification and System Parameter Estimation, 1979, 1147-1152
- [2] Kung, M. C. and Womack, B. F. . Discrete Time Adaptive Control of Linear Dynamic Systems with a Two-segment Piecewise-linear Asymmetrics Nonlinearity. IEEE Trans. Auto. Contr. , 1984, AC-29, 170-172
- [3] 孙西, 史维. 具有分段非线性 MIMO 系统的自适应控制. 控制理论与应用, 1987, 4(4), 96-99
- [4] 孙西, 史维. 含有死区非线性系统的自适应控制. 南京工学院学报, 1986, 16(5): 1-13
- [5] 孙西, 史维. 具有失灵区非线性 MIMO 系统的自适应控制. 自动化学报, 1987, 13(6): 445-449
- [6] Goodwin, G. C. , Sin, K. S. and Saluja, K. K. . Stochastic Adaptive Control and Prediction —— the General Delay —— colored Noise Case. IEEE Trans. Auto. Contr. , 1980, AC-25, 946-950

Discrete-time Adaptive Control of Linear System with Backlash Nonlinearity

Sun Xi, Zhou Lifeng

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu)

Abstract: This paper gives a method for solving the discrete-time adaptive control of systems with backlash nonlinearity. The algorithm will ensure that the closed-loop system is globally convergent and stable for both the deterministic and stochastic case. The simulation shows that the system tracking performance is considerably improved.

Key words: backlash nonlinearity; adaptive control; digital simulation

附录：间隙非线性系统的伪线性化

由补偿器(3)和系统非线性部分组成的广义系统如图 3。

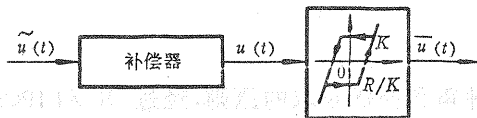


图 3 广义系统的非线性部分

由假设(4), 系统初态 $u(0)=0, y(0)=0$, 因此有 $\bar{u}(0)=0$. 取补偿器的初态 $\tilde{u}(0)=0, u(0)=0$, 是在 $t=1$ 时, 分 $\tilde{u}(1)>0, \tilde{u}(1)<0$ 和 $\tilde{u}(1)=0$ 三种情况进行讨论.

1) $\tilde{u}(1)>0$

因 $\tilde{u}(1)>\tilde{u}(0)$, 由(3)式得

$$u(1) = \tilde{u}(1) + R/K > u(0). \quad (9)$$

而

$$Ku(1) - R = K[\tilde{u}(1) + R/K] - R = K\tilde{u}(1) > \bar{u}(0). \quad (10)$$

由(2)、(9)和(10)式得到

$$\bar{u}(1) = Ku(1) - R = K\tilde{u}(1). \quad (11)$$

式中 $\tilde{u}(1)$ 与 $\bar{u}(1)$ 是线性关系.

2) $\tilde{u}(1) < 0$

类似 $\tilde{u}(1) > 0$ 的讨论, 我们可以推得

$$\bar{u}(1) = Ku(1) + R = K\bar{u}(1). \quad (12)$$

3) $\tilde{u}(1) = 0$

因 $\tilde{u}(1) = \tilde{u}(0)$, 由(3)得到

$u(1) = \bar{u}(1) = 0$, 因此由(2)式, 有

$\bar{u}(1) = \bar{u}(0) = 0$, 相当于系统仍处于初始状态. 所以一旦 $\tilde{u}(i) \neq 0 (i=1 \text{ 或 } 2, \dots)$, 则系统中 $\bar{u}(t)$ 与 $u(t)$ 是线性的.

假设系统在 $t-1$ 步已证明了是线性的, 即有 $\bar{u}(t-1) = K\tilde{u}(t-1)$. 则对任意的 $t \geq 1$, 分 $\tilde{u}(t) > \tilde{u}(t-1)$, $\tilde{u}(t) < \tilde{u}(t-1)$ 和 $u(t) = u(t-1)$ 三种情况, 类似 $t=1$ 时, 分别可以证明有 $\bar{u}(t) = K\tilde{u}(t)$ 成立.

故系统(1)、(2)用(3)式进行补偿后, 其广义系统是伪线性的.

(上接第 88 页)

8. 工业过程控制;
9. 线性多变量系统;
10. 大系统;
11. 制造系统;
12. 测量、数据处理、故障检测与定位;
13. 系统辨识与参数估计;
14. 人-机系统;
15. 非线性系统与分布参数系统;
16. 最优控制;
17. 鲁棒控制;
18. 机器人系统.

按每篇论文分送三人评审和择优录取的原则, 经过 OC 和 IPC 成员以及著名的专家教授评审, 最后, 由 OC 和 IPC 主席根据评审意见, 从所收到的 373 篇论文中, 选出约 150 多篇论文在会上宣读.

这次“亚-太区检测与控制会议”是自动控制领域的一次盛会. 它将会聚国内外自动控制领域的著名专家学者, 报告及交流最新的研究成果. 这次会议将反映出亚洲-太平洋地区自动控制领域的最新成就. 热烈欢迎国内、外专家、学者和有关人士参加会议, 进行学术交流.