

具有间隙预补偿的非线性预测控制

刘 兵

(国家电力公司电力自动化研究院稳定技术所·南京, 210003)

冯纯伯

李长庚

(东南大学自动化研究所·南京, 210096) (信阳师范学院物理系·信阳, 464000)

摘要: 本文通过引入间隙非线性预补偿器, 讨论了具有间隙非线性特性及白噪声干扰的系统的预测控制问题。
关键词: 间隙非线性; 预测控制

Nonlinear Predictive Control with Backlash Pre-Compensation

Liu Bing

(Stability Technology Department, Automation Research Institute of Nanjing·Nanjing, 210003, P. R. China)

Feng Chunbo

(Research Institute of Automation, Southeast University·Nanjing, 210096, P. R. China)

Li Changgeng

(Physics Department, Xinyang Normal College·Xinyang, 464000, P. R. China)

Abstract: In this paper, the predictive control of system with backlash nonlinearity and white noise is studied. By designing nonlinear pre-compensator, nonlinear predictive control method is proposed.

Key words: backlash nonlinearity; predictive control

1 引言(Introduction)

间隙非线性是一类典型的非线性特性, 它广泛存在于工业过程中. 人们为解决这类问题提出了各种设计方法, 其中文[4]根据期望得到的线性部分输入 $\bar{u}(k)$ 重构间隙非线性环节的输入 $u(k)$, 讨论了具有间隙非线性系统的预测控制算法.

本文讨论了具有间隙非线性特性及白噪声干扰的系统的预测控制问题. 首先引入一非线性间隙预补偿器, 使非线性系统转化为广义线性系统, 然后根据[1,2]对补偿器的输入量 \bar{u} 进行设计.

2 间隙非线性特性(Backlash nonlinearity)

考虑图 1 中虚框外所示的间隙非线性系统, 其中

$$a(z^{-1}) = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n-1} z^{-(n-1)},$$

$$a_0 \neq 0, \quad b(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n-2} z^{-(n-2)},$$

且 $a(z^{-1})$ 与 $b(z^{-1})$ 互素. $\Delta = 1 - z^{-1}$, $\{e(k)\}$ 为不相关的白噪声序列, $K > 0$ 为斜率, R/K 为间隙带

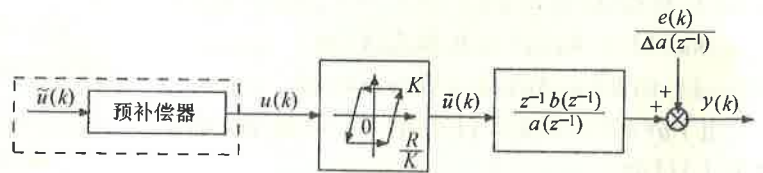


图 1 间隙非线性系统

Fig. 1 Backlash nonlinear system

宽, $y(k)$ 为系统输出, $u(k)$, $\bar{u}(k)$ 分别为间隙非线性环节的输入和输出, 并且有[3]

$$\bar{u}(k) = \begin{cases} Ku(k) - R, & \text{当 } u(k) > u(k-1) \\ & \text{且 } \bar{u}(k-1) \leq Ku(k) - R, \\ Ku(k) + R, & \text{当 } u(k) < u(k-1) \\ & \text{且 } \bar{u}(k-1) \geq Ku(k) + R, \\ \bar{u}(k-1), & \text{其它.} \end{cases} \quad (1)$$

文[3]通过引入非线性预补偿器, 使广义系统转化为伪线性系统, 这样不能完全补偿间隙非线性特性. 参考文[3], 引入如下非线性间隙预补偿器, 使广义系统的输入输出为严格线性关系.

$$u(k) = \begin{cases} \bar{u}(k) - R/K, & \text{当 } \bar{u}(k) < \bar{u}(k-1) \\ & \text{且 } \bar{u}(k-1) \geq K\bar{u}(k), \\ \bar{u}(k) + R/K, & \text{当 } \bar{u}(k) > \bar{u}(k-1) \\ & \text{且 } \bar{u}(k-1) \leq K\bar{u}(k), \\ \bar{u}(k), & \text{其它.} \end{cases} \quad (2)$$

定理 1 间隙非线性系统经非线性间隙预补偿器式(2)补偿后,广义系统(即 $\bar{u}(k) \rightarrow y(k)$ 系统)为严格线性系统,即 $\bar{u}(k) = K\bar{u}(k)$.

证 假设系统及补偿器初始处于静止状态,即 $\bar{u}(0) = \bar{u}(0) = u(0) = 0$, 有 $k = 0$ 时, $\bar{u}(0) = K\bar{u}(0)$. 假设 $k-1$ 时, $\bar{u}(k-1) = K\bar{u}(k-1)$ 成立. 对任意 $k \geq 1$

I) $\bar{u}(k) < \bar{u}(k-1)$ 且 $\bar{u}(k-1) \geq K\bar{u}(k)$. 由式(2)有

$$u(k) = \bar{u}(k) - R/K < \bar{u}(k-1) - R/K, \quad (3)$$

$$u(k-1) = \begin{cases} \bar{u}(k-1) - R/K, & \text{当 } \bar{u}(k-1) < \bar{u}(k-2) \\ & \text{且 } \bar{u}(k-2) \geq K\bar{u}(k-1), \\ \bar{u}(k-1) + R/K, & \text{当 } \bar{u}(k-1) > \bar{u}(k-2) \\ & \text{且 } \bar{u}(k-2) \leq K\bar{u}(k-1), \\ \bar{u}(k-1), & \text{其它.} \end{cases} \quad (4)$$

由式(3)和式(4)有 $u(k) < u(k-1)$. 由条件 $\bar{u}(k-1) \geq K\bar{u}(k) = Ku(k) + R$ 和式(1)有

$$\bar{u}(k) = Ku(k) + R = K\bar{u}(k).$$

II) $\bar{u}(k) > \bar{u}(k-1)$ 且 $\bar{u}(k-1) \leq K\bar{u}(k)$. 类似 I) 讨论.

III) 其它.

若 $\bar{u}(k) \neq \bar{u}(k-1)$, 只有 $\bar{u}(k) < \bar{u}(k-1)$ 且

$\bar{u}(k-1) \leq K\bar{u}(k)$, 或 $\bar{u}(k) > \bar{u}(k-1)$ 且 $\bar{u}(k-1) \geq K\bar{u}(k)$ 两种情况, 即 $\bar{u}(k-1) < K\bar{u}(k-1)$ 或 $\bar{u}(k-1) > K\bar{u}(k-1)$, 和假设 $\bar{u}(k-1) = K\bar{u}(k-1)$ 矛盾, 因此必有 $\bar{u}(k) = \bar{u}(k-1)$. 由 I), II) 和式(1)有 $\bar{u}(k) = \bar{u}(k-1) = K\bar{u}(k-1) = K\bar{u}(k)$.

证毕.

3 非线性间隙预补偿的预测控制算法 (Non-linear predictive control algorithm with backlash pre-compensation)

为使书写简洁, 先给出符号说明, 行向量 $f = [f_0, f_1, \dots, f_{(n-1)}]$ 对应多项式 $f(z^{-1}) = f_0 + f_1z^{-1} + \dots + f_{(n-1)}z^{-(n-1)}$ 的系数构成的向量, 记: $f(z^{-1}) = P\{f\}$, $f^{\#}(z^{-1}) = z^{-(n-1)}f(z)$ 为 $f(z^{-1})$ 的倒多项式. C_f 为 $[C_f]_{ij} = f_{i-j}$ 的下三角带状 $N \times N$ 阵. H_f 为 $[H_f]_{ij} = f_{i-1+j}$ 的 $N \times N$ 带状 Hankel 阵.

$$\begin{aligned} \vec{Y} &= [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+N)]^T, \\ \vec{U} &= [\Delta\bar{u}(k), \Delta\bar{u}(k+1), \dots, \Delta\bar{u}(k+N-1)]^T, \\ \vec{R} &= [r(k+1), r(k+2), \dots, r(k+N)]^T, \\ e_1 &= [1, 0, \dots, 0]^T \text{ 为 } N \text{ 维列向量.} \end{aligned}$$

由定理 1 知, 经补偿的广义系统为线性系统, 因此可用线性预测控制方法对 $\bar{u}(k)$ 进行设计.

令

$$A(z^{-1}) = a(z^{-1})\Delta, \quad B(z^{-1}) = z^{-1}Kb(z^{-1}).$$

广义系统为

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})\Delta\bar{u}(k) + e(k). \quad (5)$$

取指标函数^[1]

$$J = E\{\|\vec{Y} - \vec{R}\|^2 + \delta\|\vec{U}\|^2\}, \quad (6)$$

其中 \vec{R} 为跟踪向量, 仿文[1,2]得闭环系统图 2.

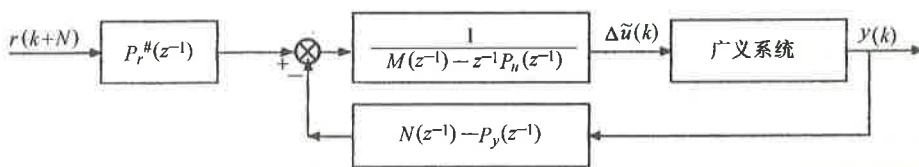


图 2 广义闭环预测控制系统

Fig. 2 Generalized closed-loop predictive control system

其中

$$\begin{aligned} P_r(z^{-1}) &= P\{e_1^T P_r\}, \\ P_r &= (C_{Kb}^T C_{Kb} + \delta C_A^T C_A)^{-1} C_{Kb}^T, \\ P_y(z^{-1}) &= P\{e_1^T P_y\}, \\ P_y &= (C_{Kb}^T C_{Kb} + \delta C_A^T C_A)^{-1} (C_{Kb}^T P_1 + \delta C_A^T P_3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_u(z^{-1}) &= P\{e_1^T P_u\}, \\ P_u &= (C_{Kb}^T C_{Kb} + \delta C_A^T C_A)^{-1} (C_{Kb}^T P_2 + \delta C_A^T P_4), \\ P_1 &= C_{Kb} H_{zN}^{-1} + C_M H_A, \\ P_2 &= C_{Kb} H_M - C_M H_{Kb}, \\ P_3 &= C_A H_{zN}^{-1} - C_{zN}^{-1} H_A, \end{aligned}$$

$$P_4 = C_A H_M + C_z^{-1} H_{Kb}.$$

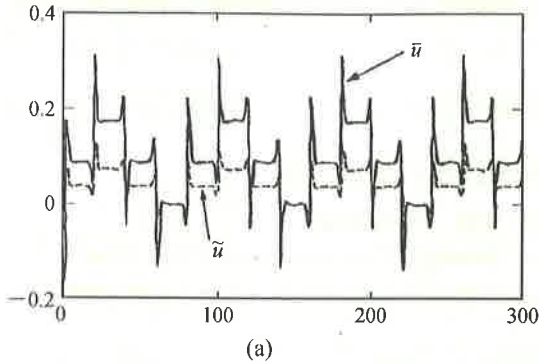
$M(z^{-1})$ 和 $N(z^{-1})$ 满足如下关系

$$A(z^{-1})M(z^{-1}) + B(z^{-1})N(z^{-1}) = 1. \quad (7)$$

4 举例(Example)

取对象模型为

$$(1 - 2.65)z^{-1} + 1.3z^{-2})y(k) = z^{-1}(1 - 5z^{-1})\bar{u}(k) + e(k)/\Delta.$$



取

$$N = 15, \quad K = 2.4, \quad R = 2, \quad \delta = 5,$$

求式(7)得:

$$M(z^{-1}) = 1 + 6.9732z^{-1},$$

$$N(z^{-1}) = -1.3847 + 2.0359z^{-1} - 0.7554z^{-2}.$$

仿真给出预补偿器的输入 $\bar{u}(k)$ 、间隙非线性环节的输出 $\bar{u}(k)$ (图 3(a)) 及系统输出 $y(k)$ (图 3(b)).

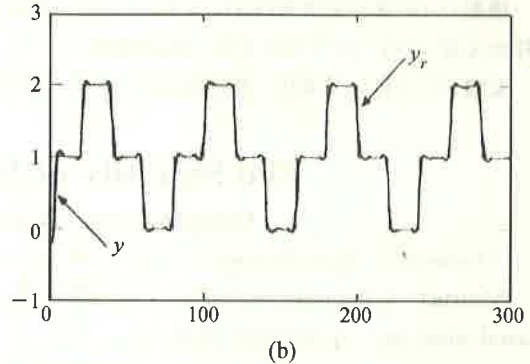


图 3 仿真结果

Fig. 3 Simulation results

5 结论(Conclusion)

本文通过引入非线性预补偿器,使非线性系统转化为线性系统,完全消除了间隙非线性特性对系统的影响.仿真表明本方法的有效性.

参考文献(References)

- 1 Konuvaritakis B et al. Stable generalized predictive control: an algorithm with guaranteed stability, IEE, Pt-D, 1992, 139(4):349-362
- 2 刘兵,徐立鸿,冯纯伯.具有饱和输入的预测控制的稳定性分析.

控制理论与应用,1997,14(2):178-183

- 3 孙西,周立峰.具有间隙非线性系统的自适应控制.控制理论与应用,1991,8(1):96-100
- 4 王永骥,徐桂英,涂健.具有滞环非线性补偿的预测控制.控制与决策,1993,4(3):311-314

本文作者简介

刘兵 见本刊1999年第1期第126页.
 冯纯伯 见本刊1999年第1期第126页.
 李长庚 1964年生.1985年获郑州大学学士学位,现为信阳师范学院讲师.主要从事电力电子方面的教学和科研工作.