第16卷第2期
1999年4月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol.16,No.2
Apr.,1999

时变系统自适应控制中的 δ- 修正算法 *

张承进　史向东
(山东电专热控工程研究所·济南,250002)

摘要:考虑连续时变系统的自适应控制问题.主要研究应用 δ- 修正算法的自适应律,不象 σ- 修正算法,δ- 修正算法不需要被估计参数的先验信息;导出应用 δ- 修正的自适应律中信号有界的充分条件,从而可指导设计参数的选取.最后给出仿真例子说明 δ- 修正算法适用于时变系统的自适应控制.

关键词: 线性时变系统; 自适应控制; 修正算法; 自适应律

The δ- Modification Algorithm in Adaptive Control of Time-Varying Plant

Zhang Chengjin　and　Shi Xiangdong
(Shandong Electric Power College ·Jinan,250002,P.R.China)

Abstract: The adaptive control problem of linear continuous time-varying plants, focusing the interest on adaptive laws employing the so-called δ- modification is considered in this paper . Unlike σ- modification, the δ -modification algorithm does not need the a priori knowledge of the estimated parameters. On the other hand, it can adjust the term δ on-line and therefore avoid the difficult choices of the value σ . Formulating the control problem as described in [1,2], a sufficient condition which guarantees signal boundedness for adaptive laws using the δ -modification and normalization is derived. This condition provides some qualitative guidelines for selection of the design parameters in the adaptive law. The simulation results also show the effetiveness of the new algrithm.

Key words: linear time-varying plant; adaptive control; δ- modification algorithm; adaptive law

1　引言(Introduction)

自适应控制的本质特性在于它能控制时变系统,尤其是快时变系统.但是现有的自适应控制结果大部分是关于时不变对象的,即使在时变系统中,大部分结果也是针对慢时变对象的,在文[1,2]中,Tsakalis 与 Ioannou 研究了一类一般的快时变连续系统的控制问题,提出的控制器可保证闭环系统内部稳定,当过程参数未知时采用 σ- 修正算法[3] 估计对象或控制器参数.但是 σ- 修正算法需要被估参数的先验信息,而这在实践中是难以得到的.在本文中,我们提出的一种称为 δ- 修正的算法以估计系统参数与控制器参数,这种算法不需要未知参数的先验信息,我们将给出应用 δ- 修正和正则化技术的自适应律信号有界的充分条件,这些条件对自适应律中设计参数的选取具有指导意义.最后给出仿真例子说明 δ- 修正算法的有效性.

2　问题的描述(Problem statement)

考虑 SISO 线性时变(LTV)系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(t)u_p(t);\ x(t_0) = x_0, \\ y_p(t) = c^{\mathrm{T}}(t)x(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中 u_p, y_p 为系统的输入输出,$x(t) \in \mathbb{R}^n$,并且满足以下假设:

假设 1　$A(t), b(t), c(t)$ 为有界的光滑函数.

假设 2　$[A(t), b(t), c(t)]$ 为强可控可观的(即相应的时变可控可观性矩阵一致非奇异).

假设 3　系统的阶数 n 已知.

在以上假设下,系统(1)等价于可控标准型或可观测标准型,这意味着系统的 I/O 算子可用微分算子描述,即

$$D_p(s,t)y_p = N_p(s,t)u_p. \tag{2}$$

其中 $D_p(x,t), N_p(s,t)$ 为多项式微分算子(PDO),其系数为有界光滑函数.

假设 4　高频增益(PDO$N_p(s,t)$ 的首项系数)$k_p(t)$ 为已知常号的有界光滑函数,不失一般性,假设存在常数 c 使得 $k_p(t) \geqslant c > 0, \forall t \geqslant t_0$.

假设 5　多项式积分算子(PIO) $N_p^{-1}(s,t)$ 指数稳定,其指数律至少为 $-\alpha, \alpha > 0$.

假设 6　参考模型 $W_m(s)$ 稳定且为最小相位,其阶次不大于系统的阶,其相对阶等于系统的相对阶.

在以上假设下,由[1,2]中极点配置和模型参考

* 国家自然科学基金项目(69674018)和山东电力集团公司重点科技基金项目(98002006)资助.
本文于1996年7月22日收到.1997年1月6日收到修改稿.

设计方法可得到保证闭环系统内部稳定并且与系统参数变化速度无关的控制器.当参数不确定时,我们应用 δ- 修正自适应律给出间接自适应控制和直接自适应控制方案.

为了研究算法的性质,我们引入定义,对分段连续函数: $f:[t_0,t_0+T]\mapsto\mathbb{R}^n$,若 $\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\|f(t)\|\,dt\leqslant\mu+\frac{a_0}{T}$; $a_0\in\mathbb{R}^+$, $\mu>0$,则称 f 为 μ- 平均小,记为 $f\in S_\mu$.

3 间接自适应极点配置控制(Indirect adaptive pole placement control)

引理 1[1] 考虑由严格正则 I/O 算子 $D_p^{-1}(s,t)N_p(s,t)$ 描述的系统

$$D_p(s,t)y_p = N_p(s,t)u_p. \tag{3}$$

其中 u_p,y_p 为系统的输入输出, $D_p(s,t),N_p(s,t)$ 为具有一致有界光滑系数的右 PDO, $D_p(s,t)$ 是 n 阶首一的.那么存在 $\theta^*(t)\in\mathbb{R}^{2n}$ 使得

$$y_p + \hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\theta^*(t) = 0,\quad \forall t\geqslant 0. \tag{4}$$

其中

$$\hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s) = [q_1^{\mathrm{T}}(sI-F_1)^{-1}, q_1^{\mathrm{T}}(sI-F_1)^{-1}],$$
$$U_1 = \mathrm{diag}[-u_p,\cdots,-u_p,y_p,\cdots,y_p], \tag{5}$$

F_1 为任意选定的 $n\times n$ Hurwitz 矩阵,选取 q_1 使得 (q_1^{T},F_1) 完全可观测.

不失一般性,为利用未知参数时变结构可能的先验信息,我们假设系统参数 $\theta^*(t)$ 可描述为

$$\theta^*(t) = \theta_0^*(t) + H_1(t)\theta_1^*(t) + \cdots + H_l(t)\theta_l^*(t),$$

或等价的

$$\theta^*(t) = \hat{H}_1(t)\hat{\theta}^*(t). \tag{6}$$

其中

$$\hat{\theta}^*(t) = [\theta_0^{*\mathrm{T}},\theta_1^{*\mathrm{T}},\cdots,\theta_l^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{2n(l+1)}$$

为未知参数向量, $\hat{H}_1(t)=[I,H_1(t),\cdots,H_l(t)]\in\mathbb{R}^{2n\times 2n(l+1)}$ 已知,我们先估计 $\hat{\theta}^*(t)$,然后得到 $\theta^*(t)$ 的估计 $\theta(t)=\hat{H}_1(t)\hat{\theta}(t)$,其中 $\hat{\theta}(t)$ 为 $\hat{\theta}^*(t)$ 的估计值.记参数误差,估计误差,增广误差分别为

$$\hat{\phi} = \hat{\theta} - \hat{\theta}^*(t),$$
$$e_1 = y_p + \hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t)\hat{\theta} = \hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t)\hat{\phi}, \tag{7}$$

$$\varepsilon_1 = y_p + \hat{\theta}^T[\hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t)]^{\mathrm{T}} = \hat{\phi}^{\mathrm{T}}[\hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t)]^{\mathrm{T}} - \eta_1, \tag{8}$$

$$\eta_1 = \hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t) - \hat{\theta}^{*T}(t)\hat{\theta}^{*\mathrm{T}}(t)[\hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t)]^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

那么我们用以下带有 δ- 修正和正则化的自适应律估计 $\hat{\theta}^*(t)$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}} = -\gamma\dfrac{\varepsilon_1[\hat{G}_1^{\mathrm{T}}(s)U_1\hat{H}_1(t)]^{\mathrm{T}}}{m^2} - |\delta|\hat{\theta}, \\ \dot{\delta} = -a_0\delta - a_1\dfrac{\varepsilon_1}{m};\ \delta(0)=0, \\ \dfrac{a_1}{a_0}\leqslant\bar{\mu},\ 0<a_1\leqslant a_0<1. \end{cases} \tag{10}$$

其中

$$\dot{m} = -\delta_0 m + \delta_1(|u_p|+|y_p|+1);\ \frac{\delta_1}{\delta_0}\leqslant m(0), \tag{11}$$

$\gamma,a_0,a_1,\bar{\mu},\delta_1>0$ 为设计参数, $\delta_0>0$ 使得 $F_1+\delta_0 I$ 稳定.

定理 1 对系统(3)和估计器(10),若 $\|\dot{\theta}^*(t)\|$ 一致有界并且 $\|\dot{\hat{\theta}}^*(t)\|,\|\dot{\hat{\theta}}^*(t)\|^2\in S_\mu$, $\mu\geqslant 0$,那以 $\hat{\theta},\dot{\hat{\theta}}$ 一致有界并且 $\|\hat{\phi}\|^2\in S_{\mu_0}$,其中 $\mu_0=C\left(\varepsilon_0+\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\mu+\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\bar{\mu}\right)$, $\varepsilon_0\in(0,1]$ 为任意常数, $C\in\mathbb{R}^+$.

证明略.

下面我们给出自适应极点配置控制(APPC)的控制输入,步骤如下:

1) 由(10)得到 $\hat{\theta}$ 并且计算 $\theta=\hat{H}_1(t)\hat{\theta}$;

2) 在 LTV 系统(3)的参数模型(4)中用 θ 代替 $\theta^*(t)$,确定 PDO $D_p(s,t),N_p(s,t)$ 的估计 $\hat{D}_p(s,t),\hat{N}_p(s,t)$;

3) 解 Diophantine 方程

$$\hat{D}_p(s,t)*N_2(s,t) + \hat{N}_p(s,t)*N_1(s,t) = A_*(s),$$

得到 $N_1(s,t),N_2(s,t)$ 的系数,其中 $A_*^{-1}(s)$ 为给定的指数稳定闭环 PIO,符号 $*$ 表示假设 $\hat{\theta}$ 为常数,只对 $N_1(s,t),N_2(s,t)$ 系数进行微分运算;

4) 得到控制律

$$u_p = N_1(s,t)N_2^{-1}(s,t)[r-y_p],$$

其中 r 为有界的外部参考输入.

定理 2 对 LTV 系统(3)及其 APPC 步骤 1)~4),存在 $\mu^*>0$, $\forall\bar{\mu},\mu\in[0,\mu^*)$,对任意有界参数输入 r,所有的闭环信号一致有界,即控制系统 BIBO 稳定.

证 类似于[1],在此省略.

4 直接模型参考自适应控制(Direct model reference adaptive control)

通过直接估计控制器参数,对 MRAC 可得相似的结果.

系统的控制输入 μ_p 取为

$$\begin{cases} u_p = g^{\mathrm{T}}\omega + c_0 r; & \dot{\omega}_1 = F\omega_1 + \theta_1 u_p; \\ \dot{\omega}_2 = F\omega_2 + \theta_2 y_p; & \omega_3 = \theta_3 y_p. \end{cases} \tag{12}$$

其中 $\omega = [\omega_1^{\mathrm{T}}, \omega_2^{\mathrm{T}}, \omega_3]^{\mathrm{T}}$ 为 $(2n-1)$ 维辅助向量, $\theta = [\theta_1^{\mathrm{T}}, \theta_2^{\mathrm{T}}, \theta_3]^{\mathrm{T}}$ 为 $(2n-1)$ 维控制参数向量, c_0 为一标量参数, $F \in \mathbb{R}^{(n-1)\times(n-1)}$ 为稳定矩阵, $g = [q^{\mathrm{T}}, q^{\mathrm{T}}, 1]^{\mathrm{T}}$ 为常数向量并且 (q^{T}, F) 可观测.

在假设 1 ~ 6 下,存在有界参数 $\theta^*(t): \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^{(2n-1)}$ 与 $c_0(t) = c_0^*(t)$, MRC 输入(12)使得闭环系统稳定并且可使 $r \mapsto y$ 的 I/O 算子等于 $W_m(s)$[2].

考虑参数向量 $\Theta^*(t) = [\theta^{*\mathrm{T}}(t), C_0^*(t)]^{\mathrm{T}}$, 定义 $\Theta(t) = [\theta^{\mathrm{T}}(t), c_0(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 $\Theta^*(t)$ 的估计. 类似于间接控制的情形,我们考虑如下形式的控制器参数

$$\Theta^*(t) = \hat{H}(t)\hat{\Theta}^*(t). \tag{13}$$

其中 $\hat{\Theta}^*(t) = [\theta_0^{*\mathrm{T}}(t), \cdots, \theta_l^{*\mathrm{T}}(t), \hat{c}_0^*(t)]^{\mathrm{T}}$ 为未知时变参数向量, $\hat{H}(t) = \mathrm{diag}([I, H_1(t), \cdots, H_l(t)], h_0^{-1}(t))$, $H_i(t): \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^{(2n-1)\times(2n-1)}$ 为已知的时变矩阵, $h_0(t): \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ 为已知光滑函数且有 $k(t) = \bar{k}(t)h_0(t)$. $\Theta^*(t)$ 的估计 $\Theta(t)$ 如下得到

$$\Theta(t) = \hat{H}(t)\hat{\Theta}(t). \tag{14}$$

其中 $\hat{\Theta}(t)$ 为 $\hat{\Theta}^*(t)$ 的估计.

我们给出以下带有 δ- 修正和正则化的自适应律估计 $\Theta^*(t)$

$$\begin{aligned} &\dot{\hat{\Theta}} = -\gamma\frac{\varepsilon Z}{m^2} - |\delta|\hat{\Theta}; \quad \dot{\hat{\Psi}}_0 = -\gamma'\frac{\varepsilon\xi}{m^2} - |\delta|\hat{\psi}_0, \\ &\dot{\delta} = -a_0\delta + a_1\varepsilon/m; \quad \delta(0) = 0, \\ &a_1/a_0 \leqslant \bar{\mu}, \quad 0 < a_1 < a_0 < 1. \end{aligned} \tag{15}$$

其中 $\hat{\psi}_0(t)$ 为 $\hat{\psi}_0^*(t) = 1/\hat{c}_0^*(t)$ 的估计,

$$\begin{aligned} &\dot{m} = -\delta_0 m + \delta_1(|u_p| + |y_p| + 1); \\ &m(0) \geqslant \delta_1/\delta_0, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = y - y_m + \hat{\psi}_0\xi, \\ \xi = \hat{\Theta}^{\mathrm{T}}Z - W_m(s)h_0(t)u, \\ Z = W_m(s)[h_0(t)\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}, \end{cases} \tag{17}$$

$$\hat{G}^{\mathrm{T}}(s) = [q^{\mathrm{T}}(sI-F)^{-1}, q^{\mathrm{T}}(sI-F)^{-1}, 1, 1],$$

$$U = \mathrm{diag}(\underbrace{u_p, \cdots, u_p}_{n-1}, \underbrace{y_p, \cdots, y_p}_{n-1}, y_p, r). \tag{18}$$

其中 q, F 如(12)所定义; $\gamma, \gamma', \delta_1, a_0, a_1, \bar{\mu} > 0$ 为设计参数; δ_0 满足 $\delta_0 + \delta_2 \leqslant q_0, \delta_2 > 0$, 其中 $q_0 > 0$ 使得 $W_m(s - q_0)$ 的极点和 $F + q_0 I$ 的特征值稳定.

定理 3　假定系统(1)满足假设 1 ~ 6 并且控制器(12)的参数由(15)进行修正,若 $\|\hat{\Theta}^*(t)\|$ 一致有界并且 $\|\dot{\hat{\Theta}}^*(t)\|, \|\dot{\hat{\Theta}}^*(t)\|^2 \in S_\mu, \mu \geqslant 0$, 那么,对 $U \in L_\infty, \hat{\Theta}, \dot{\hat{\Theta}}$ 一致有界并且 $\|\hat{\Phi}\|^2 \in S_\mu$,

$$\mu_\Theta = O\Big(\Big(1 + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma'}\Big)\bar{\mu}, \Big(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma'}\Big)\mu, \mu^2\Big),$$

其中 $\hat{\Phi} = \hat{\Theta} - \hat{\Theta}^*$.

证明略.

定理 4　假设 $\|\dot{\hat{\Theta}}^*(t)\| \in S_\mu, \mu \geqslant 0$, 那么存在 $\mu^* \geqslant 0, \bar{\mu}^* \geqslant 0, \forall \mu \in [0, \mu^*), \bar{\mu} \in [0, \bar{\mu}^*)$, 及任意有界初始条件,系统(2)与控制器(12) ~ (17)组成的闭环系统中所有信号有界,且跟踪误差

$$e = y_p - y_m \in S_\mu,$$

$$\mu_e = O\Big(\Big(1 + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma'}\Big)\bar{\mu}, \Big(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma'}\Big)\mu, \mu^2, \varepsilon_a\Big),$$

其中 $\varepsilon_a > 0$ 为任意小的数.

证明类似于[2],在此省略.

5 仿真例子(Simulation examples)

例 1　考虑 2 阶时变系统

$$(s^2 + sa_1 + a_2)y_p = u_p. \tag{19}$$

其中 $a_1 = 20 + 12\sin 2t, a_2 = 6\cos 2t$. 控制目标为:设计一个 APPC 使得闭环 PIO 等于 $(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)^{-1}$, 取 $F_1 = -2, q_1 = 1, \delta_0 = \delta_1 = 1, a_0 = 0.9, a_1 = 0.01$, 初始条件

$$\hat{\theta}^{\mathrm{T}}(0) = [13.5, -5.4, 13.2, 5.4].$$

尽管系统参数快速时变,仿真结果(见图 1)表明应用 δ- 修正算法的间接自适应控制可有效地实现控制目标.

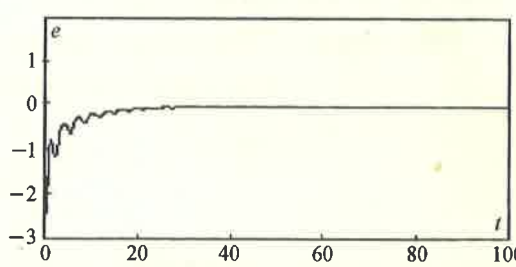

图 1　LTV APPC 自适应调节

Fig. 1　Adaptive regulation with LTV APPC

例 2　考虑 LTV 系统 $[s^2 + a_1(t)s + a_2(t)]y = u, a_1(t) = A_1$ 为未知常数, $a_2(t) = A_2\sin t$, 其中

A_2 为未知常数.要求系统的输出 y 跟踪参考模型 $[s^2+3s+2]y_m = r$ 的输出,其中参考输入 $r = 10\sin t$.设计参数取为

$$\delta_0 = 0.9, \delta_1 = 0.5, a_0 = 0.9, a_1 = 0.01, \Gamma = I.$$

控制律为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = -\omega_1 + \theta_1 u, \quad \dot{\omega}_2 = -\omega_2 + \theta_2 y; \\ u = \omega_1 + \omega_2 + \theta_3 y + r. \end{cases} \tag{20}$$

将新的自适应控制方法应用于 $a_1(t) = -6, a_2(t) = 2\sin t$ 的系统,初始条件为

$$\hat{\Theta}(0) = [-7.85, 72.96, -74.96, 21.2, 2.2]^{\mathrm{T}}.$$

尽管整个系统不是慢时变的,仿真结果(见图2)表明 δ- 修正自适应算法是有效的,控制系统稳定且跟踪误差渐近充分小.

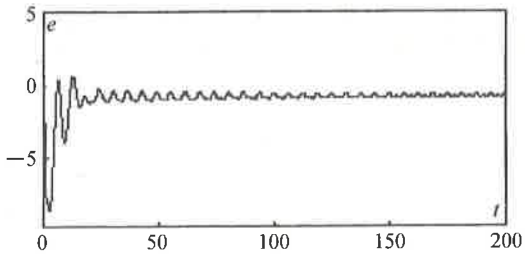

图2 跟踪误差 e

Fig. 2 Tracking error e

6 结束语(Conclusion)

正如所期望的:当未知参数变化充分小并且 δ 的调节速度 $\bar{\mu}$ 充分小时,应用 δ- 修正算法,在间接和直接两种自适应控制中可保证闭环信号的有界性. δ- 修正算法不需要知道 $\|\theta^*(t)\|$ 的上界,可在线调整 δ,从而避免了应用 σ- 修正算法时离线确定 σ_0 的困难抉择.另外,δ- 修正算法可将参数快时变部分的结构结合到控制律中,因此自适应控制方案适用于一大类具有光滑参数的 LTV 系统,这类系统包括具有未知慢 TV 参数也包括已知的快 TV 参数的系统.

参考文献(References)

1 Tsakalis K S and Ioannou P A. A new indirect adaptive control scheme for time-varying plants. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990, 35(6): 697 – 704

2 Tsakalis K S and Ioannou P A. Adaptive control of linear time-varying plants: A new model reference controllers structure. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989, 34(10): 1038 – 1046

3 Ioannou P A and Kokotovic P V. Adaptive systems with reduced models. New York: Springer-verlag, 1983

4 Chai T and Zhang T. A new model reference robust adaptive controller in the preseence of unmodeled dynamics and bounded disturbances. Automatica, 1994, 30(6): 865 – 869

5 李清泉.自适应控制系统的理论、设计与应用.北京:科学出版社,1990

6 张承进,柴天佑.一种新的时变系统间接自适应控制方法.中国控制会议论文集,青岛,1996,549 – 558

本文作者简介

张承进 1962年生.工学博士,现为山东电专热控工程研究所副教授.目前从事自适应控制,模糊控制,热工过程控制等研究工作.

史向东 1963年生.工学学士.1987年毕业于华北电力大学热控专业,现为山东电专教师.目前从事热工过程自动化,电厂协调控制的研究.