

离散神经网络中的变幅值脉冲方法控制混沌研究*

何岱海 徐健学

(西安交通大学非线性动力学所·西安, 710049)

摘要: 本文研究一类离散神经网络中的混沌及控制混沌问题. 对一类神经元对中的混沌给出其吸引域划分的规律. 研究了周期比例脉冲方法(GM 方法)控制混沌的离散神经网络中的应用, 提出了一种改进的控制方法, 即变幅值脉冲方法, 数值实验证明, 比 GM 方法有明显的优点.

关键词: 非线性; 神经网络; 混沌; 控制混沌

Study on the Amplitude Conversion Pulses Method to Control Chaos in Discrete Neural Networks

He Daihai and Xu Jianxue

(Institute of Nonlinear Dynamics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049, P. R. China)

Abstract: In this paper the chaos and controlling chaos in a class of discrete neural networks are studied. The law of the basin division of the chaos attractors in a class of neural oscillators is put forward. The use of the periodic proportional pulses method (GM method) to control chaos in discrete neural networks is also studied in this paper. The amplitude conversion pulses method is advanced, which has more advantage than the GM method.

Key words: nonlinear; neural network; chaos; controlling chaos

1 引言(Introduction)

人脑和人工神经网络中复杂现象的研究, 因其对揭示人类记忆和意识的规律具有重要意义而受到越来越多的重视, 并可望在神经信息处理、混沌同步和模式识别中得到重要应用^[1].

控制混沌是混沌理论走向应用的第一步, 在实验室实验中已成功地用电信号控制动物心脏的不规则跳动; 控制混沌技术有可能应用于保密通讯, 这已在控制混沌非线性电路的实验室实验中得到证实. 除具体应用外, 控制混沌还有助于人们认识大脑的工作机制. 因此研究人工神经网络中的混沌及控制混沌问题具有重要意义^[2,3].

本文中讨论的控制混沌问题实际上是混沌抑制. 周期比例脉冲方法(GM 方法)^[4]不需要系统的任何知识, 直接在系统变量上加比例脉冲, 通过系统反馈抑制混沌行为. GM 方法针对一维映射提出, 继而推广到二维映射抑制瞬态混沌, 并应用于连续系统和离散神经网络^[5].

本文讨论的 m - 神经元全连接神经网络, 可描述为

$$X_{n+1}^i = f_{\mu} \left(\sum_{j=1}^m W_{ij} X_n^j + \theta_i + J_i \right), \quad (1)$$

其中 $i = 1, \dots, m$, θ_i 为阈值, J_i 为外界激励 (θ_i, J_i 本文均取为 0), $f_{\mu}(z) = (1 + \exp(-\mu z))^{-1}$ 或 $\tanh(\mu z)$.

2 离散神经网络中的混沌 (Chaos in discrete neural networks)

取 $m = 2$, $W_{11} = -a$, $W_{12} = a$, $W_{21} = -b$, $W_{22} = b$, 模型如下

$$\begin{cases} x_{n+1} = f_{\mu}(-ax_n + ay_n), \\ y_{n+1} = f_{\mu}(-bx_n + by_n). \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$f_{\mu}(z) = (1 + \exp(-\mu z))^{-1}.$$

取 $a = 5$, $b = 25$, μ 在 $[1, 6]$ 区间变化可以通过倍周期分叉到混沌^[1]. 对于不同的初值 (x_0, y_0) 得到的吸引子可能有三种情况, 限定在 $[0, 0.5] \times [0, 0.5]$ 的混沌吸引子, 限定在 $[0.5, 1] \times [0.5, 1]$ 的混沌吸引子, 不动点 $[0.5, 0.5]$. 本文工作是给出吸引域划分规律: 当 $x_0 > y_0$, 混沌吸引子在 $[0, 0.5] \times [0, 0.5]$ 区; 当 $x_0 < y_0$, 混沌吸引子在 $[0.5, 1] \times [0.5, 1]$ 区; 当 $x_0 = y_0$, 得到不动点 $[0.5, 0.5]$.

* 国家自然科学基金资助项目(19672046).

本文于 1997 年 6 月 23 日收到. 1998 年 5 月 18 日收到修改稿.

证 由上述条件得

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 + \exp(\mu a(x_n - y_n)))^{-1}, \\ y_{n+1} = (1 + \exp(\mu b(x_n - y_n)))^{-1}. \end{cases}$$

当 $x_n > y_n$, 即 $x_n - y_n > 0$, 又 $\mu a > 0$ 和 $\mu b > 0$, 有 $\exp(\mu a(x_n - y_n)) > 1$ 和 $\exp(\mu b(x_n - y_n)) > 1$, 进一步有 $0 < x_{n+1} < 0.5, 0 < y_{n+1} < 0.5$. 又因为 $a < b$, 所以 $\exp(\mu a(x_n - y_n)) < \exp(\mu b(x_n - y_n))$, 得到 $x_{n+1} > y_{n+1}$. 以此类推, 当给初值 $x_0 > y_0$, 混沌吸引子一定在 $[0.5, 1] \times [0.5, 1]$ 区; 同理可得, 当给初值 $x_0 < y_0$, 混沌吸引子一定在 $[0.5, 1] \times [0.5, 1]$ 区; 另外, 当 $x_0 = y_0$, 得到不动点 $[0.5, 0.5]$. 证毕.

3 GM 方法控制混沌的研究 (Study on controlling chaos by GM method)

3.1 GM 方法描述形式 (Description of GM method)

文[5]和[6]虽然同样引用[4]中 GM 方法, 但采用了不同的描述形式(针对一维映射说明, p 为期望周期).

$$\begin{cases} X_{n+1} = F(X_n)(1 - \gamma_0 \delta_{p,n}), \\ \delta_{p,n} = \begin{cases} 1, & \text{当 } n \text{ 为 } p \text{ 的整数倍;} \\ 0, & \text{当 } n \text{ 为其他值.} \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} X'_n = X_n(1 - \gamma_0 \delta_{p,n}), \\ X_{n+1} = F(X'_n), \\ \delta_{p,n} \text{ 同(3).} \end{cases} \quad (4)$$

当控制量很小时, 两种描述方式可以近似等同(图 1). 因为后者的控制效果中, 直接对系统输出产生影响的部分可以忽略; 当控制量大范围变动时, 两者有明显差异. GM 方法本质是通过控制系统变量, 利用系统自身非线性特性使周期轨道稳化.

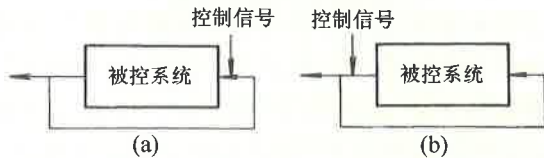


图 1 控制作用在输入部分(a)与输出部分(b)示意图
Fig. 1 Diagram of control on input (a) and output part (b)

3.2 控制机制分析 (Analysis on control mechanism)

考虑一维映射系统, 期望周期为 $p = 1$, 利用 GM

$$\begin{cases} X_{n+1}^i = F_\mu \left(\sum_{j=1}^m W_{ij} X_n^j (1 - \gamma(n \bmod p)) \right), \\ X_{n+1}^k = F_\mu \left(\sum_{j=1}^m W_{kj} X_n^j \right), \quad k = 1, \dots, m \text{ 且 } k \neq i, \\ \gamma(n \bmod p) = \gamma_0 \frac{p-1-(n \bmod p)}{p}, \quad \text{当 } (p-1-(n \bmod p)) \bmod h = 0, \\ \gamma(n \bmod p) = 0, \quad \text{当 } (p-1-(n \bmod p)) \bmod h \neq 0, \quad h = 1, \dots, p-1. \end{cases} \quad (5)$$

方法, 问题归结为利用 γ_0 使 $\left. \frac{\partial F(X)}{\partial X} (1 - \gamma_0) \right|_{X=X_f}$ 的绝对值小于 1, X_f 是不动点, 满足 $X_f = F(X_f)(1 - \gamma_0)$. 对于 $p > 1$ 的情况, 问题归结为使 $\left. \frac{\partial F^p(X)}{\partial X} (1 - \gamma_0) \right|_{X=X_f}$ 的绝对值小于 1, $X_f = F^p(X_f)(1 - \gamma_0)$, F^p 代表 F 映射 p 次.

通过以上分析, 适当选择合适的控制量, 理论上可以使任意的周期稳化. 实际上, 对于系统 $X_{n+1} = F(X_n)(1 - \gamma_0)$ 从以控制量 γ_0 为分叉参数的倒分叉图^[5,6]可以看出, 除个别小周期有较大的参数范围外, 其它周期的参数范围非常小. 这样得到的大周期, 控制量可以较小, 但当控制量发生微小扰动时, 已经得到的稳定周期可能再度丧失稳定性(鲁棒性差). 而对于系统 $X_{n+1} = F^p(X_n)(1 - \gamma_0)$, 由 0 开始增大控制量 γ_0 , 当到一定程度也可得到期望周期, 但是当期期望周期较大时, 通常需要较大的控制量 γ_0 ^[6].

4 控制混沌的变幅值脉冲方法研究 (Controlling chaos by various strength impulsive)

4.1 控制混沌的变幅值脉冲方法的提出 (Various strength impulsive method)

通过数值和理论分析, 不难看出无论是使期望周期 $p = m$, 调节控制量 γ_0 以得到周期 m , 还是使 $p = 1$, 适当选择 γ_0 通过倒分叉以得到周期 m , 在稳化大周期时都不适用. 数值实验说明前者在期望周期 m 较大时, 控制不易实现^[6]. 后者虽然可望在控制量不大的情况下得到较大的周期, 但其控制量不易确定且允许变动范围非常小.

本文基于 GM 方法提出变幅值脉冲方法, 其思想是: 在一个期望周期发生几次控制作用(控制量不同), 以使控制效果强化. 在控制量幅值不大的情况下, 这种控制方法得到了很好的控制效果和控制范围. 用函数 $\gamma(n \bmod p)$ ($n \bmod p$ 代表 n 除以 p 的余数) 取代函数 $\delta_{n,p}$. 对于(1)式描述的 m -神经网络, 控制作用在其中一个神经元上, 描述如下:

h 代表一个期望周期中若干控制的间隔,GM方法相当于新方法的一个特例($h = p$).由于GM方法本身的特点,改进方法仍然是易于实现的.本文方法相当于GM方法的扩展,对于GM方法难于做到的,比如降低控制量、控制大周期、在系统参数扰动或控制量扰动情况下控制稳定,本文方法则可望取得好的效果,数值算例说明这一点.

4.2 数值算例(Simulation examples)

研究4-神经网络,选择

$$\begin{aligned}
 m &= 4, & W_{11} &= -a, & W_{12} &= a, \\
 W_{13} &= -c, & W_{14} &= d, & W_{21} &= -b, \\
 W_{22} &= b, & W_{23} &= -c, & W_{24} &= d, \\
 W_{31} &= -c, & W_{32} &= c, & W_{33} &= -c, \\
 W_{34} &= d, & W_{41} &= -d, & W_{42} &= d, \\
 W_{43} &= d, & W_{44} &= d, & a &= 3, \\
 b &= 19, c &= 1, d &= 0.1, \mu &= 3.
 \end{aligned}$$

由系统输出关于 μ 的分叉图可看出系统输出 $\mu = 3$ 处于混沌状态.使用本文方法控制该神经网络,期望周期 $p = 13$,控制量为 $\gamma_0 = 0.4, h = 1$,得到预期结果(如图2).

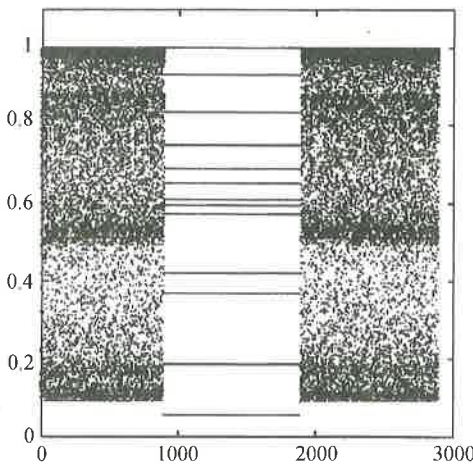


图2 控制结果
Fig. 2 Control result

期望周期 $p=13$, 控制量为 $\gamma_0=0.4$,
 $h=1$, 在1000~2000步之间施加控制.

图3是使用GM方法和改进方法控制混沌使稳定到周期13,本文方法在 $h = 1, 5, 8$ 时控制量 γ_0 比GM方法所需控制量在总体上降低,并且控制量连续区间宽,即采用本文方法可望使用较小的控制量得到的期望周期,又由于控制量连续区间宽,所以控制量扰动不至使期望周期失稳.进一步使 γ_0 作如图4(a)所示的正弦扰动,控制误差(定义为 $e(n) =$

$\sum_{i=1}^p (x_{n+i} - x_{n+i+p})^2$) 由图4(b)给出.使系统增益 μ 作如图4(c)所示的正弦扰动,控制误差由(d)给出.两种情况下,误差都足够小.而采用GM方法对于这种情况,控制周期无法保持.数值实验表明,本文方法比GM方法有更好的控制混沌能力,尤其是比较大的周期也得到很好的控制效果.控制量小,其次控制量有较大的允许变动范围,对于系统参数的一定程度内的扰动控制稳定.

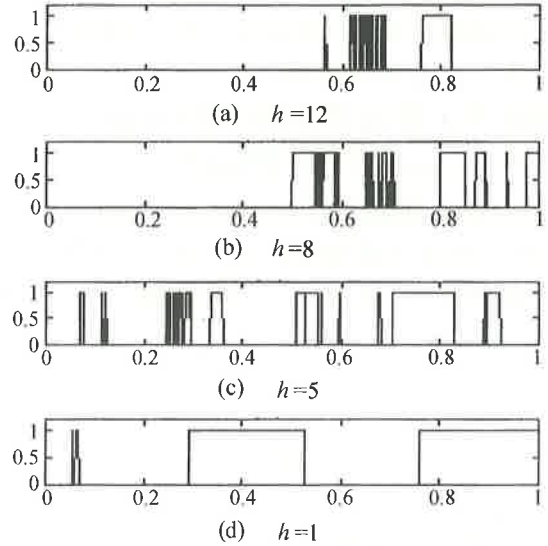


图3 控制效果与 h, γ_0 的关系

Fig. 3 The relation between control result and h, γ_0

横坐标是 γ_0 , 纵坐标代表是否控制到期望周期,在纵坐标为1的点对应的控制量 γ_0 使系统稳定到期望周期, (a) 为GM方法, (b), (c), (d) 按本文方案依次增加控制次数,由上到下出现较宽的平台,说明控制量范围增大.

假定对于混沌二维映射系统,点 $P(x_1, y_1)$ 在期望稳定的周期轨道上,混沌轨道频繁地访问 P 的任意给定微小邻域,GM方法控制混沌的本质^[5] 是通过扰动使混沌轨道 P 移动,并最终通过 P .而本文方向是多点施以控制,假定 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 在期望稳定的周期轨道上,混沌轨道频繁地访问 P_1, P_2 各自的任意给定微小邻域,通过不同的控制量使混沌轨道在经过 P_1 邻域时向 P_1 移动,经过 P_2 邻域时向 P_2 移动,最终稳定到期望周期上.但是不同控制量的选取又是新的问题,不恰当的控制量比例也可能使控制效果变差,(5)式给出的情况也只是一种特例.进一步由文^[5]的分析可以设想,“混沌程度”越高(Lyapunov指数做为依据),混沌轨道访问 P 的邻域越频繁,从而混沌容易控制,控制参数的变动范围也越大,由本文给出的参数通过数值实验可以验证.

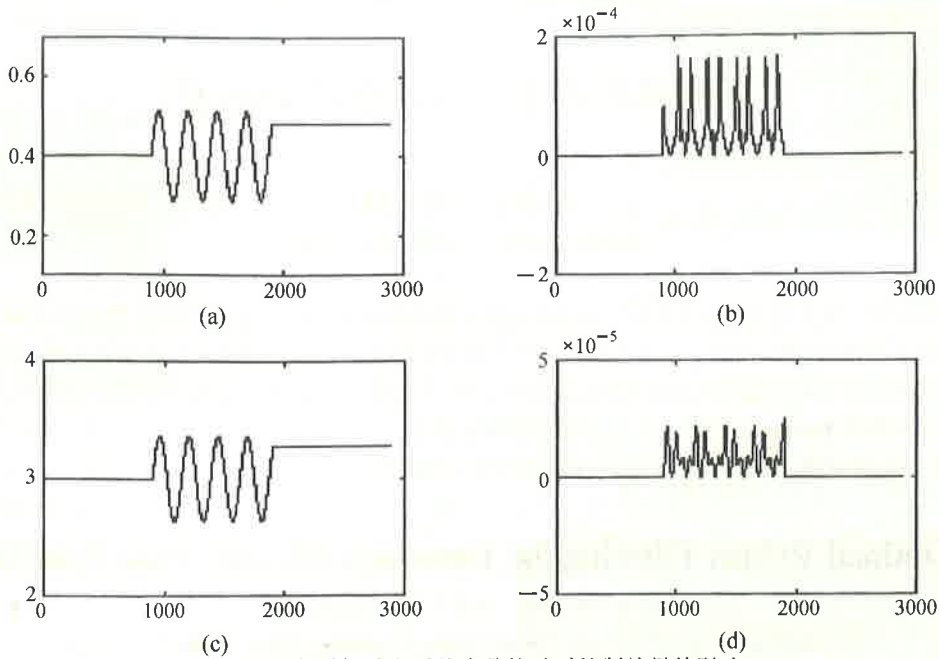


图 4 控制量扰动和系统参数扰动对控制效果的影响

Fig. 4 The influence on the control result by the perturbation of the control strength and system parameter

5 结论(Conclusion)

对于一类神经元对中出现的混沌现象给出吸引域划分,除了可用来解释一些复杂现象(例如[5]中的图 4. a,当控制量 γ_0 通过零点时,混沌区发生改变)外,也可用来有目的地改变混沌的活动区域。

关于控制混沌,基于 GM 提出变幅值脉冲控制方法,可用较小的控制量得到较大的期望周期,并且当控制量或系统参数在一定范围内扰动时,得到的周期仍然保持。虽然相对于 GM 方法增加了一些复杂度,但是因为 GM 方法本身的简单性,改进方法仍然是易于实现的。

参考文献(References)

1 Wang Xin. Discrete-time dynamics of coupled quasi-periodic and chaotic neural network oscillators. Proceedings of IJCNN-93, 1993, (3): 517 - 522

2 Ott E, Grebogi C and Yorke J A. Controlling chaos. Phys. Rev. Lett., 1990, 64(11): 1196 - 1199
 3 Pecora L M and Carrol T L. Synchronization in chaotic systems. Phys. Rev. Lett., 1990, 64(8): 821 - 824
 4 Güémez J and Matias M A. Control of chaos in unidimensional maps. Phys. Lett. A, 1993, 181(1): 29 - 32
 5 Solè R V and Prida L de la. Controlling chaos in discrete neural networks. Phys. Lett. A, 1995, 199(1): 65 - 69
 6 陈立群, 戈新生. 关于抑制混沌的变量比例反馈方法. 非线性动力学学报, 1996, 3(3): 241 - 245

本文作者简介

何岱海 1972 年生. 1994 年西安交通大学工程力学专业毕业, 获学士学位. 1994 年至今在西安交通大学非线性动力学所进行硕博连读, 发表论文 4 篇. 研究方向为神经网络非线性动力学及控制。

徐健学 1933 年生. 1956 年交通大学机械系本科毕业. 1983 年 7 月 ~ 1984 年 8 月在美国伯克利加利福尼亚大学作访问学者, 研究非线性振动. 教授, 博士生导师. 1994 年在日本名古屋工业大学受聘为日本文部省 JSPS 教授. 发表论著 130 余篇(部), 获国家科技进步三等奖一项和省部级科技进步奖四项。