第 16 卷第 2 期　　控制理论与应用　　Vol.16, No.2
1999 年 4 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Apr., 1999

2-D 奇异系统的干扰解耦控制 *

张端金
(郑州大学电子工程系·郑州,450052)
邹　云　杨成梧
(南京理工大学动力工程学院·南京,210094)
吴　捷
(华南理工大学电力学院·广州,510640)

摘要: 本文研究 2-D 奇异系统的干扰解耦控制问题.首先定义适合 2-D 奇异系统一般模型的 (E, A, B)—不变子空间的概念,然后利用 Kaczorek 给出的 2-D 奇异系统一般状态响应公式,得到 2-D 奇异系统的干扰解耦控制问题可解的充分条件及其设计算法.

关键词: 2-D 系统; 奇异系统; 干扰解耦

The Disturbance Decoupling Control for 2-D Singular Systems

Zhang Duanjin
(Depamtent of Electronic Engineering, Zhengzhou University·Zhengzhou, 450052, P. R. China)
Zou Yun　and　Yang Chengwu
(School of Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology·Nanjing, 210094, P. R. China)
Wu Jie
(Electric Power College, South China University of Technology·Guangzhou, 510640, P. R. China)

Abstract: The disturbance decoupling problem (DDP) for 2-D singular general model (2-D SGM) is discussed in this paper. A useful concept of (E, A, B)—invariant subspace is proposed, where E and A are not restricted to be the square matrices. Based on the general response formula given by Kaczorek (1990), some sufficient conditions for the solvability and the corresponding design approach to DDP of 2-D SGM are obtained.

Key words: 2-D system; singular system; disturbance decoupling

1　引言(Introduction)

近 20 年来,2-D 线性离散系统的状态空间理论在许多领域获得迅速发展[1].有关 2-D 系统综合问题及 2-D 奇异系统的研究也已逐步展开.文[2~4]采用几何方法、频域方法和矩阵方法讨论 2-D 系统的干扰解耦与输出调节问题,取得了较好的研究结果.本文在[3]的基础上对一类非本性奇异系统(其特征多项式为容许的[1])给出了 2-D 奇异系统干扰解耦问题可解的充分条件及其设计算法.

2　系统模型与问题描述(System model and problem statement)

2.1　问题描述(Problem description)

考虑带有外加干扰的 2-D 奇异系统的一般模型(2-D SGM)

$$\begin{aligned}Ex(i+1,j+1) = {} & A_0x(i,j) + A_1x(i+1,j) + \\ & A_2x(i,j+1) + B_0u(i,j) + \\ & B_1u(i+1,j) + B_2u(i,j+1) + \\ & M_0d(i,j) + M_1d(i+1,j) + \\ & M_2d(i,j+1),\end{aligned} \tag{1a}$$

$$y(i,j) = Dx(i,j). \tag{1b}$$

边界条件为

$$x(i,0) = x_{i,o}, \quad x(0,j) = x_{0,j}. \tag{2}$$

其中

$$x(i,j) \in \mathbb{R}^n, \quad u(i,j) \in \mathbb{R}^m,$$
$$y(i,j) \in \mathbb{R}^l, \quad d(i,j) \in \mathbb{R}^r$$

分别为系统的局部状态、输入、输出和外加干扰; E, $D, A_k, B_k, M_k (k = 0,1,2)$ 分别为适当维数的实常阵, E, A_i 满足 2-D 正则束条件:

$$p(z_1,z_2) = \det A(z_1,z_2) = \det(z_1z_2E - z_1A_1 - z_2A_2 - A_0) \neq 0. \tag{3}$$

* 国家自然科学基金(69474001,69674025)和河南省教委基金(93459039)资助项目.
本文于 1996 年 3 月 11 日收到.1998 年 1 月 14 日收到修改稿.

定义 1 系统(1)的特征多项式 $p(z_1,z_2)$ 称为主项的,是指其 $z_1^{n_1}z_2^{n_2}$ 项系数 $a_{n_1,n_2}\neq 0$, n_1 和 n_2 分别为 $p(z_1,z_2)$ 关于 z_1 和 z_2 的最高幂次.

定义 2 具有主项特征多项式的系统称为非本性奇异系统或极点型奇异系统.

2-D 奇异系统的干扰解耦问题(2-D SDDP)是指寻求状态反馈

$$u(i,j)=Fx(i,j),\quad F\in\mathbb{R}^{m\times n}. \tag{4}$$

使得系统(1)的相应闭环

$$\begin{aligned}Ex(i+1,j+1)=&A_{F_0}x(i,j)+A_{F_1}x(i+1,j)+\\&A_{F_2}x(i,j+1)+M_0d(i,j)+\\&M_1(i+1,j)+M_2(i,j+1),\end{aligned}\tag{5a}$$

$$y(i,j)=Dx(i,j) \tag{5b}$$

的输出 $y(i,j)$ 在任意相容[5]边界条件(2)下与外加干扰 $d(i,j)$ 无关,式中 $A_{F_i}=A_i+B_iF$.

2.2 状态响应公式[6](State response formula)

若对任意的 $E,A_k,B_k,k=0,1,2$, 有

$$G(z_1,z_2)=A^{-1}(z_1,z_2)=\sum_{i=-n_1}^{\infty}\sum_{j=-n_2}^{\infty}T_{i,j}z_1^{-i}z_2^{-j}. \tag{6}$$

对某些适当的 $n_1,n_2<\infty$ 和 $T_{i,j}\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 成立,则 2-D奇异系统状态响应公式为

$$\begin{aligned}x(i,j)=&\sum_{p=-n_1}^{i-1}\sum_{q=-n_2}^{j-1}T_{p,q}B_0u(i-p,j-q)+\\&\sum_{p=-n_1}^{i}\sum_{q=-n_2}^{j-1}T_{p,q}B_1u(i-p+1,j-q)+\\&\sum_{p=-n_1}^{i-1}\sum_{q=-n_2}^{j}T_{p,q}B_2u(i-p,j-q+1)+\\&\sum_{p=-n_1}^{i-1}T_{p,j}[A_0x(i-p,0)+B_0u(i-p,0)]+\\&\sum_{p=-n_1}^{i}T_{p,j}[A_1x(i-p+1,0)+B_1u(i-p+1,0)]+\\&\sum_{q=-n_2}^{j}T_{i,q}[A_2x(0,j-q+1)+B_2u(0,j-q+1)]+\\&\sum_{q=-n_2}^{j-1}T_{i,q}[A_0x(0,j-q)+B_0u(0,j-q)]+\\&T_{i,j}[A_0x(0,0)+B_0u(0,0)].\end{aligned}\tag{7}$$

式中 $T_{p,q}$ 为级数(6)的各项系数且满足下式:

$$T_{p,q}E=\begin{cases}T_{0,0}A_0+T_{1,0}A_1+T_{0,1}A_2+I, & 若\ p=q=1,\\ T_{p-1,q-1}A_0+T_{p,q-1}A_1+T_{p-1,q}A_2, & 若\ p\neq 1\ 或\ q\neq 1,\\ 0, & 若\ p<-n_1\ 或\ q<-n_2.\end{cases}\tag{8}$$

3 主要结果(Main results)

设 $E,A\in\mathbb{R}^{n\times n},B\in\mathbb{R}^{n\times n},V\subset W\subset\mathbb{R}^n$ 为子空间.需要说明的是这里的 E,A,B 并非系统(1)的系数矩阵,而只是一种符号记法.

定义 3 称 V 为含于 W 的(E,A,B)—不变子空间,是指存在 $F\in\mathbb{R}^{m\times n}$ 使得

$$(A+BF)V\subset E\circ V. \tag{9}$$

其中 $E\circ V$ 为 E 对 V 进行满足下式性质的某种运算"∘"后所得的子空间.

$$若\ V_1\subset V_2,则\ E\circ V_1\subset E\circ V_2. \tag{10}$$

引理 1 $V\subset W\subset\mathbb{R}^n$ 为(E,A,B)—不变子空间当且仅当

$$AV\subset E\circ V+\mathrm{Im}B. \tag{11}$$

引理 2 设 $V_0=W$,

$$V_{\mu+1}=W\cap A^{-1}\{E\circ V_\mu+\mathrm{Im}B\}. \tag{12}$$

其中

$$A^{-1}V=\{x:x\subset\mathbb{R}^n,Ax\in V\}$$

为 V 关于 A 的原像,则必存在 $k\leqslant\dim W$ 使得 $V_\mu=V_k$ 对任意 $\mu\geqslant k$ 均成立,且

$$V_k=\sup\xi(E,A,B,W,\circ). \tag{13}$$

上式中 $\xi(E,A,B,W,\circ)$ 表示含于 W 中关于满足(10)式的运算"∘"的所有(E,A,B)—不变子空间所构成的类.

定理 1 若反馈 $u(i,j)=Fx(i,j)$ 使得闭环(5)为极点型奇异的,则该反馈为 2-D SDDP 问题的解,当且仅当对任意的 $i\geqslant -n_1,j\geqslant -n_2$ 有

$$T_{i,j}^F\mathrm{Im}M_k\subset\mathrm{Ker}D,\quad k=0,1,2. \tag{14}$$

式中 $\mathrm{Ker}D$ 表示 D 的核空间,$T_{i,j}^F$ 为(6)所定义的相应于闭环(5)的状态转移矩阵.

定理 2 假设公式(7)对闭环(5)成立,则 2-D SDDP问题有解的充分条件为

$$\mathrm{Im}M_k\subset EV^*,\quad k=0,1,2. \tag{15}$$

其中

$$V^*=\sup\xi(\bar E,\bar A,\bar B,\mathrm{Ker}D,*),$$
$$\bar A=[A_0\quad A_1\quad A_2]^{\mathrm T},$$
$$\bar B=[B_0\quad B_1\quad B_2]^{\mathrm T}.$$

且运算"*"和 $\bar E\in\mathbb{R}^{3n\times n}$ 定义为

$$\bar E*V=EV\times EV\times EV. \tag{16}$$

式中"×"表示子空间的 Descartes 积,显然这里的

“$*$”满足(10)式.

证 对 V^* 而言,由定义知存在 $F \in \mathbb{R}^{m\times n}$ 使得

$$(\bar{A} + \bar{B}F)V^* \subset \bar{E} * V^*. \tag{17}$$

故

$$(A_k + B_kF)V^* \subset EV^*, \quad k = 0,1,2.$$

利用(8)和(15)并考虑到假设条件,可得

$$T_{i,j}^F \mathrm{Im} M_k \subset T_{i,j}^F EV^* = \begin{cases}(T_{0,0}^F A_0 + T_{1,0}^F A_1 + T_{0,1}^F A_2 + I)V^*, & i = j = 1,\\ (T_{i-1,j-1}^F A_0 + T_{i,j-1}^F A_1 + T_{i-1,j}^F A_2)V^*, & i \neq 1 \text{ 或 } j \neq 1,\\ 0, & i < -n_1 \text{ 或 } j < -n_2.\end{cases} \tag{18}$$

于是对 $k = 0,1,2$, 有

$$T_{i,j}^F \mathrm{Im} M_k \subset \begin{cases} V^* \subset \mathrm{Ker}D, & i,j \geqslant 1,\\ 0, & i < 1 \text{ 或 } j < 1.\end{cases} \tag{19}$$

由上式和定理1即得. 证毕.

在此给出 2-D SDDP 的一种设计算法:

1) 由引理2给出的算法计算定理2中的 $V^* = \sup\xi(\bar{E},\bar{A},\bar{B},\mathrm{Ker}D,*)$.

2) 检验条件(15)是否成立,若成立则进行下一步.

3) 由引理1给出的方法计算出一个合适的 $F \in \mathbb{R}^{m\times n}$ 使得(17)成立.

4) 检验与上述 F 相应的闭环(5)是否极点型奇异.若非,则返回2),利用有关参数的自由度重新选择适当 F;若是,则该 F 即为所求,否则本算法失效.

参考文献(References)

1 杨成梧,邹云.2-D线性离散系统.北京:国防工业出版社,1995

2 邹云,杨成梧.2-D系统的干扰解耦.控制理论与应用,1995,12(6):781-786

3 Conte G and Perdon A. A geometric approach to the theory of 2-D systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988,33(10):946-950

4 杨成梧,方勇.2-D系统的静态干扰解耦控制.自动化学报,1994,20(2):240-246

5 Kaczorek T. The singular general model of 2-D systems and its solution. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988,33(10):1060-1061

6 Kaczorek T. General response formula and minimum energy control for the general singular model of 2-D systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990,35(4):433-436

本文作者简介

张端金 1966年生.1986年毕业于东北大学自动控制系,1988年在哈尔滨工业大学获硕士学位,1998年在南京理工大学获博士学位.主要研究兴趣为高速信号处理,鲁棒控制和电力系统控制.

邹 云 1962年生.1990年于南京理工大学获博士学位后留校任教,1994年晋升教授,1997年至1998年在North Carolina State University做访问学者.主要研究方向为2-D奇异系统控制和电力系统的稳定性分析.

杨成梧 1936年生.1961年毕业于哈尔滨军事工程学院,现为南京理工大学教授,博士生导师.主要研究方向为2-D系统,广义系统和高速采样控制.

吴 捷 1937年生.1961年毕业于哈尔滨工业大学,现为华南理工大学电力学院教授,博士生导师.主要研究方向为自适应控制,电力系统的分析与控制.