

基于正交计算灵敏度的极大似然估计算法*

崔平远 吴瑶华 黄文虎

(哈尔滨工业大学航天学院, 150006)

摘要: 本文基于正交计算灵敏度的极大似然估计算法研究了弹性飞行器的气动参数辨识问题. 文中利用指示函数(indicial function)的概念和 Duhamel 积分描述任意的非正常气动力过程, 借助于正交试验的正交表解决了递推计算灵敏度的数值计算问题. 最后给出了弹性飞行器气动参数估计的一个仿真算例.

关键词: 弹性飞行器; 极大似然估计; 指示函数; 正交试验

1 引言

非线性极大似然估计通常采用积分求解灵敏度方程的修正牛顿——拉夫森(modified Newton—Raphson MNR)算法进行指标函数的优化计算, 对于含有 P 个未知参数的 n 维系统, 意味着需要积分计算 $n \times p$ 个灵敏度方程, 无论在算法的构成上还是具体计算方面都将遇到相当的困难. 因此, 一种具有计算灵敏度的修正牛顿——拉夫森(MNR with estimated sensitivities MNRES)算法被提出^[1], 它既减少了计算量, 又回避了每次更改参数模型必须重新推导灵敏度方程这一繁杂的运算. 然而, MNRES 算法在启动时需要计算一个 $p \times p$ 的矩阵之逆, 随着 p 的增大, 其矩阵求逆运算越困难, 限制了 MNRES 算法的实际应用. 为此, 本文借用正交试验的正交表构成初始矩阵, 解决了原算法的初始矩阵求逆问题, 并结合有限维正则弹性弯曲模态方程, 应用于弹性飞行器定常气动参数和非正常气动指示函数的估计, 为使用参数估计技术解决弹性飞行器的气动参数求取问题给出了一种实用方法.

2 极大似然估计

考虑下述非线性动力学系统:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= f(x, u, \theta), & x(0) &= x_0, \\
 y &= h(x, u, \theta), \\
 z_i &= y_i + v_i, & i &= 1, 2, \dots, N, \\
 E\{v_i\} &= 0, & E\{v_i v_j^T\} &= R \delta_{ij}, & \delta_{ij} &= \begin{cases} 1 & i = j, \\ 0 & i \neq j. \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

其中 $x \in R^n, u \in R^r, y \in R^m, \theta \in R^p$, 参数 θ 的极大似然估计的指标函数是^[2]

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (z_i - y_i)^T R^{-1} (z_i - y_i) + \frac{1}{2} N \ln |R|.
 \tag{2}$$

通常的 MNR 优化算法表达式如下

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta \theta_k,
 \tag{3}$$

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于1990年4月4日收到. 1991年8月7日收到修改稿.

$$\Delta\theta_k = \left[\sum_{i=1}^N G_i^T \hat{R}^{-1} G_i \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N G_i^T \hat{R}^{-1} \gamma_i \right] \Big|_{\theta=\theta_0} \quad (4)$$

其中 $G_i = \left\{ \frac{\partial y_k}{\partial \theta_l} \right\}$, 称为灵敏度矩阵, $\gamma_i = z_i - y_i(\theta)$, $\hat{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma_i \gamma_i^T$. G_i 由下述灵敏度方程积分计算.

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial \theta}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial \theta}. \quad (6)$$

3 基于正交计算灵敏度算法

3.1 MNRES 算法

MNR 算法每次迭代需要积分计算 $n \times p$ 个灵敏度方程. 为解决高维系统的优化计算, 文献[1]提出了将输出向量在参数空间拟合成 θ 的函数, 用拟合曲面的斜率构成灵敏度矩阵, 进而递推计算灵敏度的算法. 即令

$$y_k^i(\theta^j) = s_{k0} + s_{k1}\theta_1^j + \dots + s_{kp}\theta_p^j \quad (7)$$

其中, i 表示时间上的第 i 个时刻, k 表示输出向量的第 k 个元素, j 表示参数空间的 $p+1$ 个样本点之一. s_{k1}, \dots, s_{kp} 即为灵敏度 $(\partial y_k / \partial \theta_l)_i$ ($l=1, 2, \dots, p$).

以向量 y 的第一个分量 y_1 为例, 选择 $p+1$ 个样本点可以导出[1]

$$\begin{bmatrix} y_1^1 - y_1^0 \\ y_1^2 - y_1^0 \\ \vdots \\ y_1^p - y_1^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta_1^1 & \Delta\theta_1^2 & \dots & \Delta\theta_1^p \\ \Delta\theta_1^2 & \Delta\theta_1^3 & \dots & \Delta\theta_1^3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\theta_1^p & \Delta\theta_1^2 & \dots & \Delta\theta_1^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ \vdots \\ s_{1p} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $\Delta\theta_l^i = \theta_l^i - \theta_l^0$. 将(8)式记为

$$\Delta y_{1i} = \Delta X s_{1i}. \quad (9)$$

因而, $(\partial y_k / \partial \theta_l)_i$ 由下式给出

$$s_{1i} = [\Delta X]^{-1} \Delta y_{1i}. \quad (10)$$

由于 ΔX 与时间无关, 因而灵敏度计算不依赖于时间 i . 在第一次迭代完成, 得到灵敏度初值之后, 在以后的优化迭代计算中, 可以采用最小二乘法递推计算灵敏度[1].

3.2 灵敏度初值的正交计算

在 MNRES 算法中, 对 p 维参数空间中的 $p+1$ 个样本点 θ_k^j ($k=1, 2, \dots, p; j=0, 1, \dots, p$) 的选择未做相应限制, 导致矩阵 ΔX 的求逆运算难以实现. 随着 p 的增大, ΔX 之逆运算更加困难, 甚至不收敛, 限制了这种递推计算灵敏度算法的实际应用. 正交算法是基于二水平正交表, 在 p 维参数空间选择 $M+1$ 个样本点对 y_k 做 $M+1$ 次计算[2]. 即取

$$\theta_k^j = \theta_k^0 + a_{jk} \Delta \theta_k, \quad k=1, 2, \dots, p; j=0, 1, \dots, M. \quad (11)$$

当 $j=0$ 时定义 $a_{j0}=0$, $\Delta \theta_k$ 是 θ_k 相对 θ_k^0 的摄动量. 从而(8)式有如下形式[2].

$$\begin{bmatrix} y_1^1 - y_1^0 \\ y_1^2 - y_1^0 \\ \vdots \\ y_1^M - y_1^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \dots & a_{Mp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 s_{11} \\ \Delta\theta_2 s_{12} \\ \vdots \\ \Delta\theta_p s_{1p} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

$$\Delta\theta_{kS_{1k}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M a_{jk} (y_{1j}^k - y_{1j}^0), \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (13)$$

4 弹性飞行器气动参数估计

4.1 弹性飞行器纵向小扰动运动方程

仅考虑纵向扰动运动时,弹性飞行器的短周期扰动运动方程可简化为^[2]

$$m_0 = (\dot{V}_y + U_0 \omega_z) = F_y, \quad (14)$$

$$J_z \dot{\omega}_z = M_z, \quad (15)$$

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i/m_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (16)$$

其中

$$F_y = \int_{-\infty}^t F_y^{V_y}(\tau) \dot{V}_y(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t F_y^{\omega_z}(\tau) \dot{\omega}_z(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t F_y^{\delta_z}(\tau) \dot{\delta}_z(t-\tau) d\tau \\ + \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t F_y^{q_j}(\tau) \dot{q}_j(t-\tau) d\tau + \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t F_y^{\ddot{q}_j}(\tau) \ddot{q}_j(t-\tau) d\tau, \quad (17)$$

$$M_z = \int_{-\infty}^t M_z^{V_y}(\tau) \dot{V}_y(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t M_z^{\omega_z}(\tau) \dot{\omega}_z(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t M_z^{\delta_z}(\tau) \dot{\delta}_z(t-\tau) d\tau \\ + \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t M_z^{q_j}(\tau) \dot{q}_j(t-\tau) d\tau + \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t M_z^{\ddot{q}_j}(\tau) \ddot{q}_j(t-\tau) d\tau, \quad (18)$$

$$Q_i = \int_{-\infty}^t Q_i^{V_y}(\tau) \dot{V}_y(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t Q_i^{\omega_z}(\tau) \dot{\omega}_z(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t Q_i^{\delta_z}(\tau) \dot{\delta}_z(t-\tau) d\tau \\ + \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t Q_i^{q_j}(\tau) \dot{q}_j(t-\tau) d\tau + \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t Q_i^{\ddot{q}_j}(\tau) \ddot{q}_j(t-\tau) d\tau. \quad (19)$$

式中,

V_y : 质心线速度法向分量,

ω_z : 俯仰角速度,

U_0 : 飞行器速度,

m_0 : 飞行器质量,

J_z : 转动惯量,

q_i : 第 i 阶弹性振型广义坐标,

ζ_i : 第 i 阶弹性振型结构阻尼系数,

ω_i : 第 i 阶弹性振型固有频率,

Q_i : 第 i 阶弹性振型广义力,

m_i : 第 i 阶弹性振型广义质量,

δ_z : 升降舵偏角.

$F_y^O(\tau)$ 、 $M_z^O(\tau)$ 、 $Q_i^O(\tau)$ 分别表示飞行器在量 O 的单位阶跃输入作用下产生的法向力、俯仰力矩和第 i 阶弹性振型广义力的指示函数. 显然,对弹性飞行器非定常气动力的估计就是在计及弹性变形条件下,确定方程(17)~(19)中的指示函数.

4.2 估计算例

基于方程(15)、(16)和(18),经过一定简化之后,选取如下仿真模型^[2]:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z = & \frac{1}{J_z} [M_{z0} + M_z^a \alpha + M_z^{\omega} \omega_z + M_z^{\delta} \delta_z + \int_0^{T_1} m_{zj}^{\omega}(\tau) \dot{\omega}_z(t - \tau) d\tau \\ & + \sum_{i=1}^n \int_0^{T_2} M_{zi}^{\xi}(\tau) \dot{q}_i(t - \tau) d\tau + \sum_{i=1}^n \int_0^{T_3} M_{zi}^{\ddot{\xi}}(\tau) \ddot{q}_i(t - \tau) d\tau], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i/m_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (21)$$

式中 α 是攻角,

$M_z^a, M_z^{\omega}, M_z^{\delta}$ 是定常气动参数,

$m_{zj}^{\omega}(\tau), M_{zi}^{\xi}(\tau), M_{zi}^{\ddot{\xi}}(\tau)$ 是剩余函数和指示函数.

观测方程

$$\omega_{zm} = \omega_z + v. \quad (22)$$

本例的仿真计算仅考虑一阶振型, 只计及广义坐标的一阶导数的影响. 并且取

$$\alpha = -2\alpha + \omega_z. \quad (23)$$

仿真参数为 $J_z = 1, M_{z0} = 0, M_z^a = -5, M_z^{\omega} = -2, M_z^{\delta} = -5, T_1 = T_2 = 0.5, \xi = 0.3, \omega = 30$. 剩余函数 $m_{zj}^{\omega}(\tau)$ 和指示函数 $M_{zi}^{\xi}(\tau)$ 的仿真模型分别如图 1 和图 2 所示.

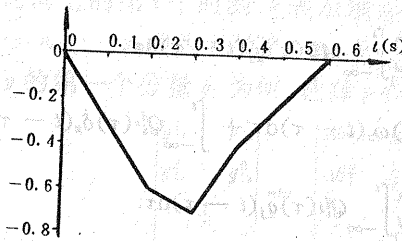


图 1 剩余函数 m_{zj}^{ω} 的仿真模型

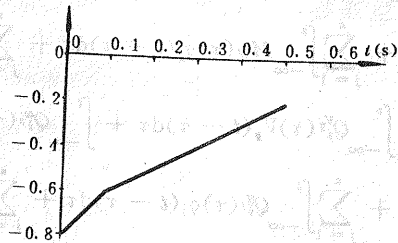


图 2 指示函数 m_{zi}^{ξ} 的仿真模型

在选定一种控制输入 (δ_z) 和广义力及广义质量之后, 通过仿真计算就可获得相应的仿真数据^[2] (本算例选控制输入为三角波, 广义力与广义质量比值为正弦波, 所加观测噪声是均值为零、方差为 0.01 的高斯白噪声).

首先, 利用已知数据由 (21) 式计算广义坐标, 然后, 将剩余函数 $m_{zj}^{\omega}(\tau)$ 和指示函数 $M_{zi}^{\xi}(\tau)$ 化为离散化表达式, 估计定常气动参数和剩余函数、指示函数的节点值. 估计结果见表 1.

表 1 定常气动参数、剩余函数和指示函数估计结果

参数·节点	M_z^a	M_z^{ω}	M_z^{δ}	$m_{zj}^{\omega}(.1)$	$m_{zj}^{\omega}(.2)$	$m_{zj}^{\omega}(.3)$	$m_{zj}^{\omega}(.4)$
估计值	-5.005	-2.001	-4.998	-0.302	-0.605	-0.706	-0.398
节点	$m_{zj}^{\omega}(.5)$	$M_{zi}^{\xi}(0)$	$M_{zi}^{\xi}(.1)$	$M_{zi}^{\xi}(.2)$	$M_{zi}^{\xi}(.3)$	$M_{zi}^{\xi}(.4)$	$M_{zi}^{\xi}(.5)$
估计值	-0.200	-0.800	-0.597	-0.498	-0.399	-0.301	-0.200

5 结 论

由于弹性飞行器运动方程和非定常气动力描述的复杂性, 其气动参数估计问题难度较大. 本文采用正交计算灵敏度的极大似然估计算法给出了一种弹性飞行器的气动参数估计方法, 更复杂的情况还需进一步研究.

参 考 文 献

- [1] Murphy, P. C. and Klein, V. . Maximum Likelihood Algorithm Using an Efficient Scheme for Computing Sensitivities and Parameter Confidence Intervals. AIAA 84-2084, 1984, 131-139
- [2] 崔平远. 非定常气动力识别与现场条件下的飞行器气动参数估计. 哈尔滨工业大学博士论文, 1990年6月

Modified Maximum Likelihood Estimation Algorithm and Its Application to Aerodynamic Parameter Identification for Elastic Aircraft

CUI Pingyuan WU Yaohua and HUANG Wenhui

(Harbin Institute of Technology, School of Astronautics • Harbin, 150006, PRC)

Abstract: In this paper, the aerodynamic parameter identification of elastic aircraft is studied by the maximum likelihood estimation algorithm using orthogonal test table for computing sensitivities. In the paper, the Duhamel's integral of aerodynamic indicial function is used to describe unsteady aerodynamic force, the difficulty of numerical calculation in the recursive computing sensitivities method is solved by the orthogonal table of orthogonal test. Finally, a simulation example of aerodynamic parameter estimation for elastic aircraft is given.

Key words: elastic aircraft; maximum likelihood estimation; indicial function; orthogonal test

本文作者简介

崔平远 1986年和1990年在哈尔滨工业大学分别获得控制工程硕士和一般力学博士学位. 研究领域为非线性系统的微分几何理论, H_∞ 控制理论, 系统辨识与参数估计, 自适应控制等.

吴瑶华 教授, 博士生导师. 1949年毕业于南京大学. 1955年任讲师. 1962年任副教授. 1985年任教授. 长期从事飞行力学方面的科研工作.

黄文虎 教授, 博士生导师. 1949年毕业于浙江大学. 1950年到哈尔滨工业大学工作. 1955年任讲师. 1962年任副教授. 1978年任教授. 担任过教研室主任、系副主任、校长等职. 长期从事机械振动, 结构动力学, 一般力学, 特别是振动系统的故障诊断, 参数识别方面的研究工作.