广义系统干扰解耦的正则状态观测器*

邹　云　杨成梧
(华东工学院八系·南京,210014)

摘要：本文在文[1]的基础上进一步讨论了含有未知输入(或外部干扰)的广义系统 $E\dot{x}=Ax+Bu+Mf,y=Dx$ 的正则状态观测器问题．结果表明：只要这样的观测器存在，则也可将其设计化为一个低于 $\mathrm{rank}E$ 阶的正则系统的相应问题．

关键词：广义系统；线性系统；干扰解耦；观测器

1　引　　言

在文[1]中，我们曾对线性定常广义系统

$$\Theta:\begin{cases}E\dot{x}=Ax+Bu,\\ y=Dx,\end{cases}\quad x(0^-)=x_0,\quad t\geqslant 0$$

的正则状态观测器进行了讨论，得到了很好的结果．这里 $E,A\in R^{n\times n},B\in R^{n\times m},D\in R^{l\times n}$，$E$ 奇异，但 E,A 满足正则约束条件

$$\det(sE-A)\not\equiv 0. \tag{1}$$

本文所讨论的问题则是如下带有部分未知输入的广义系统

$$\begin{cases}E\dot{x}=Ax+Bu+Mf,\\ y=Dx\end{cases} \tag{2}$$

的正则状态观测器的存在性与设计方法，其中 E,A,B,D 均同上所述，而 $M\in R^{n\times p},f\in R^p$ 为分段光滑的未知输入．

2　主要符号与定义

本文所用的主要符号，如基本函数空间 K，广义函数空间 $K',K'_{\tau+}$，及函数空间 C^c_τ 等和广义函数 $f\in K'_{\tau+}(\tau\geqslant 0)$ 在 $[0,\infty)$ 及单点集 $\{\tau\}$ 上的"限制" f_+ 和 $f[\tau]$ 以及 K'_τ 空间中"τ-收敛"(记为 $f\xrightarrow{\tau}0$)等，定义与[1]中完全相同，这里不再赘述．设 $\tau\geqslant 0,f\in K'_{\tau+}$，定义 $\Delta_\tau f\triangleq g_f(\tau^+)-g_f(\tau^-)$，这里 g_f 定义参见[1]中§2.

定义 1　称广义系统 Θ(或记为 (E,A,B,D))为无穷能检的系指：若系统 Θ 的初值 $x_0=0$，则对 $\forall\ \tau\geqslant 0$，$\Delta_\tau x$ 与 $x[\tau]$ 均可由 $\Delta_\tau y$ 与 $y[\tau]$ 唯一确定．若 Θ 既 R-能检[1]又无穷能检，则称 (E,A,B,D) 是 C-能检的．

关于其它有关能检性如 R-能检性，脉冲能检及强能检性的定义可参见[1]．设 q 为系统(2)的 Kronecker 分解中的快、慢子系统

$$\Theta_{Ps}:\begin{cases}\dot{x}_s=A_sx_s+B_su+M_sf,\\ y_s=D_sx_s,\end{cases}\quad x_s(0^-)=x_{s0},\quad t\geqslant 0,$$

---

* 国家自然科学基金青年基金资助项目．
本文于1990年11月14日收到．

$$\Theta_{Ff}:\begin{cases}A_f\dot{x}_f=x_f+B_fu+M_ff, & x_f(0^-)=x_{f0},\quad t\geqslant 0,\\ y_f=D_fx_f,\end{cases}\tag{3}$$

$$y=y_s+y_f$$

中的快子系统系数阵的幂零指数，则记 $C_{p+}^{q-1}\triangleq\{g:g\in C_p^{q-1},且\ \mathrm{supp}\ g\subset[0,\infty)\}$.

考察如下与系统(2)等价的广义函数微分方程

$$\Theta_F:\begin{cases}E\dot{x}_+=Ax_++Bu_++Mf_++E\delta x_0,\\ y_+=Dx_+.\end{cases}$$

式中 $\delta=\delta(t)$为单位脉冲函数，而 x_+,y_+等分别为(3)的状态和输出 x,y 等在$[0,\infty)$上的“限制”，且 $u_+,f_+\in C_{p+}^{q-1}$.

定义 2 正则系统

$$\Sigma(\omega_+):\begin{cases}\dot{z}_+=Jz_++Ky_++Lu_++z_0\delta,\\ \omega_+=Mz_++Gy_++Hu_+,\end{cases}\quad 其中\begin{cases}z\in R^{n_c},\\ \omega_+\ 与\ x_+\ 同维\end{cases}$$

称为系统 Θ_F 的干扰解耦的正则状态观测器(以下简称为 DD 观测器)，系指对任意的 $x_0\in R^n,z_0\in R^{n_c},u_+,f_+\in C_{p+}^{q-1}$均有 $e_+\triangleq\omega_+-x_+\xrightarrow{\tau}0$.

显然在[1]中实际已证得.

命题 1 $\Sigma(\omega_+)$为 Θ_F 的 DD 观测器的充要条件是对$\forall\ x_0\in R^n,z_0\in R^{n_c},u_+,f_+\in C_{p+}^{q-1}$，均存在 $T\geqslant 0$，以及函数 $e(t)\in C_p^0$，使得在(T,∞)上，$e_+=e(t)\to 0(t\to\infty)$成立.

3 存在性及其必要条件

显然由[1]中引理 2 可直接得如下定理.

定理 1 广义系统 Θ_F 存在 DD 观测器的必要条件为$(E,A,(B,M),D)$强能检测.

由于 $\Sigma(\omega_+)$不显含 f_+，且 f_+未知，所以对$\forall\ \tau\geqslant 0$，当 $u_+=0,x_0=0$ 时，由 f_+单独引起的 $\Delta_\tau x$ 不能从 $\Delta_\tau y$ 直接获得而必须从 y_+中进行量测，于是我们猜想

定理 2 广义系统 Θ_F 存在干扰解耦观测器 $\Sigma(\omega_+)$的必要条件为$(E,A,M,D)C$-能检测，即 $u_+=0$ 时，Θ_F 为 C-检测的.

证 显然由定理 1 知，只须证(E,A,M,D)无穷能检测即可(因为 R-能检测仅与(E,A,D)有关，它已由定理 1 所蕴涵)，若(E,A,M,C)非无穷能检测，则按定义知：当 $x_0=0$，$u_+=0$ 时，存在 $\bar{f}_+\in C_p^{q-1}$，和 $\tau\geqslant 0$，使得相应的

$$\begin{bmatrix}\bar{x}[\tau]\\ \Delta_\tau\bar{x}\end{bmatrix}\neq 0,\quad 但\ \begin{bmatrix}\bar{y}[\tau]\\ \Delta_\tau\bar{y}\end{bmatrix}=0.\tag{4}$$

于是由(参见 Cobb[2])

$$\Delta_\tau\bar{x}=-\sum_{i=0}^{q-1}A_f^iM_f\Delta_\tau f_+^{(i)},$$

$$\bar{x}[\tau]=\sum_{i=0}^{q-1}A_f^i\Delta_\tau\bar{x}\delta_\tau^{i-1}\tag{5}$$

及 C_{p+}^{q-1}的定义知：必存在 $\varepsilon>0$，使得在$(\tau-\varepsilon,\tau+\varepsilon)\backslash\{\tau\}$上 $\Delta\bar{x}=0$，从而 $\bar{x}[t]=0$，于是在$(\tau-\varepsilon,\tau+\varepsilon)$上

$$\begin{bmatrix}\bar{y}[t]\\ \Delta_t\bar{y}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}D_f\bar{x}[t]\\ D_f\Delta_t\bar{x}\end{bmatrix}\equiv 0.\tag{6}$$

从而立即可知，在$(\tau-\varepsilon,\tau+\varepsilon)$上，$\Sigma(\omega_+)$完全为一非广义函数方程，故相应的观测值$\bar{\omega}$满足$\bar{\omega}[\tau]=0,\Delta_\tau\bar{\omega}=0$. 这样要么$\bar{e}[\tau]=-\bar{x}[\tau]\neq 0$，要么$\Delta_\tau\bar{e}=-\Delta_\tau\bar{x}\triangleq\sigma_0\neq 0$. 其中$\bar{e}_+\triangleq\bar{\omega}_+-\bar{x}_+$，令$\tau_0=\tau+\varepsilon$，并取$x_0=0,u_+=0$，且

$$\hat{f}_+=\begin{cases}0, & t<0,\\ \bar{f}(t-k\tau_0), & t\in[k\tau_0,(k+1)\tau_0),\quad k=0,1,2,\cdots.\end{cases}$$

则由(3)～(6)可证，此时相应的观测误差$\hat{e}_+\triangleq\hat{\omega}_+-\hat{x}_+$满足：要么$\hat{e}[k(\tau_0-\varepsilon)]\neq 0,(k=1,2,\cdots)$，要么$\Delta_{k(\tau_0-\varepsilon)}\hat{e}=\sigma_0\neq 0$，从而无论如何也不存在$T\geqslant 0$，使$\hat{e}_+$在$(T,\infty)$上满足$\hat{e}_+=\hat{e}(t)\to 0$，故按定义2及命题1即知此时$\Theta_F$必不存在DD观测器，这里$\hat{e}(t)\in C_p^o$.

4　充分条件与设计方法

本节将在上节结果的基础上将DD观测器的设计问题化为一个低阶的正则系统的相应问题. 其具体设计步骤为：

1° 直接将Θ_F化为如下能控性标准形[1]，并设变量替换为$x_+\xrightarrow{Q_1}\begin{bmatrix}x_{1+}\\x_{21+}\\x_{22+}\end{bmatrix}$，

$$\Theta_1:\begin{cases}\dot{x}_{1+}=A_1x_{1+}+B_1u_++M_1f_++x_{01}\delta,\\ \begin{bmatrix}N_1 & N_{12}\\0 & N_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_{21+}\\\dot{x}_{22+}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_{21+}\\x_{22+}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B_{21} & M_{21}\\0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_+\\f_+\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}N_1 & N_{12}\\0 & N_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{021}\\x_{022}\end{bmatrix}\delta,\\ y_+=D_1x_{1+}+D_{21}x_{21}+D_{22}x_{22+}.\end{cases}$$

其中$N_i\in R^{r_i\times r_i}$为指数为q_i的幂零阵$(i=1,2)$，且

$$R_N\triangleq\langle N_1|(B_{21},M_{21})\rangle=R^{r_1}.$$

记$\Theta_1(0)$为$x_{022}=0$时的Θ_1，我们有

引理1　Θ_1与$\Theta_1(0)$具有完全相同的DD观测器.

证　注意到Θ_1的DD观测器显然也是$\Theta_1(0)$的DD观测器，故下面只须证明反之亦然即可. 设$\Sigma(\omega_+)$为$\Theta_1(0)$的DD观测器，则按定义知

1) 若令$x_0=0,u_+=0,f_+=0$，则此时$\Theta_1(0)$的相应输出$\hat{y}_+$为$\hat{y}_+=0$，从而对$\forall\ z_0$：相应的观测值$\hat{\omega}_+$为$\hat{\omega}_+=Me^{Jt}z_0\theta(t)\to 0$，其中$\theta(t)=\begin{cases}1, & t\geqslant 0,\\0, & t<0,\end{cases}$故注意到$z_0$的任意性即知

$$\|Me^{Jt}\|\to 0,\quad(t\to\infty).\tag{7}$$

2) 对任意的u_+,x_{s0},z_0，存在连续函数$\hat{e}(t)$及$T>0$，使得相应的观测值$\hat{\omega}_+$在(T,∞)上

$$\begin{aligned}\hat{e}&=\hat{\omega}_+-\hat{x}_+\\&=Me^{Jt}I_0\{e^{-Jt}(F\hat{y}_++Lu_++z_0\delta)\}+L\hat{y}_++Hu_+-\hat{x}_+\\&=\hat{e}(t)\to 0,\quad(t\to\infty).\end{aligned}\tag{8}$$

其中$\hat{x}_+$为$\Theta(0)$的状态，$I_0\{\cdot]$为广义函数$\{\cdot]$的某适当原函数. 注意到Θ_F的状态解为

$$x_+=\hat{x}_++v_+,\quad y_+=\hat{y}_++D_fv_+.$$

其中

$$v_+=\begin{bmatrix}0\\\sum_{i=1}^{q-1}A_f^ix_{f0}\delta^{(i-1)}\end{bmatrix}.$$

故此时 $\Sigma(\omega_+)$ 所测值为

$$\omega_+ = \hat{\omega}_+ + Me^{Jt}I_0\{e^{-Jt}FD_f v_+\} + LD_f v_+,$$
$$e_+ = \hat{e}_+ + Me^{Jt}I_0\{e^{-Jt}FD_f v_+\} + LD_f v_+ - v_+.$$

由[1]附录Ⅲ易证，在 $(0,\infty)$ 这一开区间上 $e_+ = \hat{e}_+ + Me^{Jt}C_0$，其中 C_0 为一积分常向量. 从而 e_+ 在 (T,∞) 上可表为 $e_+ = e(t) \triangleq \hat{e}(t) + Me^{Jt}C_0$. 由(7)，(8)即知 $e(t)\to 0$，　证毕.

2° 于是 Θ_1 的 DD 观测器与 $\Theta_1(0)$ 相同，而 $\Theta_1(0)$ 可等价地记为

$$\Theta_2:\begin{cases}\dot{x}_{1+} = A_1x_{1+} + B_1u_+ + M_1f_+ + x_{01}\delta,\\ N_1\dot{x}_{21+} = x_{21+} + B_{21}u_+ + M_{21}f_+ + N_1x_{021}\delta,\\ y_+ = D_1x_{1+} + D_{21}x_{21+},\end{cases}$$
$$x_{22+} = 0. \tag{9}$$

命题 2　若 Θ 存在 DD 观测器，则 Θ_2 必受限等价于[5]

$$\Theta_3:\begin{cases}\dot{x}_{1+} = A_1x_{1+} + B_1u_+ + M_1f_+ + x_{01}\delta,\\ \overline{N}\dot{z}_{1+} = z_{1+} + B_{11}u_+ + M_{11}f_+ + \overline{N}_{z_{01}}\delta,\\ y_+ = D_1x_{1+} + Dz_{1+},\end{cases}$$

和

$$z_{2+} = P\overline{N}\dot{z}_{1+} - B_{12}u_+ - P\overline{N}z_{01}\delta. \tag{10}$$

其中 $\overline{N}$ 为幂零阵，且 $(\overline{D},\overline{N})$ 完全能观，亦即 Θ_3 无穷能观，P，B_{12} 各为某适当维数的常数阵.

证　若 Θ 存在 DD 观测器，则由定理 1，2 和[1]中定理 1 知：Θ_2 必脉冲能观[2]且无穷能检测，由定义 1 易证[8]：$(D_{21}|\langle N_1|M_{21}\rangle, N_1|\langle N_1|M_{21}\rangle)$ 完全能观，其中 $(\cdot)|\langle N_1|M_{21}\rangle$ 表示算子 $(\cdot)$ 在子空间 $\langle N_1|M_{21}\rangle$ 上的限制，故对 (N_1, M_{21}, D_{21}) 做能观性分解[4]即可得

$$\Theta_3':\begin{cases}\dot{x}_{1+} = A_1x_{1+} + B_1u_+ + M_1f_+ + x_{01}\delta,\\ \begin{bmatrix}N_{11} & N_{12} & 0\\ 0 & N_{22} & 0\\ 0 & N_{32} & N_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{z}_{11+}\\ \dot{z}_{12+}\\ \dot{z}_{2+}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}z_{11+}\\ z_{12+}\\ z_{2+}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\overline{B}_{11}\\ \overline{B}_{12}\\ \overline{B}_{12}\end{bmatrix}u_+ + \begin{bmatrix}\overline{M}_{11}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}f_+ + Nz_0\delta,\\ y_+ = (D_1, \overline{D}_1, \overline{D}_2, 0)\begin{bmatrix}x_{1+}\\ z_{11+}\\ z_{12+}\\ z_{2+}\end{bmatrix}.\end{cases}$$

其中 $N \triangleq \begin{bmatrix}\overline{N} & 0\\ \overline{N}_{12} & N_{33}\end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:c}N_{11} & N_{12} & 0\\ 0 & N_{22} & 0\\ \hdashline 0 & N_{32} & N_{33}\end{array}\right]$. 由 N_1 的幂零性知 $N_{ii}(i=1,2,3)$ 均为幂零阵. 令

$$\overline{D} = (\overline{D}_1, \overline{D}_2),\quad z_{1+} = \begin{bmatrix}z_{11+}\\ z_{12+}\end{bmatrix},$$
$$B_{11} = \begin{bmatrix}\overline{B}_{11}\\ \overline{B}_{12}\end{bmatrix},\quad M_{11} = \begin{bmatrix}\overline{M}_{11}\\ 0\end{bmatrix}.$$

则由于 $N_1 \sim N$ 为一对相似阵，且 Θ_3 受限等价于[5] Θ_2，而 (D_{21}, N_1) 脉冲能观，所以 $((\overline{D},0), N)$ 亦脉冲能观，从而由[2]有关判据知

$$\bigcap_{i=1}^{q_1-1}\ker(\overline{D},0)N^i=\ker N, \tag{11}$$

而注意到 $\ker(\overline{D},0)N^i=\ker(\overline{D}\overline{N}^i,0)$ 即知：(11)必蕴涵着

$$N_{33}=0, \tag{12}$$

否则必产生矛盾. 从而(11)等价于 $\bigcap_{i=1}^{q_1-1}\ker\overline{D}\overline{N}^i=\ker\begin{bmatrix}\overline{N}\\ \overline{N}_{12}\end{bmatrix}$. 于是一方面 $\ker\overline{N}\subset\bigcap_{i=1}^{q_1-1}\ker\overline{D}\overline{N}^i=\ker\begin{bmatrix}\overline{N}\\ \overline{N}_{12}\end{bmatrix}$, 另一方面又显然地有 $\ker\overline{N}\supset\ker\begin{bmatrix}\overline{N}\\ \overline{N}_{12}\end{bmatrix}$. 故 $\ker\overline{N}=\ker\begin{bmatrix}\overline{N}\\ \overline{N}_{12}\end{bmatrix}$, 从而 $\mathrm{rank}\overline{N}=\mathrm{rank}\begin{bmatrix}\overline{N}\\ \overline{N}_{12}\end{bmatrix}$. 此即表明存在适当维数的 P 使得 $\overline{N}_{12}=P\overline{N}$. 将上式与(12)一起代入 Θ_3, 经简单代数运算后，立即证得本命题成立，显然 Θ_3 无穷能观. 证毕.

3° 将 Θ_2 受限等价地化为 Θ_3 和(9), 变量替换记为 $\begin{bmatrix}x_{1+}\\ x_{21+}\end{bmatrix}\xrightarrow{Q_2}\begin{bmatrix}x_{1+}\\ z_{1+}\\ z_{2+}\end{bmatrix}$, Θ_3 无穷能观.

4° 进一步将 Θ_3 受限等价地化为如下奇异摄动系统的降阶形式 Θ_4, 并记变量替换为

$$\begin{bmatrix}x_{1+}\\ z_{1+}\end{bmatrix}\xrightarrow{Q_3}\begin{bmatrix}x_{1+}\\ v_{1+}\\ v_{2+}\end{bmatrix},$$

$$\Theta_4:\begin{cases}\dot{x}_{1+}=A_1x_{1+}+B_1u_++M_1f_++x_{01}\delta,\\ \dot{v}_1=A_{11}v_{1+}+A_{12}v_{2+}+\overline{B}_1u_++M_1f_++\bar{v}_{01}\delta,\\ 0=A_{21}v_{1+}+A_{22}v_{2+}+\overline{B}_2u_++\overline{M}_2f_+\\ y_+=D_1x_{1+}+D_{11}v_{1+}+D_{12}v_{2+},\end{cases}$$

此时(10)则可相应地变为(其中 $\hat{K}$ 为适当常数阵)

$$z_{2+}=\hat{K}\dot{v}_{1+}-B_{12}u_++\hat{K}v_{01}\delta. \tag{13}$$

由 3°知，Θ_3 无穷能观，从而 Θ_4 亦无穷能观，于是由有关判据[3]易知

$$\begin{bmatrix}I&0&0\\0&I&0\\0&0&0\\D_1&D_{11}&D_{12}\end{bmatrix}\text{列满秩.} \tag{14}$$

由此即知 D_{12}列满秩，于是我们得如下引理.

引理 2 若$(E,A,(B,M),D)$强能检测，$(E,A,M,D)C$-能检测，则由(14)定义的 D_{12}必列满秩.

引理 3 若 Θ 存在 DD 观测器，则由(14)定义的 D_{12}必列满秩.

证 这是引理 2 和定理 1,2 的直接推论. 同时由 Θ_F 的可解性(从而 Θ_4 的可解性)即知：D_{12}的列满秩性保证了

$$Rv_{2+}=\begin{bmatrix}0\\I_l\end{bmatrix}y_+-N\begin{bmatrix}x_{1+}\\ v_{1+}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\overline{B}_2\\0\end{bmatrix}u_+-\begin{bmatrix}\overline{M}_2\\0\end{bmatrix}f_+ \tag{15}$$

的唯一可解性，其中 $R=\begin{bmatrix}A_{22}\\D_{12}\end{bmatrix}$, $N=\begin{bmatrix}0&A_{22}\\D_1&D_{11}\end{bmatrix}$, 令 $R^-=(0,D_{12}^-)$, 则显然 R^-即为 R 的{1}-

广义逆. 这里 D_{12}^{-} 为 D_{12} 的{1}-广义逆. 故(15)的唯一解可表为

$$v_{2+} = D_{12}^{-}y_{+} - D_{12}^{-}(D_1,\ D_{11})\begin{bmatrix} x_{1+} \\ v_{1+} \end{bmatrix}. \tag{16}$$

将(16)代入 Θ_4 得

$$\dot{\hat{x}}_{+} = \hat{A}\hat{x}_{+} + \hat{B}\hat{u} + \hat{M}f_{+} + \hat{x}_0\delta.$$

其中

$$\hat{x}_{+} = \begin{bmatrix} x_{1+} \\ v_{1+} \end{bmatrix},\quad \hat{u}_{+} = \begin{bmatrix} u_{+} \\ y_{+} \end{bmatrix},\quad \hat{M} = \begin{bmatrix} M_1 \\ \overline{M}_1 \end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ -A_{12}D_{12}^{-}D_1 & A_{11} - A_{12}D_{12}^{-}D_{11} \end{bmatrix},\quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ \overline{B}_1 & A_{12}D_{12}^{-} \end{bmatrix}, \tag{18}$$

此时由(15)的可解性还知

$$(I - RR^{-})\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ J_l \end{bmatrix} y_{+} - N \begin{bmatrix} x_{1+} \\ v_{1+} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overline{B}_2 \\ 0 \end{bmatrix} u_{+} - \begin{bmatrix} \overline{M}_2 \\ 0 \end{bmatrix} f_{+} \right\} = 0,$$

亦即

$$\hat{y}_{+} = \hat{D}\hat{x} + \hat{F}f_{+}.$$

其中

$$\hat{D} = (I - RR^{-})N,\quad \overline{F} = (I - RR^{-})\begin{pmatrix} \overline{M}_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{19}$$

$$\hat{y}_{+} = \hat{H}\begin{bmatrix} y_{+} \\ u_{+} \end{bmatrix},\ \text{而}\ \hat{H} = (I - RR^{-})\begin{bmatrix} 0 & -B_2 \\ J_l & 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

于是我们推得如下形式的正则系统,这里称其为 Θ_F 的衍生系统.

$$\hat{\Theta}:\begin{cases} \dot{\hat{x}}_{+} = \hat{A}\hat{x}_{+} + \hat{B}\hat{u}_{+} + \hat{M}f_{+} + \hat{x}_0\delta, \\ \hat{y}_{+} = \hat{D}\hat{x}_{+} + \hat{F}f_{+}. \end{cases}$$

显然由引理2及上述推导过程,立即可得如下定理.

定理 3 若系统 Θ_F 存在 DD 观测器,则相应的衍生系统 $\hat{\Theta}$ 必存在,且若 $\hat{\Theta}$ 存在 DD 观测器,则 Θ_F 亦存在相应的 DD 观测器.

证 显然只须证明后一部分结论. 设 $\Sigma(\hat{\omega}_{+})$ 为 $\hat{\Theta}$ 的 DD 观测器,则将(17)与(20)中的 $\hat{u}_{+}$ 与 $\hat{y}_{+}$ 代入 $\Sigma(\hat{\omega}_{+})$ 中(并仍记为 $\Sigma(\hat{\omega}_{+})$),并令 $\omega_{+} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{+} \\ \overline{\omega}_{1+} \end{bmatrix}$,其中 $\overline{\omega}_{1+} = D_{12}^{-}y_{+} - D_{12}^{-}(D_1, D_{11})\hat{\omega}_{+}$,则注意到(16)即知 $\Sigma(\omega_{+})$ 显然为 Θ_4 的 DD 观测器,从而 $\Sigma(Q_3^{-1}\omega_{+})$ 为 Θ_3 的 DD 观测器,再令 $\hat{\omega}_{+} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{1+} \\ \tilde{\omega}_{1+} \end{bmatrix}$,$\tilde{\omega}_{1+}$ 为 v_{1+} 的观测值,且设 $\Sigma(\hat{\omega}_{+})$ 中关于 $\tilde{\omega}_{1+}$ 的微分方程为

$$\dot{\tilde{\omega}}_{1+} = J_{21}\hat{\omega}_{1+} + J_{22}\tilde{\omega}_{1+} + B_{22}u_{+} + \tilde{\omega}_{01}\delta,$$

并记

$$\overline{\omega}_{+} = \begin{bmatrix} Q_3^{-1}\omega_{+} \\ \hat{\omega}_{2+} \end{bmatrix}.$$

其中 $\hat{\omega}_{2+} \triangleq \hat{K}\dot{\tilde{\omega}}_{1+} - B_{12}u_{+} - \tilde{\omega}_{01}\delta = \hat{K}J_{21}\hat{\omega}_{1+} + \hat{K}J_{22}\tilde{\omega}_{1+} + (\hat{K}B_{22} - B_{12})u_{+}$,

则注意到(10)和(13)以及正则系统的 DD 观测器的观测误差必按指数律衰减(从而其误差的导数或称为速度跟踪误差亦按指数律衰减),即不难知 $\Sigma(\overline{\omega}_{+})$ 为 Θ_3 和(10)的 DD 观

测器.故 $\Sigma(Q_2^{-1}\bar{\omega}_+)$ 为 Θ_2 的 DD 观测器.令 $\tilde{\omega}=\begin{bmatrix}Q_2^{-1}\bar{\omega}_+\\0\end{bmatrix}$,0 与 x_{22+} 同维则 $\Sigma(\tilde{\omega}_+)$ 即为 $\Theta_1(0)$ 的 DD 观测器,从而亦为 Θ_1 的 DD 观测器,最终得到了 Θ 的 DD 观测器为 $\Sigma(Q_2^{-1}\tilde{\omega}_+)$.

证毕.

这里虽未能证明由 Θ 存在 DD 观测器 $\Rightarrow\hat{\Theta}$ 亦必存在 DD 观测器,但看来似乎是应该成立的.最后作为本节的结束,给出如下重要定理.

定理 4 若 Θ 存在 DD 观测器,则 Θ 存在衍生系统 $\hat{\Theta}$,且 $\hat{\Theta}$ 能检测.若 Θ 还进一步是 R-能观的,则 $\hat{\Theta}$ 还是能观的.

证 显然只须注意到 $(E,A,(B,M),D)$ 的 R-能检测性即知[1]:对 $\forall\ s\in C^+,s\neq\infty$ 有 $\operatorname{rank}\begin{bmatrix}sE-A\\D\end{bmatrix}=n$,由此即可直接证明,对 $\forall\ s\in C^+,s\neq\infty$,

$$\begin{bmatrix}sI-A_1 & 0\\ 0 & s\bar{N}-I\\ D_1 & \bar{D}\end{bmatrix}\text{列满秩.}$$

从而对 $\forall\ s\in C^+,s\neq\infty$,有

$$\begin{bmatrix}sI-A_1 & 0 & 0\\ 0 & sI-A_{11} & -A_{12}\\ 0 & -A_{21} & -A_{22}\\ D_1 & D_{11} & D_{12}\end{bmatrix}\text{列满秩.}\tag{21}$$

而由(18)和(19)知

$$\hat{A}=\left[\begin{array}{cc:c}As & 0 & 0\\ 0 & A_{11} & A_{12}\end{array}\right]\begin{bmatrix}I_p\\ \hdashline -D_{12}^{-}(D_1,D_{11})\end{bmatrix},$$

$$\hat{D}=(N,R)\begin{bmatrix}I_p\\ -D_{12}^{-}(D_1,D_{11})\end{bmatrix},$$

故由(21)立即推得,对 $\forall\ s\in C^+,s\neq\infty$,有

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}sI_p-\hat{A}\\ \hat{D}\end{bmatrix}=p,$$

由此即表明 $\hat{\Theta}$ 能检.同理可证相应的能观性情形.

关于定理 4,这里仅指出一点,可利用[5]中的有关结果对 $\hat{\Theta}$(从而对 Θ)的干扰解耦观测器进行设计.

5 结束语

关于带有输出干扰项(即输出方程为 $y_+=Dx_++\bar{M}f_+$)的 Θ_F,定理 1 仍然是成立的.此时可将相应的问题完全等价地化为 Θ_2 的对应问题.注意到 Θ_2 必脉冲能观且无穷能控(即[6]中的“能正常化”),已符合[7]中最基本条件,只须按[7]中方法对 $M\bar{M}$ 作进一步约束,即可使问题获得较好的解决.

参 考 文 献

[1] Yang Chenwu and Zou Yun. The Existence and Design of Regular State Asymptotic Observer for Singular System. Science in China (Series A), 1991, 34(11):1400—1408

[2] Cobb, J. D.. Controllability, Observability and Duality in Singular Systems. IEEE Trans. Autmat. Contr., 1984, AC-29(12):1076—1082

[3] 王朝珠,戴立意.广义动态系统.控制理论与应用,1986,3(1):2—12

[4] 何关钰.线性系统理论.辽宁人民出版社,1982

[5] 谭华林,杨成梧.广义系统一类鲁棒观测器的设计.自动化学报,1991,17(2):225—229

[6] 王朝珠,戴立意.广义系统的正常状态观测器.系统科学与数学,1986,6(4):307—313

[7] 王朝珠,戴立意.广义系统的干扰解耦状态观测器.控制理论与应用,1987,4(3):23—30

[8] 邹云.广义系统的能检、能稳,观测器和输出调节.南京:华东工学院博士学位论文,1990

The Regular State Observers Decoupling Distrubances for Singular Systems

ZOU Yun　and　YANG Chengwu

(East China Institute of Technology · Nanjing, 210014, PRC)

Abstract: In this paper on the basis of [1] we have furtherly discussed the problem of regular state observers design for singular systems of the form: $E\dot{x}=Ax+Bu+Mf$, $y=Dx$ with the input unknown, and it is shown that this problem can be transformed to the problem of state observer design for a regular system of order lower than rank E (which have been well solved[3]) as long as there exist regular state observers for singular system of the above form.

Key words: singular system; linear system; disturbance decoupling; observer

本文作者简介

邹　云　见本刊 1992 年第 1 期第 98 页.

杨成梧　见本刊 1992 年第 1 期第 98 页.