

# 一种模糊模型辨识方法

张化光 陈来九

(东南大学动力工程系·南京, 210018)

**摘要:** 本文提出了一种高精度的动态系统模糊模型的辨识方法. 内容包括结构辨识和参数辨识. 实际应用例子证明了该方法的有效性.

**关键词:** 结论结构; 模糊模型; 辨识; 前提结构

## 1 前言

文[1]给出了一种动态系统模糊模型的建立和辨识方法. 模糊模型的一般形式为

$$R^i: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^i, x_2 \text{ is } A_2^i, \dots, x_m \text{ is } A_m^i, \text{ then } y^i = P_0^i + P_1^i x_1 + P_2^i x_2 + \dots + P_m^i x_m. \quad (1)$$

这里  $R^i$  表示第  $i$  条模糊规则;  $A_j^i$  是一个模糊子集, 其隶属函数中的参数称为前提参数;  $x_j$  是第  $j$  个输入变量;  $m$  是输入变量的数量;  $y^i$  是第  $i$  条模糊规则的输出;  $P_j^i$  是一个结论参数. 本文中, 模糊子集的隶属函数是由分段直线构成的凸函数.

假若给定一个输入向量  $(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{m0})$ , 那么由各条规则输出  $y^i (i=1, 2, \dots, n)$  的加权平均可求得输出  $\hat{y}$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^n G^i y^i}{\sum_{i=1}^n G^i}. \quad (2)$$

这里  $n$  是模糊规则的数量;  $y^i$  由第  $i$  条规则的结论方程式计算. 权  $G^i$  代表对应于该组输入向量的第  $i$  条规则的真值, 由下式计算

$$G^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_{j0}). \quad (3)$$

这里  $\prod$  是模糊操作算子, 本文中采用取小运算.

例 假若有四条规则, 如图 1 所示. 每一条规则的前提都定义了一个模糊子空间, 表达了一种局部的输入输出关系, 如图 2.

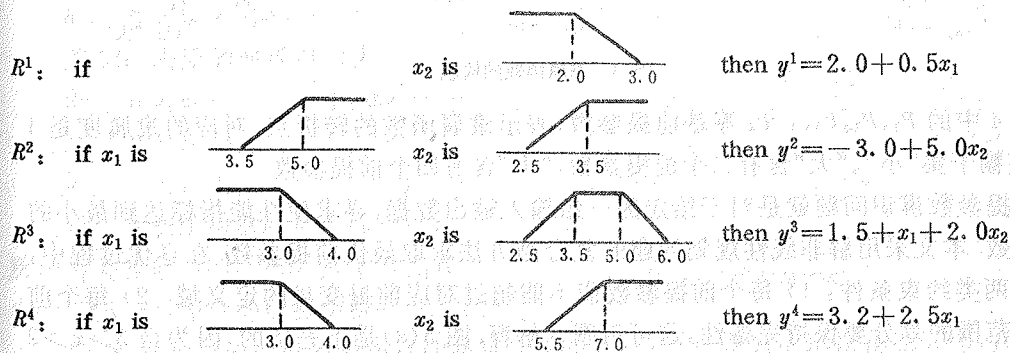


图 1 一组模糊规则

可以看到,并非每一个输入变量都出现在前提之中.在图1中,第一条规则 $R^1$ 仅有一个变量 $x_2$ 在前提之中.同样,也并非所有的输入变量都出现在结论表达式中.例如 $R^4$ 中,仅有变量 $x_1$ 出现在结论表达式中.

本文在[1]基础上,提出了结论结构辨识问题,并改进了前提结构辨识方法,获得了满意的结果.

整个模糊模型辨识方法由两部分组成:参数辨识和结构辨识.参数辨识又分为前提参数的辨识和结论参数的辨识,结构辨识也分为前提结构的辨识和结论结构的辨识.

结论结构的辨识有助于消去不必要的结论参数,提高计算速度.

结论参数就是诸条规则的结论方程式的系数,文[1]提出了结论参数的辨识算法.在方程(2)中,模型输出 $\hat{y}$ 可以表示为

$$\hat{y} = P_0^1 W^1 + P_1^1 W^1 x_1 + \dots + P_m^1 W^1 x_m + P_0^2 W^2 + P_1^2 W^2 x_1 + \dots + P_m^2 W^2 x_m + \dots + P_0^n W^n + P_1^n W^n x_1 + \dots + P_m^n W^n x_m. \quad (4)$$

其中 $W^i = G^i / \sum_{i=1}^n G^i$ .这里 $G^i (i=1, 2, \dots, n)$ 由(3)计算.

因此,当给定一组输入输出数据,就可以采用适当的方法(例如最小二乘法)辨识结论参数 $P_j^i, i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m$ .

图3给出了模糊模型辨识算法的计算流程图.下面,我们具体介绍前提参数和结构以及结论结构的辨识算法.

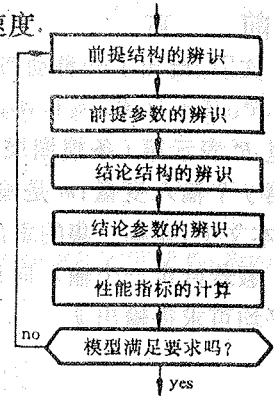


图3 模糊模型辨识的流程

## 2 前提参数的辨识

本文中的模糊子集有三类:“小”,“中”,“大”.其隶属函数均是由分段直线构成的,分别示于图4(a),4(b),4(c).

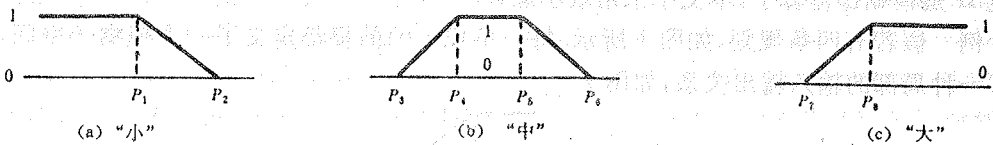


图4 隶属函数的构成

图4中的 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_8$ 等是前提参数,表示隶属函数的转折点,对应的隶属度是1或0.模糊子集“小”、“大”含有二个前提参数,“中”含有四个前提参数.

前提参数辨识问题就是对于给定的一组输入输出数据,寻求使性能指标达到最小的前提参数.本文采用解非线性规划问题的复合型方法求取最优前提参数.在寻优过程中,要满足两类约束条件:1) 每个前提参数值不能超过对应前提变量的定义域.2) 每个前提变量范围的划分要保持完备性,这可用图5解释.图5(a)是不完备的,因为当 $3 > x_1 > 2$ 时,没有对应的模糊子空间,相应的辨识器的输出是不确定的.图5(b)是完备的.

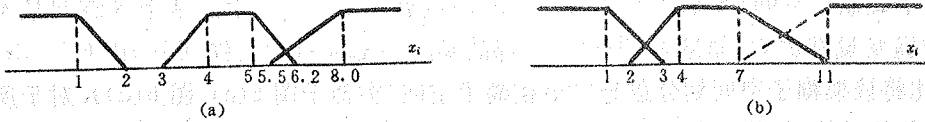


图 5 完备性示例

### 3 前提结构的辨识

前提结构的辨识包括两个问题. 首先是确定那些变量需要出现在前提中, 其次是输入向量空间的最优划分.

每条模糊规则表示一种局部的输入输出关系, 例如图 1 中的  $R^1$  表示了  $x_1$  是小和  $x_2$  是大模糊子空间下成立的关系  $y = 3.2 + 2.5x_1$ .

本文采用的性能指标 PER 为误差平方的均方. 这里的误差是实际对象的输出值与辨识器输出值之差.

前提结构辨识算法如下:

- 1) 采用线性回归方法求得普通的线性模型. 它的性能指标为 PER(1).
- 2)  $x_1$  的范围被划分为两个模糊子空间“小”和“大”, 其它变量不分解. 结构为  
 $R^1$ : if  $x_1$  is 小 then.....  
 $R^2$ : if  $x_1$  is 大 then.....

然后辨识前提参数和结论参数, 得到对应的 PER. 类似, 划分  $x_2$  的范围, 辨识有关参数, 求得对应  $x_2$  的 PER. 同样, 分别对其它变量  $x_3, \dots, x_m$  也如此处理, 求得相应的 PER. 在这  $m$  个模型结构中, 选出最小性能指标 PER(2) 和对应的结构 STR(2).

3) 假若 STR(2) 的对应变量为  $x_i$ , 如图 6(a). 在这一步中, 前提中的模糊子空间将由两个增加至三个. 有两种方法构造新的前提结构. 一是将  $x_i$  本身划分为三个模糊子空间, 如图 6(b). 另一种方法是将其它前提变量, 如  $x_j$ , 放到 STR(2) 中, 并将其范围划分为两个模糊子空间, 如图 6(c), 6(d).

图 6(b) 表示的前提结构为

- $R^1$ : if  $x_i$  is 小 then.....
- $R^2$ : if  $x_i$  is 中 then.....
- $R^3$ : if  $x_i$  is 大 then.....

图 6(c) 表示的前提结构为

- $R^1$ : if  $x_i$  is 小<sub>1</sub>,  $x_j$  is 小<sub>2</sub> then.....
- $R^2$ : if  $x_i$  is 小<sub>1</sub>,  $x_j$  is 大<sub>2</sub> then.....
- $R^3$ : if  $x_i$  is 大<sub>1</sub> then.....

对于本步所构造的每个前提结构, 辨识有关参数, 计算 PER, 从中选出最小的 PER(3), 相应的前提结构是 STR(3).

4) 假若上一步求得的最小性能指标为 PER( $i-1$ ), 对应的前提结构是 STR( $i-1$ ),  $i > 3$ . 在新的前提结构中, 模糊规则的数量将由  $i-1$  个增加到  $i$  个. 同样有两种方法构造新的前提结构. 一是将 STR( $i-1$ ) 的某个模糊子空间, 按照与之关联的某个前提变量, 划

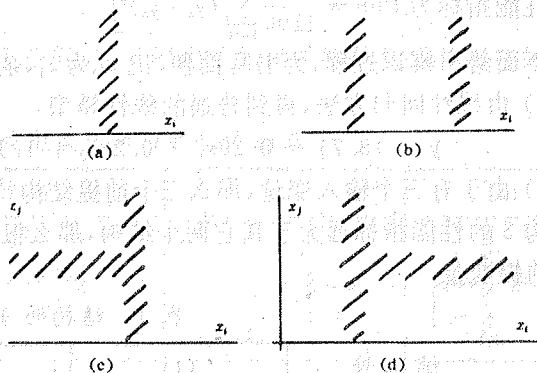


图 6 一组前提结构

分成为两个模糊子空间(类似于图 6(b), 再者是观察 STR( $i-1$ )中的某个子空间是否与所有的前提变量都关联. 如果否, 则将未出现的某个前提变量的范围划分为“大”、“小”两部分, 据此将该模糊子空间划分成为二个模糊子空间(类似于图 6(c), 图 6(d)). 对于所构成的每个前提结构, 辨识有关参数, 计算 STR. 从中得到最小的 PER( $i$ )和对应的 STR( $i$ ).

5) 检验下列某项条件是否满足:

i) PER( $i$ )小于预先给定的某个值.

ii) 规则数量达到了预定数.

iii)  $\left| \frac{\text{PER}(i) - \text{PER}(i+1)}{\text{PER}(i)} \right| < \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  是给定的小数.

若是, 则辨识过程结束, 最优结构为 STR( $i$ ), 最佳性能指标为 PER( $i$ ), 并且得到了相应的前提参数和结论参数. 否则返回 4.

如果输入变量的数量较多, 那么 3), 4) 两步的备选前提结构的数量将会很大, 从而加重了计算负担. 为此, 这里采用启发式搜索的方法<sup>[2]</sup>确定前提结构. 在第二步中, 如果某个结构的 PER 比 PER(2)大得多, 则相应的变量就拒绝作为前提变量, 但仍作为结论变量.

#### 4 结论结构的辨识

方程(4)可以写成如下的一般形式

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n \quad (5)$$

这里  $b_1 = P_0, \dots, b_i = P_n^i, x_1 = W^1, \dots, x_i = W^i x_n$ .

假设在  $t_{k-L-1}, \dots, t_{k-1}, t_k$  离散时刻上测得  $L$  组输入输出数据  $(x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}, y_k, k=1, \dots, L)$ , 采用线性逐步回归原理, 对所有的自变量分别进行  $F$  检验, 就决定了结论结构.

#### 5 应用举例

例 1 将上述方法应用于太阳黑子活动情况的预测<sup>[4]</sup>, 得到了比较满意的结果.

下面是用 1825 年至 1924 年的 100 个数据, 假定输入变量为  $x_{1k} = y_{k-1}, x_{2k} = y_{k-2}, x_{3k} = y_{k-3}$ , 那么输出为  $y_k = f(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}) = f(y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3})$ .

$$\text{性能指标为 } \text{PER} = \left[ \frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} (y_k - \hat{y}_k)^2 \right]^{1/2}$$

下面给出辨识过程, 为书写简便, 记  $x_{ik}$  为  $x_i$ , 余类推.

1) 由线性回归方法, 得到普通的线性模型:

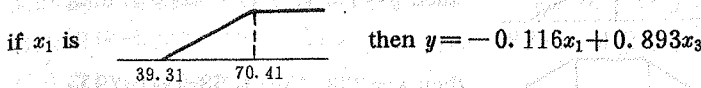
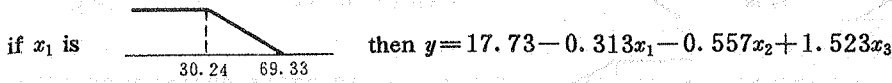
$$y = 19.71 - 0.28x_1 - 0.28x_2 + 1.14x_3, \quad \text{PER} = 14.626.$$

2) 由于有三个输入变量, 那么三个前提结构待试验. 表 1 给出了每种结构的 PER. 表中结构 3 的性能指标远大于其它两个结构, 那么根据启发式搜索原理<sup>[2]</sup>, 将不再采用变量  $x_3$  为前提变量.

表 1 结构的 PER

结构号	(1)	(2)	(3)
前提变量	$x_1$	$x_2$	$x_3$
PER	12.89	12.70	14.19
$R$	0.921	0.925	0.891

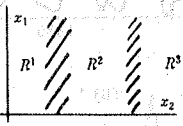
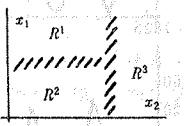
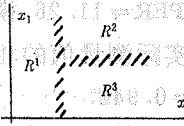
STR(2)为



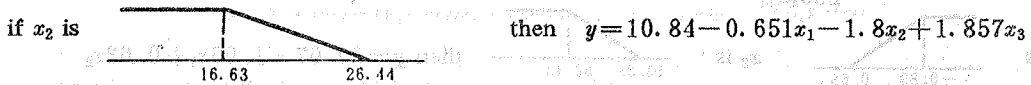
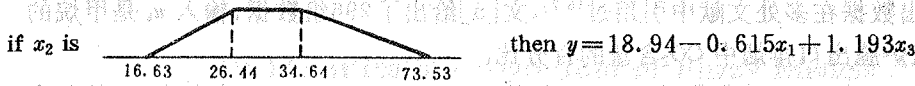
PER(2)=12.61

3) 此步的前提结构涉及三个模糊子空间,表 2 给出了每种结构的组成形式及对应的性能指标.

表 2 结构组成形式及对应的性能指标

结构号	(1)	(2)	(3)
前提结构			
PER	11.76	12.51	12.36
R	0.936	0.928	0.939

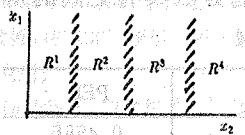
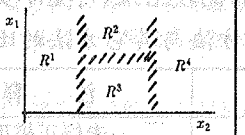
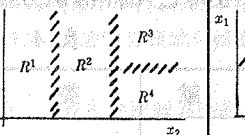
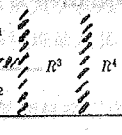
本步的最优模型 STR(3)为



PER(2)=11.76.

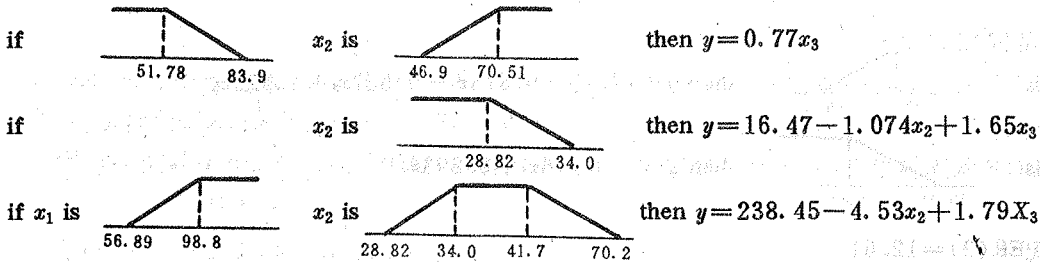
4) 此步的前提结构含有四个模糊子空间,表 3 给出了每种结构的组成及对应的性能指标.

表 3 结构组成形式及对应的性能指标

结构号	(1)	(2)	(3)	(4)
前提结构				
PER	11.48	11.26	11.73	11.74
R	0.938	0.942	0.937	0.936

本步的最优模型 STR(4)为





PER(4) = 11.26

如果取  $\varepsilon = 0.03$ , 至此辨识过程结束, 得到的辨识模型为 STR(4), 相应的性能指标  $PER = 11.26$ , 模型输出与实际测量值的相关系数  $R = 0.942$ .

图7(a)为模型的输出, 图7(b)是实际测量值, 可见二者的差别很小.

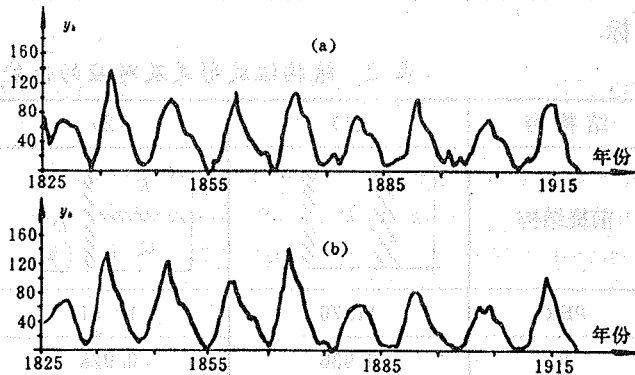
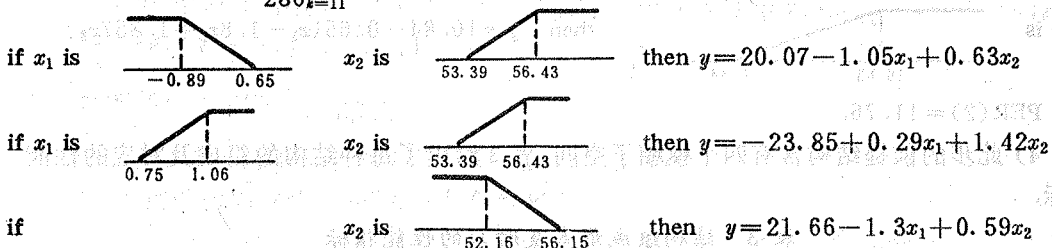


图7 太阳黑子活动的预测

例2 文献[5]中的

燃烧炉输入输出数据在多处文献中引用过<sup>[6,7]</sup>, 文[5]给出了296组数据, 输入  $u_k$  是甲烷的流量, 输出  $y_k$  是炉膛出口排烟中  $CO_2$  含量的百分比.

为了便于比较性能, 参照[6], 定义输入变量为  $x_{1k} = u_{k-4}$ ,  $x_{2k} = y_{k-1}$ , 输出为  $y_k$ , 并且定义性能指标为  $PER = \frac{1}{286} \sum_{k=11}^{296} (y_k - \hat{y}_k)^2$ . 若取  $\varepsilon = 0.03$ , 最佳的模糊模型为(中间过程略写):



此模型对应的性能指标 PER 为 0.138, 模型输出与系统实测值相关系数  $R = 0.9935$ . 表4给出本方法与其它几种辨识方法的比较结果, 可见本文的方法具有更高的辨识精度.

表4 本方法与其它方法的比较

文献	类型	注释	PER
[6]	模糊	未修正模型	0.4555
		修正模型	0.328
[7]	模糊	$r=5$	0.776
		$r=9$	0.320
[5]	普通线性模型	单输入单输出6参数	0.71
本文	模糊	三条规则	0.138

### 6 结束语

辨识精度是衡量系统辨识质量的重要性能指标之一,关系着被辨识模型的可信性. 本文的基于模糊模型的辨识方法不仅具有较高的辨识精度,而且模型中的诸条规则的结论均采用线性方程式表达,这就为我们进一步处理提供了便利. 例如可以采用线性控制系统理论设计相应的控制器.

### 参 考 文 献

- [1] Takagi, T. and Sugeno, M. . Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modelling and Control. IEEE Trans. Syst. Man. & Cybern. , 1985, 15,116—132
- [2] Min, H. . A Heuristic Strategy for Product Distribution Optimization of FCCU. IFAC Workshop on AIRTC, 1989, 160—165
- [3] 李兰声. 过程数据的计算机处理. 北京:清华大学出版社,1989,73—89
- [4] 王秀峰,刘丹. 非线性系统辨识-GMDH 的一种新算法及其应用. 自动化学报,1990,16,310—316
- [5] Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. . Time Series Analysis. Forecasting and Control, San Francisco, Holden Day, 1970, 230—259
- [6] Xu, C. W. and Lu, Y. Z. . Fuzzy Model Identification and Self-Learning for Dynamic Systems. IEEE Trans. Syst. Man. & Cybern. , 1987, 17,683—689
- [7] Pedrycz, W. . An Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems. Fuzzy Sets and Syst. , 1984, 13,153—167

## An Identification Algorithm of Fuzzy Models

ZHANG Hui Laijiu

(Power Engineering Department, Nanjing, 210018, PRC)

**Abstract:** An identification algorithm of fuzzy models for dynamic systems is put forward in this paper which can provide the fuzzy models with fairly high accuracy. The algorithm is suitable for structure identification as well as parameter identification. Application examples have shown that the algorithm is effective.

**Key words:** consequent structure; fuzzy model; identification; parameter identification; structure identification; parameter identification; consequent structure

### 本文作者简介

**张化光** 1959年生. 1982年毕业于东北电力学院. 1985年在东北电力学院获硕士学位, 1992年在东南大学获博士学位. 现为副教授, 在东北工学院工业自动化专业博士后流动站参加科研工作. 主要研究领域为模糊系统理论及其在过程控制中的应用.

**陈来九** 1929年生. 1952年毕业于厦门大学机械工程系. 长期从事热工过程自动控制方面的教学和科研工作. 1982年至1983年期间在美国纽约州立大学(石溪)为访问学者. 现为东南大学动力工程系教授, 电厂热能动力及其自动化专业博士生导师.