

# 非线性系统的变结构控制 及其实现问题\*

郑 锋 程 勉 高为炳

(北京航空航天大学应用数理系, 100083)

**摘要:** 本文研究一般的多变量非线性系统的变结构控制及其实现问题, 给出了滑动模式存在的必要条件和充分条件, 证明了当采用具有等速趋近律的变结构控制策略时, 用状态观测器来实现变结构控制, 对线性(一类非线性)系统, 可以保证系统的状态全局(局部)无限趋近于滑动子空间(子流形)。

**关键词:** 非线性系统; 变结构控制; 滑动流形; 系统实现

## 1 引 言

变结构控制理论是控制系统的一种综合方法, 这种综合方法于50年代首先由苏联学者提出之后(见[1]及其中参考文献), 到了80年代在一些复杂的控制系统上得到了广泛应用[2~4], 但是目前变结构控制的实现大都需要采用全部状态信息, 然而确有许多实际系统的状态变量不是全部可以测量到的, 因此有必要研究在只有部分状态信息能够测量到的情况下, 用状态观测器来实现变结构控制时, 系统的动态性能到底如何解决这一问题。

文[5]首先给出了用变结构观测器来实现变结构控制器的模拟结果, 但对这样构成的闭环系统的动态特性未作理论上的分析, 文[6]研究了用观测器实现线性系统的变结构控制问题, 文[7]研究了用部分状态观测器实现柔性空间飞行器这一特殊的非线性系统的变结构控制问题, 文[8]研究了用状态观测器来实现一般的非线性系统的变结构控制问题, 但其主要结果(定理2)存在着如下局限性:

1) 条件C3中的 $P, Q$ 的存在是非构造性的, 因而其观测器也是非构造性的, 从而 $s(x(t))$ 的衰减率无法根据具体问题的要求来设计;

2) 只证明了当控制采用观测器的等价控制(即 $u=u^*(z)$ ,  $u^*(z)$ 使得 $s(z(t))=0$ , 这里 $z$ 为状态 $x$ 的估计量)时,  $s(x(t))$ 依指数率衰减, 而对 $s(z(t))$ 本身的动态特性则未作分析, 即只研究了滑动过程, 而未研究到达过程。

本文的目的之一就是解决上述问题, 为此, 我们首先研究一般多变量非线性系统的变结构控制的综合方法。

## 2 非线性系统的变结构控制

目前, 对仿射非线性系统的变结构控制已有了比较系统的综合方法[9~13], 对一般的非线性系统则研究得较少, 文[14]给出了单变量情形下的设计方法, 本节我们把[14]中的结

\* 国家自然科学基金资助课题。

本文于1991年4月15日收到, 1991年11月27日收到修改稿。

果推广到多变量情况,以备下节使用.

考虑如下系统

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (2.1)$$

$$s = k(x). \quad (2.2)$$

这里  $x \in R^n, s \in R^m, u \in U \subset R^m, U$  是容许控制集,  $f(\cdot, u)$  是  $R^n$  中的光滑向量场,  $k(x) = [k_1(x), \dots, k_m(x)]^T, k_i \in C^\infty(R^n) (i \in \underline{m}), u$  表控制,  $s$  表切换函数,  $i \in \underline{m}$  表  $i \in \{1, \dots, m\}$ .

给定初值  $x^0 \in R^n$ , 我们只研究系统在  $x^0$  的某开邻域  $N \subset R^n$  上的变结构控制问题.

定义 2.1 对  $s_i = k_i(x)$ , 若

$$L_{\partial f / \partial u_j} L_f^j k_i(x) = 0, \quad \forall x \in N, j \in \underline{m}, k = 0, 1, \dots, r_i - 2,$$

$$L_{\partial f / \partial u_j} L_f^{r_i-1} k_i(x^0) \neq 0, \quad \exists j \in \underline{m},$$

则称  $r_i$  为  $k_i(x)$  在  $x^0$  处的相关度(以后省略  $x^0$ ). 这里  $L_f \varphi$  表示标量函数  $\varphi$  沿着向量场  $f$  的 Lie 导数.

极易证明下述引理.

引理 2.2 令  $u = u(x, v)$  为一正则光滑反馈 ( $\left| \frac{\partial u}{\partial v} \right|$  非奇异), 则相关度  $r_1, \dots, r_m$  在此反馈下不变.

系统 (2.1)、(2.2) 的变结构控制问题就是寻求如下形式的控制策略

$$u = \begin{cases} u^+(x), & \text{当 } s(x) > 0, \\ u^-(x), & \text{当 } s(x) < 0. \end{cases}$$

使得系统在有限时间内到达并维持在水平集(level set)  $k^{-1}(0)$  上, 这里  $s(x) > 0 (< 0)$  表示  $s_i(x) > 0 (< 0), i = 1, \dots, m, u^\pm(x) = [u_1^\pm(x), \dots, u_m^\pm(x)]^T, k^{-1}(0) = \{x \in R^n; k(x) = 0\}$ . 我们假定  $\frac{\partial k}{\partial x}$  满秩, 因而  $k^{-1}(0)$  是一个  $n-m$  维正则流形.

系统在  $k^{-1}(0)$  上的运动称为滑动模式.

存在局部滑动模式的条件是<sup>[1,14]</sup>

$$\lim_{s_i \rightarrow 0^+} \dot{s}_i(x) < 0, \quad \lim_{s_i \rightarrow 0^-} \dot{s}_i(x) > 0, \quad i \in \underline{m}.$$

定理 2.3 系统 (2.1)、(2.2) 存在(局部)滑动模式的必要条件是  $r_i = 1, i \in \underline{m}$ , 这里  $r_i$  为  $k_i(x)$  的相关度.

证 若不然, 对某个  $j \in \underline{m}, r_j > 1$ . 则

$$\frac{\partial \dot{s}_j}{\partial u_i} = \frac{\partial}{\partial u_i} (L_f k_j) = L_{\partial f / \partial u_i} k_j = 0, \quad \forall x \in N, i \in \underline{m},$$

因而当控制  $u$  从  $u^+(x)$  转换到  $u^-(x)$  (或相反)时,  $\dot{s}_j$  的符号不变, 因而滑动运动不会产生.

定理 2.4 令  $\varepsilon_1 = \max_{1 \leq i \leq m} \{ \inf_{u \in U} L_f k_i(x^0, u) \}, \varepsilon_2 = \min_{1 \leq i \leq m} \{ \sup_{u \in U} L_f k_i(x^0, u) \}$ . 则系统 (2.1)、(2.2) 存在局部滑动模式的充分条件是阵

$$\rho(x, u) = \begin{bmatrix} L_{\partial f / \partial u_1} k_1 & \cdots & L_{\partial f / \partial u_m} k_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\partial f / \partial u_1} k_m & \cdots & L_{\partial f / \partial u_m} k_m \end{bmatrix}$$

在  $(N, U)$  中非奇异, 且  $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$ .

证 注意到

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{s}_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial \bar{s}_1}{\partial u_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \bar{s}_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial \bar{s}_m}{\partial u_m} \end{bmatrix} = \rho(x, u).$$

故  $\frac{\partial \bar{s}}{\partial u}$  在  $(N, U)$  中非奇异, 根据隐函数定理下述方程

$$\begin{bmatrix} \bar{s}_1 \\ \vdots \\ \bar{s}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f k_1(x, u) \\ \vdots \\ L_f k_m(x, u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \bar{\varepsilon}. \quad (2.3)$$

总是有解:  $u = u(x, \bar{\varepsilon})$ , 其中实数  $\bar{\varepsilon}$  满足  $|\bar{\varepsilon}| < \min\{-e_1, e_2\}$ .

现取等速趋近控制律<sup>[15]</sup>

$$\dot{\bar{s}} = -\varepsilon \operatorname{sgns}.$$

这里正数  $\varepsilon$  满足  $\varepsilon < \min\{-e_1, e_2\}$ ,  $\operatorname{sgns} = [\operatorname{sgns}_1, \dots, \operatorname{sgns}_m]^T$ ,  $\operatorname{sgns}_i$  为符号函数. 则必有

$$u = \begin{cases} u(x, -\varepsilon) \triangleq u^+(x), & \text{当 } s > 0, \\ u(x, +\varepsilon) \triangleq u^-(x), & \text{当 } s < 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

使得  $\bar{s}_i = \begin{cases} -\varepsilon, & \text{当 } s_i > 0, \\ +\varepsilon, & \text{当 } s_i < 0. \end{cases}$

因此系统可在有限时间内到达滑动流形  $k^{-1}(0)$  并维持在其上运动.

在 (2.3) 中令  $\bar{\varepsilon} = 0$ , 则得到等价控制

$$u_{EQ} = u^0(x) \triangleq u(x, 0),$$

代入 (2.1) 则得到滑动模态的动力学方程

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u^0(x)), \\ x \in k^{-1}(0). \end{cases} \quad (2.4)$$

显然, 矩阵  $\rho(x, u)$  非奇异的一个必要条件是  $r_i = 1, i \in \underline{m}$ . 当某个  $k_j(x)$  的相关度大于 1 时, 定理 2.4 提供的方法便不能应用. 为此, 我们考虑相关度等于 1 的情况.

设  $k_1(x), \dots, k_m(x)$  的相关度分别为  $r_1, \dots, r_m$ , 作新的辅助切换函数

$$\bar{s}_i = \bar{k}_i(x) = L_f^{r_i-1} k_i(x) + c_{i,r_i-2}^i L_f^{r_i-2} k_i(x) + \dots + c_1^i L_f k_i(x) + c_0^i k_i(x).$$

其中  $c_j^i (i \in \underline{m}, j = 0, 1, \dots, r_i - 2)$  为一组待定常数, 由  $r_i$  的定义,  $\bar{s}_i$  确实只是  $x$  的函数, 显然  $\bar{k}_i(x)$  的相关度为 1.

定理 2.5 若阵

$$\tilde{\rho}(x, u) = \begin{bmatrix} L_{af/\partial u_1} L_f^{r_1-1} k_1 & \cdots & L_{af/\partial u_m} L_f^{r_m-1} k_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{af/\partial u_1} L_f^{r_m-1} k_m & \cdots & L_{af/\partial u_m} L_f^{r_m-1} k_m \end{bmatrix}$$

在  $(N, U)$  中非奇异, 则存在变结构控制策略  $u = \bar{u}^\pm(x)$ , 它把系统 (2.1) 的状态在有限时间内驱动到并维持在  $\bar{k}^{-1}(0)$  上, 其中  $\bar{k}^{-1}(0) = \{x \in R^n; \bar{k}(x) = 0\}$ .

证 注意到

$$L_{\partial f/\partial x} k_i(x) = L_{\partial f/\partial x} L_f^{-1} k_i(x), \quad i, j \in m.$$

及定理 2.4, 结论立得.

用[9, 12]中的方法同样可以证明, 当多项式

$$\lambda^{i-1} + c_{i-2}'\lambda^{i-2} + \dots + c_1'\lambda + c_0', \quad i \in m$$

为一组 Hurwitz 多项式时, 则采用变结构控制策略  $\bar{u}^\pm(x)$ , 可使系统(2.1)的状态依指数率趋近于  $k^{-1}(0)$ .

**注 2.6** 定理 2.3 提供的必要条件与定理 2.4 提供的充分条件之间存在着一个间隙区, 寻求滑动模态存在的充分必要条件值得进一步研究.

**注 2.7** 如何设计切换函数  $k(x)$ , 使得滑动模态的动力学方程(2.4)稳定是另一个尚未解决的重要问题<sup>[16]</sup>.

### 3 变结构控制的实现问题

#### 3.1 线性系统变结构控制的观测器实现

考虑如下系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \\ s = Kx. \end{cases} \quad (3.1)$$

其中  $x \in R^n, u, s \in R^m, y \in R^p, A, B, C, K$  均为相应的定常矩阵,  $KB$  可逆,  $(C, A)$  可观测,  $y$  表示量测矢量,  $s$  表切换函数, 对此系统, 我们有

**引理 3.1**<sup>[15]</sup> 采用下述变结构控制策略

$$u = -(KB)^{-1}(KAx + \varepsilon \operatorname{sgn}s). \quad (3.2)$$

可以保证系统(3.1)于有限时间内到达并保持在滑动子空间  $\mathcal{S}$  上, 这里  $\mathcal{S} = \ker K = \{x \in R^n; Kx = 0\}$ .

现在的问题是: 在实现控制策略(3.2)时, 需要测知所有的状态信息  $x$ , 这往往是难以实现的, 为了克服这一困难, 我们构造系统(3.1)的状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\bar{u} + H(y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C\hat{x}, \\ \hat{s} = K\hat{x}. \end{cases} \quad (3.3)$$

相应的控制策略为

$$\bar{u} = -(KB)^{-1}(KA\hat{x} + \varepsilon \operatorname{sgn}\hat{s}). \quad (3.4)$$

而原来的控制系统则为

$$\dot{x} = Ax + B\bar{u}. \quad (3.5)$$

对系统(3.3)~(3.5), 我们有

**定理 3.2** 采用变结构控制策略(3.4), 可使系统(3.5)的状态以指数率无限趋近于滑动子空间  $\mathcal{S}$ .

**证** 定义状态估计误差  $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ , 则有

$$\dot{e} = (A - HC)e. \quad (3.6)$$

因  $(C, A)$  可观测, 故可适当选择阵  $H$ , 使得阵  $(A - HC)$  稳定, 如此, 必有  $\eta > 0$ , 使得

$$\|e(t)\|_\infty < E_1 e^{-\mu} \rightarrow 0. \tag{3.7}$$

其中  $E_1$  为某一正数,  $\|e\|_\infty \triangleq \max_{i \in \mathbb{Z}} \{ |e_i| \}$ .

现在考察  $\hat{s}$  及  $s$  的渐近性态, 首先有

$$\dot{\hat{s}} = K\dot{\hat{z}} = K[A\hat{z} + B\bar{u} + H(y - \hat{y})] = KHCe - \varepsilon \operatorname{sgn}\hat{s}.$$

令  $\bar{e} = KHCe$ , 由 (3.7), 必有  $E_2 > 0$ , 使得

$$\|\bar{e}(t)\|_\infty < E_2 e^{-\mu} \rightarrow 0,$$

故对  $\varepsilon$ , 有  $T_1$ , 使得当  $t > T_1$  时, 有  $\|\bar{e}(t)\|_\infty < \varepsilon/2$ . 注意到 (3.6),  $T_1$  只与  $A, K, C, H, e(0)$  有关, 而与  $s, \hat{s}$  及控制  $\bar{u}$  无关, 于是当  $t > T_1$  时, 有

$$\dot{\hat{s}}_i = -\varepsilon \operatorname{sgn}\hat{s}_i + \bar{e}_i = \begin{cases} -\varepsilon + \bar{e}_i < -\frac{1}{2}\varepsilon, & \text{当 } \hat{s}_i > 0, \\ +\varepsilon + \bar{e}_i > +\frac{1}{2}\varepsilon, & \text{当 } \hat{s}_i < 0. \end{cases}$$

根据变结构控制原理,  $\hat{s}$  必在有限时间内到达 0 并维持在 0, 即存在  $T_2 > T_1$ , 使得当  $t > T_2$  时,

$$\hat{s}(t) \equiv (0 \cdots 0)^T.$$

因此当  $t > T_2$  时, 有

$$s(t) = s(t) - \hat{s}(t) = Ke(t). \tag{3.8}$$

由 (3.7), 存在  $E_3 > 0$ , 使得当  $t > T_2$  时, 有

$$\|s(t)\|_\infty < E_3 e^{-\mu} \rightarrow 0.$$

即  $x(t) \rightarrow \mathcal{S}$  (依指数率).

### 3.2 非线性系统变结构控制的观测器实现

如所周知, 迄今为止, 非线性系统的观测器仍没有象线性系统那样完美的结果, 因此, 选择什么样的观测器来实现非线性系统的变结构控制是值得研究的. 我们注意到, 在众多的非线性观测器 (见 [17, 18] 及其中参考文献) 中, 文 [18] 的线性误差观测器具有如下两个特点: 1) 观测器误差的衰减率可以任意设定; 2) 观测器误差不依赖于控制, 因而它们最适合于这里的应用.

现将 [18] 中的观测器简述如下. 考虑系统

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in R^n, u \in R^m, \tag{3.9}$$

$$y = h(x), \quad y \in R^p. \tag{3.10}$$

这里  $f(\cdot, u)$  是  $R^n$  中的光滑向量场,  $h(x) = [h_1(x), \dots, h_p(x)]^T, h_i(x) \in C^\infty(R^n), i \in p, u$  表控制,  $y$  表输出.

若存在坐标变换

$$z = F(x) \quad \text{或} \quad x = F^{-1}(z) \triangleq W(z). \tag{3.11}$$

将系统 (3.9), (3.10) 变为如下形式

$$\dot{z} = Az + a(y, u), \tag{3.12}$$

$$y = Cz. \tag{3.13}$$

其中  $a$  为  $(y, u)$  的非线性函数,  $(C, A)$  为能观测矩阵对. 对系统 (3.12), (3.13) 立即可以构造观测器

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + a(y, u) + H(y - C\hat{z}). \tag{3.14}$$

其误差  $e(t) \triangleq z(t) - \hat{z}(t)$  的动态方程为

$$\dot{e} = (A - HC)e, \quad (3.15)$$

因  $(C, A)$  可观测, 故可选择  $H$ , 使得  $e(t)$  以任意给定的指数率衰减.

变换(3.11)存在的充要条件及其计算方法见[18].

现对系统(3.9), 选择切换函数

$$s = k(x), \quad s \in R^m. \quad (3.16)$$

其中  $k_i(x) \in C^\infty(R^n)$ ,  $i \in \underline{m}$ . 研究系统(3.9), (3.10), (3.16)的变结构控制问题, 这里只有输出  $y$  可以得到. 状态信息  $x$  是未知的. 对此系统, 我们假设

C1 定理(2.4)中的  $\rho(x, u)$  在  $(N, U)$  中非奇异, 且  $e_1 < 0, e_2 > 0$ .

C2 存在变换(3.11), 使得系统(3.9), (3.10)具有形式(3.12), (3.13).

由于 C1, 存在变结构控制

$$u = u(x) = \begin{cases} u^+(x), & \text{当 } s(x) > 0, \\ u^-(x), & \text{当 } s(x) < 0. \end{cases} \quad (3.17)$$

使得

$$\dot{s} = \frac{\partial k(x)}{\partial x} f(x, u(x)) = -s \operatorname{sgn} s.$$

记

$$\begin{aligned} s &= k(W(z)) \triangleq \alpha(z), \\ u(x) &= u(W(z)) \triangleq \bar{u}(z), \\ u^\pm(x) &= u^\pm(W(z)) \triangleq \bar{u}^\pm(z). \end{aligned}$$

现在利用观测器(3.14), 我们构造系统(3.9), (3.10), (3.16)的变结构控制策略如下

$$u = \bar{u}(\hat{z}) = \begin{cases} \bar{u}^+(\hat{z}), & \text{当 } \hat{s} \triangleq \alpha(\hat{z}) > 0, \\ \bar{u}^-(\hat{z}), & \text{当 } \hat{s} \triangleq \alpha(\hat{z}) < 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

**定理 3.3** 假设系统(3.9), (3.10), (3.16)满足条件 C1, C2, 则采用变结构控制策略(3.18), 可使系统(3.9)的状态局部地无限趋近于滑动流形  $k^{-1}(0)$ .

**证** 显然, 当观测器估计误差为零时, 即  $\hat{z}(t) = z(t)$  时, (3.18)等价于(3.17), 因而有

$$\dot{s} = \frac{\partial \alpha(z)}{\partial z} \dot{z} = \frac{\partial \alpha(z)}{\partial z} [Az + a(y, \bar{u}(z))] = -s \operatorname{sgn} s. \quad (3.19)$$

现在考虑  $\hat{s}$  的渐近性态. 当  $\hat{s}_i > 0 (i \in \underline{m})$  时, 有

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_i &= \frac{d}{dt} (\alpha_i(\hat{z}(t))) = \frac{\partial \alpha_i(\hat{z})}{\partial z} [A\hat{z} + a(y, \bar{u}^+(\hat{z})) + H(y - Cz)] \\ &= \frac{\partial \alpha_i(z - e)}{\partial z} [Az - (A - HC)e + a(y, \bar{u}^+(z - e))] \\ &= \frac{\partial \alpha_i(z)}{\partial z} [Az + a(y, \bar{u}^+(z))] + Q_i(z)e + o(\|e\|). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} Q_i(z) &= - \frac{\partial \alpha_i(z)}{\partial z} \left[ \frac{\partial a(y, \bar{u}^+(z))}{\partial u} \frac{\partial \bar{u}^+(z)}{\partial z} + (A - HC) \right] \\ &\quad - [Az + a(y, \bar{u}^+(z))]^T \frac{\partial^2 \alpha_i}{\partial z^2}, \end{aligned}$$

$o(\|e\|)$  表示  $\|e\|$  的高阶无穷小,  $\|\cdot\|$  为  $R^n$  中的任一范数, 由(2.3)可得

$$\frac{\partial \bar{u}^+(z)}{\partial z} = \frac{\partial u^+}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} = - \left( \frac{\partial L_f k}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial L_f k}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial z} = - \rho^{-1}(x, u^+) \frac{\partial L_f k}{\partial x} \frac{\partial W(z)}{\partial z}$$

由[18],  $W(z)$  及  $a(y, u)$  分别对  $z, y, u$  充分光滑, 因而  $Q_i(z)$  中的各项均是连续的, 从而必存在  $z^0 = F(x^0)$  的某一闭邻域, 使得  $Q_i(z)$  在其中有界, 另外, 由 (3.15), 误差  $e(t)$  只依赖于初值  $e(0)$ , 因而适当选择阵  $H$ , 使得  $(A - HC)$  稳定, 于是存在  $T_1 > 0$ , 当  $t > T_1$  时, 有

$$|Q_i(z)e + o(\|e\|)| < \varepsilon/2.$$

注意到 (3.19), 则当  $\hat{s}_i > 0 (i \in \underline{m}), t > T_1$  时, 有

$$\dot{\hat{s}}_i = -\varepsilon + Q_i(z)e + o(\|e\|) < -\varepsilon/2.$$

同理可证, 存在  $T_2 > 0$ , 使得当  $\hat{s}_i < 0, t > T_2$  时, 有

$$\dot{\hat{s}}_i > \varepsilon/2.$$

因而存在  $T_3 > \max\{T_1, T_2\}$ , 使得当  $t > T_3$  时,  $\hat{s}_i(t) \equiv 0$ , 即

$$\hat{s}(t) = \alpha(\hat{z}(t)) \equiv (0, \dots, 0)^T.$$

故当  $t > T_3$  时, 有

$$s = \alpha(z) = \alpha(\hat{z} + e) = \frac{\partial \alpha(\hat{z})}{\partial z} e + o(\|e\|).$$

因  $\frac{\partial \alpha}{\partial z}$  连续, 故在  $z^0$  的某一邻域中有界, 而  $\|e\| \rightarrow 0$ , 故  $\|s\| \rightarrow 0$ , 即

$$z \rightarrow \alpha^{-1}(0) \quad \text{或} \quad x \rightarrow k^{-1}(0).$$

### 4 结 论

本文研究了一般多变量非线性系统的变结构控制问题, 给出了滑动模态存在的必要条件和充分条件, 在充分条件下, 给出了变结构控制策略的求法。

本文第二部分研究了用状态观测器实现上述变结构控制问题, 我们证明了, 当采用具有等速趋近律的变结构控制时, 用状态观测器来实现变结构控制策略, 对线性(一类非线性)系统, 可以保证系统的状态全局(局部)无限趋近于滑动子空间(子流形)。

必须指出, 本文 §3 的结果只适用于变换 (3.11) 存在这样一类非线性系统, 因此如何把类似的结果推广到更为一般的非线性系统上去值得进一步研究。

### 参 考 文 献

- [1] Utkin, V. I. Variable Structure Systems with Sliding Modes. IEEE Trans. on Automatic Control, 1977, 22(2):212-222
- [2] Utkin, V. I. Discontinuous Control Systems; State of the Art in Theory and Applications. Proc. 10th IFAC World Congress, Munich, 1987, 1,25-44
- [3] 高为炳. 变结构控制理论基础. 北京: 中国科技出版社, 1990
- [4] 苏春翌, 周其节. 变结构控制系统的理论及其应用. 控制理论与应用, 1990, 7(3):1-11
- [5] Walcott, B. and Zak, S. H.. Combined Observer-Controller Synthesis for Uncertain Dynamical Systems with Applications. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics. 1988, 18(1),88-104
- [6] Bondarev, A. G., et al.. Sliding Modes in Systmes with Asymptotic State Observers. Automation and Remote Control, 1985, 46(6):679-684
- [7] Qu, Z. Q. and Gao, W. B.. State Observation and VariableStructure Control of Rotational Maneuvers of a Flexible Spacecraft. ActaAstronautica, 1989, 19(8):657-667
- [8] Bartolini, G. and Zolezzi, T.. Dynamic Output Feedbackfor Observed Variable-Structure Control Systems. Systems &



- Control Letters, 1986, 7(3):189-193
- [9] Fernandez, B. R. and Herdrick, J. K.. Control of Multivariable Nonlinear Systems by Sliding Model Method. Int. J. Control, 1987, 46(3):1019-1040
- [10] 高为炳. 非线性系统的变结构控制. 自动化学报, 1989, 15(5):408-415
- [11] 李文林, 高为炳. 一类非线性控制系统的变结构控制问题. 控制与决策, 1989, 4(3):47-51
- [12] Kwatny, H. G. and Kim, H.. Variable Structure Regulation of Partially Linearizable Dynamics. Systems & Control Letters, 1990, 15(1):67-80
- [13] Gao, W. B. and Cheng, M.. Design Procedure of Variable Structure Control for Nonlinear Systems. First IFAC Symp. on Design Methods of Control Systems, Zurich, Switzerland, 1991
- [14] Sira-Ramirez, H.. Sliding Regimes in General Nonlinear Systems; A Relative Degree Approach. Int. J. Control, 1989, 50(4):1487-1506
- [15] 高为炳, 程勉. 变结构控制系统的品质控制. 控制与决策, 1989, 4(4):1-6
- [16] Byrnes, C. I. and Isidori, A.. Local Stabilization of Minimum-Phase Nonlinear Systems. Systems & Control Letters, 1988, 11(1):9-17
- [17] Tsiniias, J.. Observer Design for Nonlinear Systems. *ibid.*, 1989, 13:135-142
- [18] Xia, X. H. and Gao, W. B.. Nonlinear Observer Design by Observer Error Linearization. SIAM. J. Control and Optimization, 1989, 27(1):199-216

## On Variable Structure Control of Nonlinear Systems and Its Implementation

ZHENG Feng, CHENG Mian and GAO Weibing

(Department of Applied Mathematics and Physics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics • Beijing, 100083, PRC)

**Abstract:** Variable structure control of general multivariable nonlinear systems and its implementation by use of observers are studied in this paper. The necessary condition and sufficient condition for the existence of sliding modes are given. It is shown that the states of the controlled systems will approach asymptotically the sliding sub-space (or submanifold) globally (or locally, respectively) for linear systems (or a class of nonlinear systems, respectively) if the variable structure control laws are implemented with state observers.

**Key words:** nonlinear systems; variable structure control; sliding manifolds; system implementation

### 本文作者简介

**郑 锋** 1963年生. 分别于1984年, 1987年毕业于西北电讯工程学院电子工程系, 获学士、硕士学位. 此后在桂林电子工业学院工作三年, 1990年入北京航空航天大学第七研究室攻读博士学位, 现为该室博士生. 目前的研究领域为变结构控制及随机控制.

**程 勉** 1933年生. 1953年毕业于北京航空学院, 1958年任该院讲师, 1980年任该院副教授, 1986年任该院教授. 1990年任控制理论与应用学科博士生导师. 学术兴趣为一般力学, 非线性振动, 非线性控制系统, 机器人动力学与控制, 智能控制等. 现任中国自动化学会控制理论专业委员会委员.

**高为炳** 1925年生. 中国科学院学部委员. 1948年毕业于西北工学院航空系, 1951年任清华大学讲师, 1956年任北京航空学院副教授, 1978年任教授, 1981年任控制理论与应用学科博士生导师. 学术兴趣为一般力学, 非线性控制系统, 运动稳定性, 大系统, 机器人动力学与控制, 智能控制, 航空航天控制等. 现兼任国务院学位委员会学科评议组成员, 中国航空学会常务理事及自动控制专业委员会主任.