第 10 卷第 1 期
1993 年 2 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 10, No. 1
Feb., 1993

广义分散控制系统的脉冲可控性

刘万泉
(曲阜师范大学自动化所·山东,273165)

王恩平
(中国科学院系统科学研究所·北京,100080)

摘要：本文着重讨论了广义分散控制系统的脉冲特性,主要包括无穷远固定模的性质、脉冲可控性与脉冲可观性.

关键词：广义系统;分散系统;脉冲可控性;固定模

1 引 言

广义分散系统的研究正在吸引越来越多的工作者,一方面是因为该系统具有客观的实际背景,另一方面它的研究对丰富系统理论具有重要意义.到目前为止,该系统的研究已取得了一些很好的结果[1~4].关于该系统无穷远固定模的研究,[1]与[2]在这方面都取得了很好的结果.本文的工作是在[2]的基础上研究系统的脉冲可控性,并给出无穷远固定模与脉冲可控性之间的关系.

考虑广义分散系统

$$\begin{cases} E\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^{N} B_j u_j, \\ y_j = C_j x, \quad j = 1,2,\cdots,N. \end{cases} \tag{1.1}$$

其中 $x\in \mathrm{R}^n$,为系统的状态矢量,$u_j\in \mathrm{R}^{r_j}$为第 j 个控制站的输入矢量,$y_j\in \mathrm{R}^{m_j}$为第 j 个控制站的输出矢量,E,A 均是 $n\times n$ 阶实常值矩阵,B_j 是 $n\times r_j$ 阶实常数矩阵,C_j 是 $m_j\times n$ 阶实常数矩阵,$j=1,2,\cdots,N$.假设

$$r = \sum_{j=1}^{N} r_j < n, \quad m = \sum_{j=1}^{N} m_j < n, \quad \mathrm{rank}E = q < n, \quad |sE - A| \not\equiv 0,$$

$$\mathrm{rank}[B_1,\ B_2,\ \cdots,\ B_N] = r, \quad \mathrm{rank}[C_1^{\mathrm{T}},\ C_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ C_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} = m.$$

对系统(1.1)实施分散输出反馈

$$u_j = K_j y_j, \quad j = 1,2,\cdots,N. \tag{1.2}$$

则闭环系统为

$$E\dot{x} = (A + BKC)x, \quad K \in \vec{K}^*. \tag{1.3}$$

其中
$$\vec{K} \triangleq \{K\,|\,K = \mathrm{diag}(K_1,\ K_2,\ \cdots,\ K_N),\ K_i \in \mathrm{R}^{r_i\times m_i}\},$$
$$\vec{K}_0 \triangleq \{K\,|\,K \in \vec{K},\ \det(\lambda E - A - BKC) \equiv 0\},$$
$$\vec{K}^* = \vec{K}\backslash\vec{K}_0.$$

引理 1.1[5] $\vec{K}_0$ 在 $\mathrm{R}^{m\times r}$空间中为一超曲面.

引理 1.2[5] $\vec{K}^*$在 $\vec{K}$ 中稠密,即任意给定 $K_0\in\vec{K}$ 及 $\varepsilon_0>0$,在 $\vec{K}_{\varepsilon_0}\triangleq\{K\,|\,K\in\vec{K},\ \|K$

本文于 1991 年 6 月 8 日收到. 1992 年 3 月 27 日收到修改稿.

$-K_0\|_p<\varepsilon_0\}$中都存在 $K\in\vec{K}^*$. 其中 $\|\ \|_p$表示矩阵的任一范数.

引理 1.3[1] 广义分散系统(1.1)没有无穷远固定模的充要条件为存在 $K\in\vec{K}^*$,使得

$$\deg\det[\lambda E-A-BKC]=\operatorname{rank}E=q. \tag{1.4}$$

引理 1.4[6] 对于 $N=1$ 的广义系统而言,系统脉冲可控的充要条件为存在矩阵 $K\in R^{r_1\times n}$,使得

$$\deg\det[\lambda E-A-B_1K]=\operatorname{rank}E=q. \tag{1.5}$$

其中 deg( )表示多项式的次数.

2 脉冲固定模

[1]给出了无穷固定模的定义与判别方法,[2]利用系统(1.1)的一种受限等价形式,给出了判别无穷远固定模的新算法. 本文利用另外一种受限等价形式,给出了判别无穷远固定模的充要条件,而且简化了[2]中的证明,容易寻找一种更简单的判别算法.

我们对矩阵 E 作如下分解,使得

$$P^{-1}EQ^{-1}=\begin{bmatrix}E_{11} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}. \tag{2.1}$$

其中要求 E_{11}为 $q\times q$ 阶满秩矩阵,即 $\operatorname{rank}E=\operatorname{rank}E_{11}=q$,此时有

$$P^{-1}B=\begin{bmatrix}\hat{B}_0\\ \widetilde{B}\end{bmatrix},\quad CQ^{-1}=[\hat{C}_0\quad \widetilde{C}],\quad P^{-1}AQ^{-1}=\begin{bmatrix}\hat{A}_{11} & \hat{A}_{12}\\ \hat{A}_{21} & \widetilde{A}\end{bmatrix}. \tag{2.2}$$

其中 $\widetilde{B}\in R^{(n-q)\times r},\quad \widetilde{C}\in R^{m\times(n-q)},\quad \widetilde{A}\in R^{(n-q)\times(n-q)}$.

此时系统受限等价于下列系统

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}E_{11} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{A}_{11} & \hat{A}_{12}\\ \hat{A}_{21} & \widetilde{A}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\hat{B}_0\\ \widetilde{B}\end{bmatrix}u,\\ y=[\hat{C}_0\quad \widetilde{C}]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}.\end{cases} \tag{2.3}$$

其中 $x=Q^{-1}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$.

定理 3.1 系统(1.1)没有无穷远固定模的充要条件为,0 不是系统$(\widetilde{C},\widetilde{A},\widetilde{B})$关于分散结构 $\vec{K}$ 的固定模.

证 因为系统(1.1)不存在无穷远固定模,所以存在 $K_0\in\vec{K}^*$,使得

$$\deg\det[\lambda E-A-BK_0C]=\operatorname{rank}E=q.$$

即

$$\deg\det\begin{bmatrix}\lambda E_{11}-(\hat{A}_{11}+\hat{B}_0K_0\hat{C}_0) & -(\hat{A}_{12}+\hat{B}_0K_0\widetilde{C})\\ -(\hat{A}_{21}+\widetilde{B}K_0\hat{C}) & -(\widetilde{A}+\widetilde{B}K_0\widetilde{C})\end{bmatrix}=\operatorname{rank}E_{11}=q.$$

由于 E_{11}可逆,因此

$$\det[\widetilde{A}+\widetilde{B}K_0\widetilde{C}]\neq 0. \tag{2.4}$$

上式说明 0 不是系统$(\widetilde{C},\widetilde{A},\widetilde{B})$的分散固定模. 反之,若 0 不是$(\widetilde{C},\widetilde{A},\widetilde{B})$关于分散结构 $\vec{K}$ 的固定模,则存在 $K_s\in\vec{K}$,使得

$$\det[\widetilde{A}+\widetilde{B}K_s\widetilde{C}]\neq 0.$$

记 $\vec{K}_s^*=\{K\mid K=\operatorname{diag}(K_1,K_2,\cdots,K_N),\ \det[\widetilde{A}+\widetilde{B}K\widetilde{C}]\neq 0\}$,

则易知 $\vec{K}_s^*$ 在 $\vec{K}$ 中稠密,因此 $\vec{K}_s^*\cap\vec{K}^*$在 $\vec{K}$ 中稠密,由引理 1.2 可知,存在 $K^*\in\vec{K}^*$,使

$\det(\widetilde{A}+\widetilde{B}K^*\widetilde{C}]\neq 0$，因此由(2.4)与上式可知 $\deg\det[\lambda E-A-BK^*C]=\operatorname{rank}E=q$. 即系统(1.1)不存在无穷远固定模.

我们注意到，上面定理中的分解形式只要求 E_{11} 为可逆矩阵，这就比[2]中的分解容易得多，由此导出的无穷远固定模的判别算法也简单得多.

3 脉冲可控性

引理 3.1[5] 假设

$$A\in \mathrm{R}^{n\times p},\quad B\in \mathrm{R}^{n\times m},\quad C\in \mathrm{R}^{r\times p},\quad \vec{K}=\{K\mid K\in \mathrm{R}^{m\times r}\},$$

$\vec{K}^*$ 在 $\vec{K}$ 中稠密，则

$$\underset{K\in\vec{K}^*}{g\cdot r}[A+BKC]=\min\left\{\operatorname{rank}[A,\ B],\ \operatorname{rank}\begin{bmatrix}A\\C\end{bmatrix}\right\}. \tag{3.1}$$

其中 $g\cdot r[\ ]$ 表示矩阵[ ]的最大秩.

对于 $N=1$ 的广义系统而言，系统受限等价于

$$\begin{bmatrix}E_{11} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{A}_{11} & \hat{A}_{12}\\ \hat{A}_{21} & \widetilde{A}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\hat{B}_0\\ \widetilde{B}\end{bmatrix}u. \tag{3.2}$$

记　$\vec{K}_0^*=\{K\mid K\in \mathrm{R}^{r_1\times n},\det[\lambda E-A-BK]\not\equiv 0\}$，　$\vec{K}_1=\{K\mid K\in \mathrm{R}^{r_1\times(n-q)}\}$.

定理 3.1 系统(3.2)为脉冲可控的充要条件为存在 $K\in\vec{K}_0^*$，使得

$$\det[\widetilde{A}+\widetilde{B}K]\neq 0,$$

即 0 是系统 $(\widetilde{A},\ \widetilde{B})$ 的可控极点.

对于广义分散控制系统(1.1)，它受限等价于系统(2.3)，其中

$$\hat{B}_0=[\hat{B}_{10},\ \hat{B}_{20},\ \cdots,\ \hat{B}_{N0}],\quad \widetilde{B}=[\widetilde{B}_1,\ \widetilde{B}_2,\ \cdots,\ \widetilde{B}_N],$$
$$\hat{C}_0=[\hat{C}_{10}^{\mathrm{T}},\ \hat{C}_{20}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{C}_{N0}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\quad \widetilde{C}=[\widetilde{C}_1^{\mathrm{T}},\ \widetilde{C}_2^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \widetilde{C}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}.$$

记
$$\hat{B}_{0,N-i}=[\hat{B}_{10,},\ \hat{B}_{20,},\ \cdots,\ \hat{B}_{i-1,0},\ \hat{B}_{i+1,0},\ \cdots,\ \hat{B}_{N0}],$$
$$\widetilde{B}_{N-i}=[\widetilde{B}_1,\ \cdots,\ \widetilde{B}_{i-1},\ \widetilde{B}_{i+1},\ \cdots,\ \widetilde{B}_N],$$
$$\hat{C}_{0,N-i}=[\hat{C}_{1,0}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{C}_{i-1,0}^{\mathrm{T}},\ \hat{C}_{i+1,0}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \hat{C}_{N0}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\widetilde{C}_{N-i}=[\widetilde{C}_1^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \widetilde{C}_{i-1,}^{\mathrm{T}},\ \widetilde{C}_{i+1,}^{\mathrm{T}},\ \cdots,\ \widetilde{C}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\quad i=1,2,\cdots,N.$$

定义 3.1 对系统(1.1)，如果存在 $K_j\in \mathrm{R}^{r_j\times m_j},\ j\neq i$，使得

$$E\dot{x}=(A+\sum_{j\neq i}^{N}B_jK_jC_j)x+B_iu_i$$

是脉冲可控的，则称系统(1.1)对第 i 个控制站是脉冲可控的.

定理 3.2 系统(1.1)对第 i 个控制站是脉冲可控的充要条件为，对于 $\overrightarrow{N-i}=\{1,2,\cdots,i-1,i+1,\cdots,N\}$ 的任何一个分划 $S_{\overrightarrow{N-i}}$ 与 $\overrightarrow{N-i}-S_{\overrightarrow{N-i}}$ 都有下列不等式成立

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\widetilde{A} & \widetilde{B}_i & \widetilde{B}_{\overrightarrow{N-i}-S_{\overrightarrow{N-i}}}\\ C_{S_{\overrightarrow{N-i}}} & 0 & 0\end{bmatrix}\geqslant n-q. \tag{3.3}$$

证　系统对第 i 控制站脉冲可控的充要条件为存在 $K_j\in \mathrm{R}^{r_j\times m_j},\ j\neq i$，及 $K_i\in \mathrm{R}^{r_i\times n}$，使得

$$\deg\det[\lambda E-A-\sum_{j\neq i}^{N}B_jK_jC_j-B_iK_i]=\operatorname{rank}E=q.$$

上式等价于

$$\deg\det=\begin{bmatrix} E_{11}-(\hat{A}_{11}+\sum_{j\neq i}^{N}\hat{B}_{j0}K_j\hat{C}_{j0})-\hat{B}_{i0}K_{i1} & -(\hat{A}_{12}+\sum_{j\neq i}^{N}\hat{B}_{j0}K_j\widetilde{C}_j)-\hat{B}_iK_{i2} \\ -(A_{21}+\sum_{j\neq i}^{N}\widetilde{B}_jK_j\hat{C}_{j0})-\widetilde{B}_iK_{i1} & -(\widetilde{A}+\sum_{j\neq i}^{N}\widetilde{B}_jK_j\widetilde{C}_j)-\widetilde{B}_iK_{i2} \end{bmatrix}=q.$$

由于 E_{11}可逆,且 $K_i=(K_{i1},\ K_{i2})\in R^{r_i\times n}$,因此上式成立的充要条件为

$$\det[\widetilde{A}+\sum_{j\neq i}^{N}\widetilde{B}_jK_j\widetilde{C}_j+\widetilde{B}_iK_{i2}]\neq 0. \tag{3.4}$$

由[3]中的推理可知,(3.4)与(3.3)是等价的,故定理得证.

定理 3.3 系统(1.1)对第 i 个控制站是脉冲可观的充要条件为:对于$\overrightarrow{N-i}$的任何一个分划 φ 及$\overrightarrow{N-i}-\varphi$,都有

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\widetilde{A} & \widetilde{B}_{\overrightarrow{N-i}-\varphi} \\ \widetilde{C}_i & 0 \\ \widetilde{C}_\varphi & 0\end{bmatrix}\geqslant n-q. \tag{3.5}$$

定理 4.4 系统(1.1)没有无穷远固定模的充要条件为:对于 $\vec{N}$ 的任何一个分划 φ 及 $\vec{N}-\varphi$,都有

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}\widetilde{A} & \widetilde{B}_{N-\varphi} \\ \widetilde{C}_\varphi & 0\end{bmatrix}\geqslant n-q.$$

以上两个定理由对偶性及[1]中的结论易得.

推论 1 系统(1.1)对某一控制站是脉冲可控与脉冲可观的,则对任一控制站也是脉冲可控与脉冲可观的.

推论 2 系统(1.1)没有无穷远固定模的充要条件为:对任一控制站既是脉冲可控的又是脉冲可观的.

4 结束语

本文主要得到了系统(1.1)没有无穷远固定模与脉冲可控、脉冲可观之间的关系. 在推论 2 中系统若仅对某一控制站脉冲可控而不脉冲可观,则结论不成立,这样的反例易举. 到目前为止,关于无穷远固定模的重数至今没有见到有文献讨论,作者将在另外一文中异于[1]中的定义,重新定义无穷远固定模,从而讨论其重数问题.

参 考 文 献

[1] 王朝珠,王恩平. 广义分散控制系统的无穷远固定模. 系统科学与数学,1988,8(2):142—150
[2] 储德林. 关于广义分散控制系统无穷远固定模的进一步研究. 系统科学与数学,1989,9(3):202—205
[3] 王恩平,刘万泉. 广义分散控制系统的有穷固定模. 自动化学报,1990,16(3):358—362
[4] 初学导,刘万泉. 广义分散控制系统的镇定. 自动化学报,1991,6:721—725
[5] 刘万泉. 广义分散控制系统. 北京:中国科学院系统科学研究所硕士论文,1988
[6] 戴立意. 广义系统的动态补偿器. 北京:中国科学院系统科学研究所硕士论文,1985

On the Impulsive Controllability of Singular Decentralized Control Systems

LIU Wanquan
(Institute of Automation, Qufu Normal University · Shandong, 273165, PRC)
WANG Enping
(Institute of Systems Science, Academia Sinica · Beijing, 100080, PRC)

Abstract: In this paper, we mainly studied the impulsive properties of the singular decentralized control systems, it includes infinite fixed modes、impulsive controllability and impulsive observability.

Key words: singular systems; decentralized systems; impulsive controllability; fixed modes

本文作者简介

刘万泉　1965 年生. 1985 年在曲阜师范大学数学系获学士学位. 1988 年在中国科学院系统科学研究所获硕士学位,1988 年至今在曲阜师范大学自动化研究所工作,目前在上海交通大学作访问学者. 研究兴趣主要包括广义系统,分散系统,奇异摄动系统,机器人的协调控制与路径规划,鲁棒控制等.

王恩平　1941 年生. 1965 年毕业于北京大学数力系. 现为中国科学院系统科学研究所研究员,从事现代控制理论研究. 主要研究领域有现代控制理论在惯性导航系统中的应用,线性系统,广义系统,分散系统以及鲁棒控制等.

《大型动力系统的理论与应用(卷 4)—随机·稳定与控制》评介

过去 20 年,确定性大系统稳定性与镇定的研究,已经较全面地被许多学者讨论过,并已取得了相当丰富和比较系统的研究成果。由于随机因素客观地存在于现实世界中,因此随机大系统稳定性与镇定的研究具有重要的理论意义和应用前景。然而,对于随机大系统的稳定性与镇定问题,因为它较为复杂,所以这一领域的研究在国内外仅得到少量地研究成果。至今为止,国际上尚未见到一本系统完整地论述随机大系统稳定性与镇定的著作。

在上述背景下,华南理工大学出版社出版了由刘永清教授和冯昭枢博士合作完成的著作《大型动力系统的理论与应用(卷 4)—随机·稳定与控制》。该书是国际上第一本比较系统和全面地论述随机大系统稳定性与镇定的著作,它的出版填补了国际上这一领域内的空白。

全书共分 4 篇 11 章。第一篇论述了连续时间参数随机大系统的稳定性,包括第一章至第五章。第一章利用确定性大系统稳定性分析中常用的分解-集结法,详细地讨论了随机噪声服从大数定律的非 Ito 型随机大系统的全局渐近随机稳定性;第二章利用由作者提出的递阶李雅普诺夫函数构造法,研究了具有多层递价结构且随机噪声服从大数定律的随机大系统的稳定性;第三章利用推广了的分解-集结法,在以矩变量为状态变量的新的状态空间中应用李代数方法统一处理了白噪声和有色噪声的随机大系统的稳定性问题;第四章利用作者建立的比较原理和稳定性判据,建立了多滞后 Ito 型随机大系统的滞后无关均方渐近稳定性判据;第五章通过构造李雅普诺夫泛函,对具有结构化和非结构化不确定性的多滞后随机大系统确定了鲁棒稳定性的界。

第二篇介绍了离散时间参数随机大系统的稳定性,它包括第六章,它对分布式随机迭代过程建立了收敛性与稳定性判据。

(下接第 112 页)