

PUMA 机器人的极点配置控制*

刘德满 吴成东 刘宗富
(东北工学院自动控制系, 沈阳, 110006)

摘要: 本文为 PUMA 机器人提出了一种极点配置控制法. 这种控制方法的优点: 一是它的积分作用消除了机器人的微小扰动和稳态误差; 二是能任意配置系统的极点, 因此能保证闭环系统的稳定性和规定状态变量的暂态响应. 最后, 给出了 PUMA760 机器人的计算机仿真结果和实验结果, 验证了此控制法的有效性.

关键词: 机器人; 线性化; 极点配置; 积分作用; 仿真实验

1 前 言

本文为 PUMA 机器人提出了一种基于极点配置的状态反馈控制法. 这种控制方法首先将机器人动力学模型在小的时间区域内线性化, 然后把线性化系统变换成状态变量表达形式并将其离散化, 再基于极点配置理论进行状态反馈控制. 我们用查表法进行快速控制, 将反馈控制增益矩阵事先计算好并存入计算机内存, 在实时控制时从计算机内存取出反馈增益矩阵并与状态误差相乘进行控制. 选择时间区域的大小取决于控制精度和计算机内存的交换^[1,4].

2 机器人动力学

n 关节机械手运动的欧拉-拉格朗日方程可表示为^[3]

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + f(q) = \tau. \quad (1)$$

其中 τ 为 $n \times 1$ 力矩矢量, q 为关节角位置, \dot{q} 为关节角速度, $h(q, \dot{q})$ 为 $n \times 1$ 哥氏力和离心力矢量, $D(q)$ 为 $n \times n$ 维惯量矩阵.

式(1)中 $n \times 1$ 维矢量 $h(q, \dot{q})$ 可写成如下形式

$$h(q, \dot{q}) = E(q, \dot{q})\dot{q}. \quad (2)$$

其中 $E(q, \dot{q})$ 为 $n \times n$ 维矩阵.

PUMA 机器人的驱动电机为直流电机, 力矩方程为

$$\tau_m = K_f I. \quad (3)$$

其中 I 为驱动电机电枢电流, K_f 为力矩常数.

对于驱动电机有

$$\tau_a = D_a \ddot{q}_m + f_1 \dot{q}_m + f_0. \quad (4)$$

其中 f_1 为粘滞摩擦系数, f_0 为库伦摩擦力矩.

驱动电机电压方程为

* 中国科学院机器人学开放研究实验室资助课题.

本文于1991年10月24日收到. 1992年8月19日收到修改稿.

$$U = RI + K_b \dot{q}_m \quad (5)$$

其中 R 为电枢回路电阻, K_b 为反电势常数.

由力矩平衡关系可得

$$\tau_m = r\tau + \tau_a \quad (6)$$

其中 r 为转速比.

综合式(1)至(6),可得

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + W(q) = U \quad (7)$$

3 机器人运动方程的逐段线性化

在时间间隔 $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, $i=1, 2, \dots$, 内用线性时不变系统近似式(7),可得

$$M(t_i)\ddot{q}(t) + N(t_i)\dot{q}(t) + W(t_i) = U(t), \quad t_i \leq t \leq t_i + \Delta t \quad (8)$$

其中 $M(t_i)$, $N(t_i)$ 和 $W(t_i)$ 分别为把期望运动轨线 q_d 和期望运动速度 \dot{q}_d 在时刻 $t=t_i$ 的值代入 $M(q)$, $N(q, \dot{q})$ 和 $W(q)$ 中得到, Δt 为小的时间间隔.

4 控制方法的提出

定义状态变量和输入矢量为

$$z = [q, \dot{q}]^T; \quad u = U - W.$$

则式(8)的状态变量表达式可写成

$$\dot{z} = \bar{G}z + \bar{H}u \quad (9)$$

式中

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & -M^{-1}N \end{bmatrix}; \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}.$$

式(9)的离散化方程表示为

$$z(k+1) = Gz(k) + Hu(k) \quad (10)$$

其中

$$G = I + \bar{G}T, \quad H = \bar{H}T.$$

控制的目的是使关节角误差趋近于零,为此提出一种 PID 反馈控制律

$$u = K_P(q_d - q) + K_V(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_I \int_0^t (q_d - q) dt \quad (11)$$

如果将式(11)离散化,有

$$u(k) = K_P[q_d(k) - q(k)] + K_V[\dot{q}_d(k) - \dot{q}(k)] + K_I T \sum_{i=0}^k [q_d(i-1) - q(i-1)]. \quad (12)$$

为了确定 PID 系数 K_P , K_V 和 K_I , 选择一组新的状态变量为

$$\begin{cases} X_1(k) = q(k), \\ X_2(k) = \dot{q}(k), \\ X_3(k) = \sum_{i=0}^k [q_d(i-1) - q(i-1)]. \end{cases} \quad (13)$$

综合式(10), (12), (13), 得到离散时间方程为

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma u(k) + L X_3(k) \quad (14)$$

其中 $X_3(k)$ 由期望轨迹 $q_d(k)$, 期望速度 $\dot{q}_d(k)$ 组成, 即

$$X_d(k) = [q_d(k), \dot{q}_d(k), O_{1 \times n}]^T,$$

且

$$\Phi = \begin{bmatrix} I & TI & 0 \\ 0 & I - M^{-1}NT & 0 \\ -I & 0 & I \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}T \\ 0 \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

控制律(12)用状态变量可表示为

$$u(k) = -K[X(k) - X_d(k)]. \quad (15)$$

上式中 $K(=[K_1, K_2, K_3])$ 是一个 $n \times 3n$ 维矩阵, 且

$$K_1 = K_P; \quad K_2 = K_V; \quad K_3 = K_I T.$$

5 转换成方块伴随矩阵形式

状态方程式(14)的方块伴随矩阵形式为

$$X_c(k+1) = \Phi_c X_c(k) + \Gamma_c u(k) + L_c X_d(k). \quad (16)$$

其中 $X_c(k)$ 为以变换了坐标表示的状态矢量, T_c 为具有如下定义的变换矩阵

$$X_c(k) = T_c X(k). \quad (17)$$

于是, 我们有

$$\Phi_c = T_c \Phi T_c^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ \Phi_{c1} & \Phi_{c2} & \Phi_{c3} \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_c = T_c \Gamma = [0 \quad 0 \quad I]^T, \quad L_c = T_c L.$$

我们用简化变换方程构成相似变换

$$T_c = \begin{bmatrix} T_{c1} \\ T_{c2} \\ T_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{c1} \\ T_{c1} \Phi \\ T_{c1} \Phi^2 \end{bmatrix},$$

$$T_{c1} = [0 \quad 0 \quad I][\Gamma \quad \Phi \Gamma \quad \Phi^2 \Gamma]^{-1}.$$

因此, 求得

$$T_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -MT^{-2} \\ MT^{-2} & 0 & -MT^{-2} \\ 2MT^{-2} & MT^{-1} & -MT^{-2} \end{bmatrix}.$$

6 极点配置

增益矩阵 $K_c(=[K_{c1}, K_{c2}, K_{c3}])$ 可用下式求得

$$\det(zI - (\Phi_c - \Gamma_c K_c)) = \det(zI - \Lambda). \quad (18)$$

其中 Λ 为一个 $3n \times 3n$ 对角矩阵, 对角线上的元素为期望极点. 利用式(18), 可得

$$K_{c3} = \Phi_{c3} - (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3),$$

$$K_{c2} = \Phi_{c2} + (\Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_2 \Lambda_3 + \Lambda_1 \Lambda_3), \quad (19)$$

$$K_{c1} = \Phi_{c1} - (\Lambda_1 \Lambda_2 \Lambda_3).$$

增益矩阵然后用 T_c 后乘 K_c 转换成原始坐标

$$K = K_c T_c. \quad (20)$$

求得 $K(=[K_1, K_2, K_3])$ 为

$$\begin{aligned}
 K_1 &= (3I + A_1A_2 + A_2A_3 + A_1A_3 - 2A_1 - 2A_2 - 2A_3)MT^{-2}, \\
 K_2 &= (3I - A_1 - A_2 - A_3)MT^{-1} - N, \\
 K_3 &= (-I + A_1 + A_2 + A_3 - A_1A_2 - A_2A_3 - A_1A_3 + A_1A_2A_3)MT^{-2}.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

从式(21)可以看出:给定了闭环系统的极点和系统,输入矩阵的计算值,求取反馈增益矩阵只需要三个矩阵乘和一个矩阵减.

7 PUMA 机器人的计算机仿真和实验

对于本文提出的控制方案,采用 PUMA760 机器人前三个关节的动力学模型进行计算机仿真和实验. PUMA 机器人的结构和动力学方程文献[4],选择机器人闭环系统的极点为

$$A_1 = 0.35I_{3 \times 3}; \quad A_2 = [0.4 + 0.45j]I_{3 \times 3}; \quad A_3 = [0.4 - 0.45j]I_{3 \times 3}.$$

选择机器人末端的跟踪轨线为一个 $x-y$ 平面内圆心在 $[0.5m, 0.5m, 0.04m]$ 处,半径为 $0.4m$ 的圆. 机器人末端的运行速度为 $1.256m/s$,选择采样周期为 $T=3ms$,时间间隔 $\Delta t=0.1s$,机器人末端运动的出发点为 $[0.9m, 0.5m, 0.04m]$,仿真和实验结果如图 1 和图 2 所示.

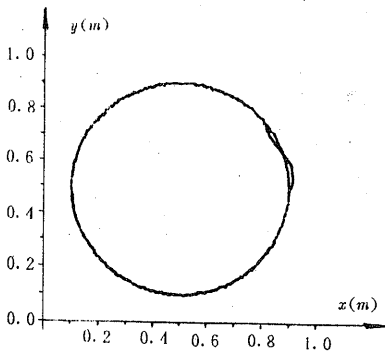


图 1 机器人末端跟踪的仿真曲线

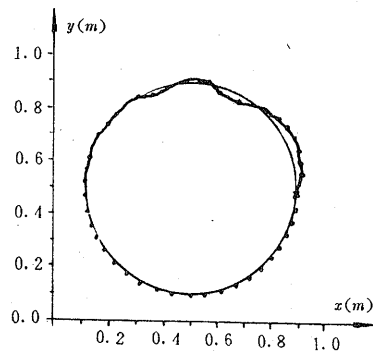


图 2 机器人末端跟踪的实验曲线

从图 1 和图 2 可以看出:轨线跟踪误差最终趋近于零,因此本文提出的控制方法是有效的.

参 考 文 献

- [1] Golla, D. F., Garg, S. C. and Hughes, P. C.. Linear State Feedback Control of Manipulators. Mech. Machine Theory, 1981, 16, 93-103
- [2] Freund, F.. Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Placement for Industrial Robots and Manipulators. Int. J. Robotic Research, 1982, 1, 65-78
- [3] Raibert, M. H. and Horn, B. K. P.. Manipulator Control Using the Configuration Space Method. The Industrial Robot, 1978, 69-73
- [4] Neuman, C. P. N. and Murray, J. J.. The Complete Dynamic Model and Customized Algorithms of the PUMA Robot. IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, 1987, SMC 17, 635-643

Pole Placement Control of PUMA Robot

LIU Deman, WU Chendong and LIU Zongfu

(Department of Automatic Control, Northeast University of Technology · Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: This paper proposed a pole placement control method for PUMA robot. This control method has following advantages: First, its integral effect eliminates minor disturbances and steady errors; Second, the poles of the closed-loop system can be placed arbitrarily, therefore, it can guarantee stability of the closed-loop system and specify the transient response of state variables. Finally, the computer simulation and experiment results for PUMA 760 are given to demonstrate the effectiveness of proposed control method.

Key words: robot; linearization; pole placement; integral effect; simulation and experiment

本文作者简介

刘德满 1963年生。1984年在武汉钢铁学院电气化系获工学学士学位。后分别于1986年和1991年在东北工学院自动控制系获工学硕士、博士学位。主要研究工作兴趣是非线性控制,自适应控制,机器人控制。目前研究领域是机器人智能控制。

吴成东 1960年生。讲师。1983年毕业于沈阳建筑工程学院自动控制系,并留校任教。1985年考入清华大学自动化系攻读硕士学位,1988年获工学硕士学位。1991年考入东北工学院自动控制系攻读博士学位。目前正从事机器人智能控制方面的研究。

刘宗富 1929年生。教授。1950年毕业于同济大学电机工程系,1950年到东北工学院任教,1956年晋升为讲师,1958年获苏联副博士学位。1978年晋升为副教授,1983年晋升为教授。现为中国自动化学会电气自动化专业委员会委员。