

连续时间域内具有积分作用的广义预测控制(CIGPC)

吕剑虹 徐治皋 陈来九
(东南大学动力系·南京, 210018)

摘要: 文献[1]推导了连续时间域内的广义预测控制规律, 但由该方法所获得的控制作用不具有积分作用. 因此, 对于大量具有自平衡能力的过程, 当设计模型的比例增益同实际过程存在误差时, 将导致系统输出的稳态偏差. 本文在文[1]的基础上提出了一种具有积分作用的广义预测控制方法. 仿真结果表明, 本文的方法不仅能够消除系统的稳态偏差, 而且可使系统具有较好的控制品质.

关键词: 连续时间域; 预测控制; 数学模型; 积分器

1 引言

大量的仿真和工业应用实例已经证明, 由 Clarke 等人提出的在离散时域内的广义预测控制 GPC^[2]具有优良的控制品质和鲁棒性. H. Demircioglu 在文[1]中借助于这种设计思想, 在连续时域内提出了广义预测控制 CGPC. 但所提出的 CGPC 不象 Clarke 的预测控制那样加入了积分作用, 对于许多具有自平衡能力的对象(即对象本身不具有积分作用), 当设计用的过程模型和实际过程模型在静态比例增益上存在误差时(实际上误差总会存在), CGPC 将导致系统输出的稳态偏差, 从而使控制系统的应用受到限制. 本文采用文[1]的思想方法, 推导了连续时域内带有积分作用的广义预测控制规律 CIGPC. 仿真研究表明, CIGPC 不仅能消除系统的稳态偏差, 且仍能保持良好的控制品质.

2 CIGPC 控制规律

2.1 问题的提出

文献[1]中, 提出了在连续时域中的广义预测控制 CGPC, 由 CGPC 所组成的闭环反馈结构如图 1 所示.

图中, $\frac{B(s)}{A(s)}$ 是被控过程的数学模型; g 为可确定的常数; $\frac{G_0(s)}{C(s)}$

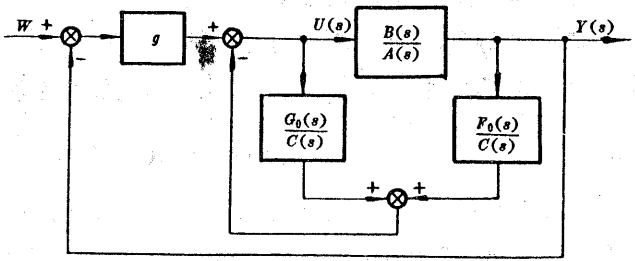


图 1 CGPC 的闭环反馈结构

和 $\frac{F_0(s)}{C(s)}$ 分别为可确定的正则传递函数. 从图中不难分析, CGPC 的实质是首先通过环节 $\frac{G_0(s)}{C(s)}$ 和 $\frac{F_0(s)}{C(s)}$ 对对象 $\frac{B(s)}{A(s)}$ 进行补偿, 然后对补偿后的对象进行比例控制(比例常数为 g), 容易证明, 当被控对象具有自平衡能力时, 补偿后的对象同样仍具有自平衡能力, 因此, 如

本文于1991年10月29日收到. 1992年4月6日收到修改稿.

果 CGPC 的设计模型与实际过程模型在稳态增益上存在一定的偏差,则由 CGPC 所组成的控制系统在设定值改变或扰动时将存在稳态偏差. 为了更清楚地表达 CGPC 所存在的问题,下面举一个例子来说明.

取设计模型为文[1]中的例 4,即

$$\begin{cases} \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{1}{s^2 + 1}, \\ C(s) = s + 1. \end{cases}$$

选取 CGPC 的设计参数为:最小预测界限 $T_1=0$;最大预测界限为 $T_2=2$;预测器阶次 $N_y=6$;控制阶次 $N_u=0$;控制权系数 $\lambda=0$;参考轨迹 $\frac{R_z}{R_d} = \frac{1}{s+1}$,各设计参数的意义及选择方法参阅文[1]. 利用上面的设计参数及文[1]中的方法可求得

CGPC 的控制参数为: $g=10.75$; $G_0(s)=11.75$; $F_0(s)=10.75s-12.75$. 现对该控制系统进行仿真. 选取仿真对象的模型分别为 $\frac{1}{s^2+1}$ 和 $\frac{1.5}{s^2+1}$, 假定设定值 W 阶跃 +1.0, 则两种情况下,系统的输出响应如图 2 所示.

图中,曲线 Y_1 为设计模型和仿真模型一致时的响应曲线;曲线 Y_2 为仿真模型和设计模型不同时的输出响应,稳态偏差 $\Delta_s = \frac{y_s - W}{W} = 65\%$. 为了消除系统的稳态偏差,必须在控制规律中引入积分作用.

本文下面将对 CGPC 的设计模型进行重新假定,进而推导出在连续时间域内具有积分作用的广义预测控制规律 CIGPC. 这种方法使积分作用自然的引入,因此可以以自然的方式消除系统的稳态偏差,由于整个推导过程类似于文[1]中的方法,某些推导过程可直接采用文[1]中的结果.

2.2 连续时间域内的输出预测

在工业上,系统所受到的扰动往往是在随机时刻的随机阶跃 [2]. 在连续时间域内,这类扰动的模型可表示为 $\frac{C(s)}{s}V(s)$, 因此,本文采用的系统用如下的正则数学模型描述

$$A(s)Y(s) = B(s)U(s) + \frac{C(s)}{s}V(s). \quad (2.1)$$

式中, $A(s), B(s), C(s)$ 是 Laplace 算子 s 的多项式; $Y(s), U(s)$ 和 $V(s)$ 分别为系统输出、输入和干扰;且假定 $\deg(C(s)) = \deg(A(s))$ 并记 $n = \deg(A(s))$.

由式(2.1)得

$$Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)s}U(s) + \frac{C(s)}{A(s)s}V(s). \quad (2.2)$$

现定义 $\tilde{A}(s) = A(s)s$, ($\deg(\tilde{A}(s)) = n+1$); $\tilde{U}(s) = U(s)s$, $\tilde{V}(s)$ 为辅助控制变量 $\tilde{u}(t)$ 的 Laplace 变换. 将以上定义式代入方程(2.2)得

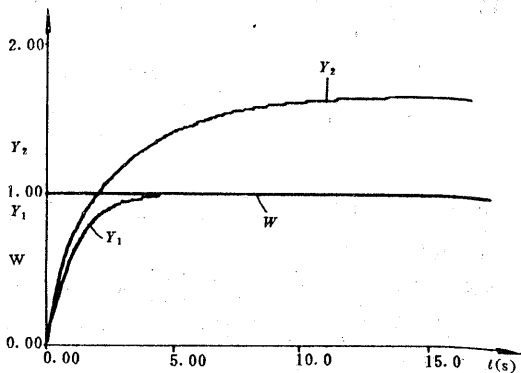


图 2 设计模型和仿真模型一致和不同时的系统输出响应

注 对 $C(s)$ 阶次的其它假定同样可以获得类似的结果,如文[1]中假定 $\deg(C(s)) = n-1$.

$$Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)}\bar{U}(s) + \frac{C(s)}{A(s)}V(s). \quad (2.3)$$

由式(2.3),系统输出的第 k 阶导数在 Laplace 域内(当初始条件为零时)可表示为

$$Y_k(s) = s^k Y(s) = \frac{s^k B(s)}{A(s)}\bar{U}(s) + \frac{s^k C(s)}{A(s)}V(s). \quad (2.4)$$

式中 $\frac{s^k C(s)}{A(s)}$ 在 $k > 1$ 时为非正则传递函数,利用长除法得商为一个 s 的多项式,记为 $\bar{E}_k(s)$ ($\deg(\bar{E}_k) = k - 1$).显然, $\bar{E}_k(s)V(s)$ 在工程上是无法实现的,剔除这个分量并通过适当推导后,得到输出的第 k 阶导数在 Laplace 域内的估计方程为

$$Y_k^*(s) = \bar{H}_k \bar{U}(s) + \frac{\bar{G}_k(s)}{C(s)}\bar{U}(s) + \frac{\bar{F}_k(s)}{C(s)}Y(s). \quad (2.5)$$

式中 $\bar{H}_k, \bar{G}_k, \bar{F}_k$ 均为 Laplace 算子 s 的多项式,可通过如下关系方程获得

$$\frac{s^k C(s)}{A(s)} = \bar{E}_k(s) + \frac{\bar{F}_k(s)}{A(s)}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\bar{E}_k(s)B(s)}{C(s)} = \bar{H}_k(s) + \frac{\bar{G}_k(s)}{C(s)}. \quad (2.7)$$

其中 $\bar{E}_k(s), \bar{H}_k(s), \bar{G}_k(s), \bar{F}_k(s)$ 的阶次分别为

$$\begin{cases} \deg(\bar{F}_k(s)) = \deg(\bar{A}(s)) - 1 = n, \\ \deg(\bar{E}_k(s)) = k - 1, \\ \deg(\bar{H}_k(s)) = k - \rho, \\ \rho = \deg(\bar{A}(s)) - \deg(B(s)), \\ \deg(\bar{G}_k(s)) = n - 1. \end{cases} \quad (2.8)$$

对方程(2.5)进行反拉氏变换就可以对系统输出的各阶导数进行估计

$$y_k^*(t) = \bar{h}_k \bar{u}_k + y_k^0(t). \quad (2.9)$$

式中 $y_k^*(t)$ 为系统第 k 阶输出导数的估计; \bar{h}_k 是由多项式 $\bar{H}_k(s)$ 的系数组成的行向量; $y_k^0(t)$ 为方程(2.5)中等号右边最后两项的反拉氏变换; \bar{u}_k 是由辅助输入变量及其各阶导数所组成的列向量,即

$$\begin{cases} \bar{u}_k = [\bar{u}(t), \bar{u}_1(t), \dots, \bar{u}_{k-\rho}(t)]^T, \\ \bar{u}_i(t) = \frac{d^i \bar{u}(t)}{dt^i}. \end{cases} \quad (2.10)$$

在连续时间域内,系统在未来 T 时刻的输出预测是由现时输出 $y(t)$ 及其各阶导数来估计的,即有

$$\hat{y}(t+T) = y(t) + \sum_{k=1}^{N_y} y_k(t) \frac{T^k}{k!}. \quad (2.11)$$

式中 $y_k(t) = \frac{d^k y(t)}{dt^k}$; N_y 为预测器的阶次. 对于一个实际系统,输出的各阶导数是不可测的,但可通过方程(2.9)式来估计,将该式代入式(2.11)得

$$\hat{y}^*(t+T) - y(t) = T_{N_y} \bar{H} \bar{u} + T_{N_y} Y^0. \quad (2.12)$$

式中 $T_{N_y} = \left[1, T, \frac{T^2}{2!}, \dots, \frac{T^{N_y}}{N_y!} \right]$, $Y^0 = [0, y_1^0(t), \dots, y_{N_y}^0(t)]^T$.

\bar{H} 是由多项式 \bar{H}_k 的系数所组成的 $(N_y + 1) \times (N_u + 1)$ 维矩阵; $\bar{u} = [\bar{u}(t), \bar{u}_1(t), \dots,$

$\bar{u}_{N_u}(t)$, N_u 为系统辅助控制变量 $\bar{u}(t)$ 的控制阶次, 即当 $k > N_u$ 时, $\bar{u}_k(t) = 0$.

式(2.12)两边取拉氏变换得

$$Y^*(s) - Y(s) = T_{N_y} \tilde{H} S_H \tilde{U}(s) + T_{N_y} Y^0(s). \quad (2.13)$$

式中

$$\begin{cases} S_H = [1, s, \dots, s^{N_u}]^T, \\ Y^0(s) = \frac{\tilde{G} S_G}{C(s)} \tilde{U}(s) + \frac{\tilde{F} S_F}{C(s)} Y(s). \end{cases} \quad (2.14)$$

式中 \tilde{G} 和 \tilde{F} 分别由多项式 \tilde{G}_k 和 \tilde{F}_k 的系数所组成的 $(N_y+1) \times n$, $(N_y+1) \times (n+1)$ 维系数矩阵(其中, 首行由零元素组成); S_G 和 S_F 分别为

$$\begin{cases} S_G = [s^{n-1}, s^{n-2}, \dots, s, 1]^T, \\ S_F = [s^n, s^{n-1}, \dots, s, 1]^T. \end{cases} \quad (2.15)$$

2.3 预测控制规律

从方程(2.12)可知, 系统在未来时间 T 内的输出预测除与现时刻可估计的信息分量有关外, 仅取决于辅助控制变量 $\bar{u}(t)$ 及其相应的各阶导数 $\bar{u}_k(t)$. 预测控制的目的是通过选择这组辅助控制变量来使系统的输出预测最优地跟踪选定的参考轨迹.

通过类似于文[1]的推导后, 可求得辅助控制变量 $\bar{u}(t)$ 为

$$\bar{u}(t) = \bar{k}(W - Y^0). \quad (2.16)$$

式中 \bar{k} 是由矩阵 $[\tilde{H}^T T_y \tilde{H} + \lambda T_u]^{-1} \tilde{H}^T T_y$ 的第一行所组成的行向量; λ 为辅助控制变量的权系数; T_y, T_u 分别为

$$\begin{cases} T_y = \int_{T_1}^{T_2} T_{N_y}^T T_{N_y} dT, \\ T_u = \int_0^{T_2 - T_1} T_{N_u}^T T_{N_u} dT. \end{cases} \quad (2.17)$$

式中 T_1 为最小预测界限, T_2 为最大预测界限. W 为参考轨迹向量, 即有

$$W = \underline{r}[W(t) - y(t)]. \quad (2.18)$$

式中 $W(t)$ 为设定值在 t 时刻的值; \underline{r} 为如下列向量

$$\underline{r} = [r_0, r_1, \dots, r_{N_y}]^T. \quad (2.19)$$

其中 $r_i (i=0, 1, \dots, N_y)$ 为参考轨迹模型 $\frac{R_n(s)}{R_d(s)}$ 的 Markov 参数, 即有

$$\frac{R_n(s)}{R_d(s)} \approx \sum_{i=0}^{N_y} r_i s^{-i}. \quad (2.20)$$

控制规律(2.16)是使如下二次型性能指标最小获得的

$$J = \int_{T_1}^{T_2} [y_r^*(t, T) - W_r^*(t, T)]^2 dT + \lambda \int_0^{T_2 - T_1} [\bar{u}_r^*(t, T)]^2 dT. \quad (2.21)$$

式中

$$\begin{cases} y_r^*(t, T) = \hat{y}^*(t+T) - y(t), \\ \bar{u}_r^*(t, T) = \sum_{k=0}^{N_u} \bar{u}_k(t) \frac{T^k}{k!}, \\ W_r^*(t, T) = T_{N_y} W. \end{cases} \quad (2.22)$$

方程(2.16)两边同时取拉氏变换, 并将方程(2.18), (2.14)代入得辅助控制变量 $\bar{u}(t)$ 在 Laplace 域内的表达式为

$$\tilde{U}(s) = \tilde{g}[W(s) - Y(s)] - \frac{\tilde{G}_0}{C}\tilde{U}(s) - \frac{\tilde{F}_0}{C}Y(s). \quad (2.23)$$

式中标量 \tilde{g} 和多项式 \tilde{G}_0, \tilde{F}_0 分别为

$$\tilde{g} = \underline{k}_T, \quad \tilde{G}_0 = \underline{k}\tilde{G}_0S_G, \quad \tilde{F}_0 = \underline{k}\tilde{F}_0S_F. \quad (2.24)$$

$\tilde{U}(s)$ 获得后, 控制变量 $u(t)$ 的 Laplace 变换 $U(s)$ 为

$$U(s) = \frac{1}{s}\tilde{U}(s). \quad (2.25)$$

由方程(2.23), (2.25)可获得预测控制系统的闭环反馈结构如图3所示。

比较图1和图3, 两系统的结构相似, 但两图中各参数及参数多项式不同, 并且图3中在前向通道上增加了一个积分环节, 从而能消除系统的稳态偏差。

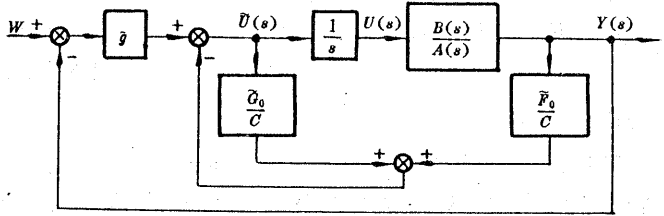


图3 连续时间域内具有积分作用的预测控制的闭环结构

3 系统仿真

为了验证上面算法的有效性,

现仍取控制规律的模型为 $\frac{B(s)}{A(s)} =$

$\frac{1}{s^2+1}$, 多项式 $C(s) = 0.2s^2 + s +$

1^{H} , 选取控制器的参数为: $N_y = 6,$

$N_u = 3, T_1 = 0, T_2 = 1, \lambda = 0, \frac{R_n}{R_d} =$

$\frac{1}{s+1}$, 则所获得的控制器参数及参

数多项式为: $\tilde{g} = 8.1535; \tilde{G}_0 =$

$1.0558s + 7.5656; \tilde{F}_0 = 15.6566s^2 +$

$3.8678s$. 现采用高级连续系统仿真

语言 ACSL 对所设计的系统进行仿真,

仿真分两种情况, 第一种情况是

假定仿真模型为 $\frac{1}{s^2+1}$, 即仿真对象

与设计模型完全一致, 若设定值作

阶跃变化, 则系统图1和图3的动态

响应曲线如图4所示. 第二种仿

真情况是取对象模型为 $\frac{1.5}{s^2+1}$, 也即

假定对象模型与设计模型的静态比

例增益不同, 两个系统的动态响应

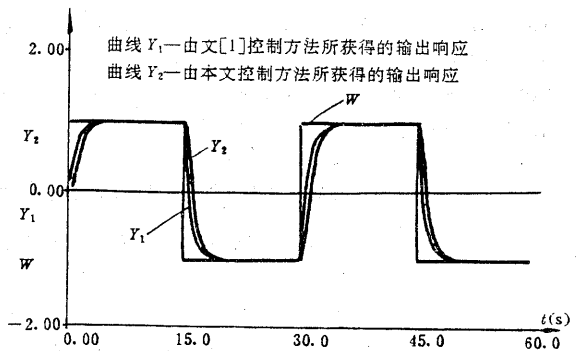
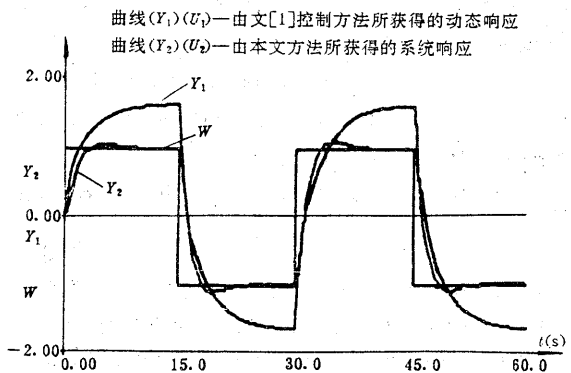


图4 两种预测控制系统在设计模型与对象模型完全一致时的动态响应



注 $C(s)$ 实际上是一个选择的设计多项式, 并不是系统的一部分[1].

曲线如图 5 所示。

由图 4,5 可知,当设计模型与对象模型完全一致时,文[1]和本文的方法都能获得较为满意的控制品质;但当对象模型与设计模型在静态增益上不同时,文[1]中的方法存在较大的稳态偏差;而本文方法不仅自然地消除了系统的稳态偏差,而且能保证系统仍有较好的动态品质。

4 结 论

本文的预测控制方法 CIGPC 自然地将积分作用引入文[1]CGPC 中,从而使所设计的控制系统即使在设计模型与对象模型的增益不同时也能自动地消除系统的稳态偏差。

参 考 文 献

- [1] Demircioglu, H. and Gawthrop, P. J. . Continuous-time Generalized Predictive Control (CGPC), *Automatica*, 1991, 27 (1), 55-73
- [2] Clarke, D. W. , Mohtadi, C. and Toffs, P. S. . Generalized Predictive Control—Part I: the Basic Algorithm. *Automatica*, 1987, 23(2):137-148

Continuous-Time Generalized Predictive Control with Inherent Integral Action (CIGPC)

LÜ Jianhong, XU Zhigao and CHEN Laijiu

(Department of Power Engineering, Southeast University • Nanjing, 210018, PRC)

Abstract: The reference [1] proposed a method of continuous-time generalized predictive control (CGPC). However, the controller of CGPC has no inherent integral action. Hence, for the majority of self-balanced processes, CGPC will cause the system offset closed-loop behaviour while the static gains of the designed model and the practical process model are different. Based on the reference [1], this paper presents a novel approach of continuous-time generalized predictive control with inherent integral action (CIGPC). The simulations show that the controller proposed in the paper not only can eliminate the static deviation of the output but also maintain the system to have good control performance.

Key words: continuous-time domain; predictive control; mathematic model; integrator

本文作者简介

吕剑虹 1964年生,1985年毕业于南京工学院电厂热能动力专业,1990年获东南大学电厂热能动力及自动化专业博士学位。现任东南大学副教授,从事大型火电厂分散控制系统的开发和应用工作。

徐治皋 1945年生,1967年毕业于南京工学院电厂热能动力专业,1983年获南京工学院电厂热能动力及自动化专业工学硕士学位,1987年10月至1989年1月英国 Bradford 大学自动控制系访问学者,现任东南大学动力系副教授,从事电厂热工控制及多变量控制方面的教学科研工作。

陈来九 见本刊1993年第3期第355页。

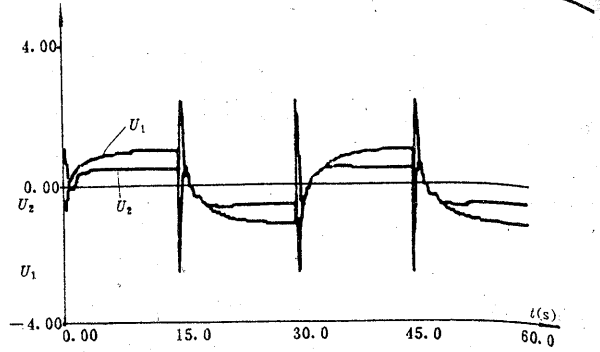


图 5 两种预测控制系统在设计模型与对象模型的增益不同时的动态响应