

# 高阶矩法辨识非最小相位系统

高 江 戴冠中

(西北工业大学自动控制系·西安, 710072)

**摘要:** 本文对八十年代发展起来的高阶矩方法作了分析和综述, 将其应用于输出已知条件下的系统辨识问题中. 借助高阶矩方法, 可以准确有效地辨识系统的相位, 从而克服了传统方法的弱点.

**关键词:** 系统辨识; 非最小相位; 高阶矩

## 1 概 论

高阶矩法是八十年代以来受到广泛重视的一个统计学概念. 以它为工具, 在信号处理和控制领域, 尤其是在谱估计和系统辨识等方面, 推出了一系列新的理论成果, 大大激发起人们对一些用传统方法难以解决问题的热情<sup>[1,2]</sup>. 在系统辨识方面, 高阶矩方法可有效地应用于系统输出已知的系统辨识问题中, 如时间序列分析和信号反卷积等. 本文的讨论将不局限于具体的应用, 而适用于一般系统辨识问题.

考虑由下列传递函数表示的 LTI 系统:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^q b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=0}^p a_i z^{-i}}, \quad q \leq p. \quad (1)$$

对此 ARMA 模型的辨识有许多经典的方法<sup>[3,4]</sup>, 这些方法大多是建立在二阶统计信息的基础上. 由于二阶谱反映的仅是系统频域振幅信息, 因此, 这些方法都无法正确辨识系统的相位, 在应用时需要附加最小相位的条件<sup>[5,6]</sup>. 这就使得传统辨识方法无论在应用范围还是在应用效果上都受到限制. 实际中的非最小相位系统见<sup>[6,7,8]</sup>.

在人们对非最小相位系统所进行的大量研究工作中, Lii 和 Rosenblatt 的文章<sup>[9]</sup>运用了高阶矩辨识系统的相位, 从而掀起了高阶矩辨识方法研究的热潮. 与同期出现的其它各类方法相比, 高阶矩法摆脱了繁琐、苛刻的约束条件, 具有广泛的适用性和巨大的发展潜力. 以 Mendel 和 Kormylo<sup>[10]</sup>的可辨识性条件为例, 它要求系统输入为非平稳、高斯白序列, 观测噪音为高斯白噪音, 条件局限性较大.

下面, 我们分三部分讨论高阶矩方法. 第二节给出高阶矩的数学定义、性质和一个基本定理. 第三节对高阶矩方法的发展现状作一般综述, 并从理论上分析了高阶矩方法和传统二阶统计信息方法的不同之处和它们各自的特点. 第四节是应用评价和展望.

## 2 数学定义

**定义<sup>[11]</sup>** 设  $X = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_k)$  为随机向量,  $V = \text{col}(v_1, v_2, \dots, v_k)$ , 则  $X$  的高阶矩定

义为如下发生函数的 Taylor 展开式中  $(v_1, v_2, \dots, v_k)$  项的系数:

$$K(V) = \ln E\{\exp(jV'X)\}. \quad (2)$$

记为  $\text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_k)$ .

最基本的二、三、四阶矩由下式计算:

$$\text{cum}(x_1, x_2) = E\{\tilde{x}_1\tilde{x}_2\}, \quad (3)$$

$$\text{cum}(x_1, x_2, x_3) = E\{\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{cum}(x_1, x_2, x_3, x_4) = & E\{\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4\} - E\{\tilde{x}_1\tilde{x}_2\}E\{\tilde{x}_3\tilde{x}_4\} \\ & - E\{\tilde{x}_1\tilde{x}_3\}E\{\tilde{x}_2\tilde{x}_4\} - E\{\tilde{x}_1\tilde{x}_4\}E\{\tilde{x}_2\tilde{x}_3\}. \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\tilde{x}_i = x_i - E\{x_i\}.$$

设  $\{x(t)\}$  为  $k$  阶平稳随机过程, 则  $\{x(t)\}$  的  $k$  阶矩  $C_{k,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1})$  定义为

$$C_{k,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = \text{cum}(x(t), x(t + \tau_1), \dots, x(t + \tau_{k-1})). \quad (6)$$

若  $\{x(t)\}$  为一非平稳随机过程, 其  $k$  阶矩记为  $C_{k,x}(t; \tau_1, \dots, \tau_{k-1})$ .

设  $C_{k,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1})$  绝对可和, 则  $\{x(t)\}$  的  $k$  阶谱定义为

$$S_{k,x}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{k-1}) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{\tau_{k-1}=-\infty}^{\infty} C_{k,x}(\tau_1, \dots, \tau_{k-1}) \exp[-j \sum_{i=1}^{k-1} \omega_i \tau_i]. \quad (7)$$

其中  $S_{3,x}(\omega_1, \omega_2)$  是熟知的双谱,  $S_{4,x}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  是三阶谱.

**性质** 高阶矩有下列重要性质:

p1) 若零均值随机过程  $\{x(t)\}$  满足高斯分布, 则

$$C_{k,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = 0, \quad k > 2. \quad (8a)$$

p2) 若  $k$  个随机变量  $\{x_i\}$  相互独立, 则有

$$\text{cum}(x_1, \dots, x_k) = 0. \quad (8b)$$

p3) 若随机变量  $\{x_i\}$  独立于随机变量  $\{y_i\}$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ , 则

$$\text{cum}(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_k + y_k) = \text{cum}(x_1, \dots, x_k) + \text{cum}(y_1, \dots, y_k). \quad (8c)$$

这些性质可由高阶矩的定义证明. 由性质 p1) 可见, 高阶矩的处理对象是非高斯信号, 高斯信息在阶矩中得不到反映, 这是高阶矩方法的特点之一.

**线性随机系统的高阶矩** 考虑如图 1 所示的线性非时变系统, 其中  $H(z)$  为系统传递函数.

设系统满足以下条件:

1) 系统  $H(z)$  是指数稳定的因果系统.

2)  $\{v(i)\}$  是独立, 同分布, 零均值的非高斯序列,

即满足(由 p2)):

$$C_{k,v}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = \begin{cases} \gamma_{k,v}, & \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_{k-1} = 0, \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (9)$$

3)  $n(k)$  是零均值高斯序列.

利用上述高阶矩的性质, 可得:

$$C_{k,z}(\tau_1, \dots, \tau_{k-1}) = \gamma_{k,v} \sum_{n=0}^{\infty} h(n)h(n + \tau_1) \dots h(n + \tau_{k-1}), \quad (10)$$

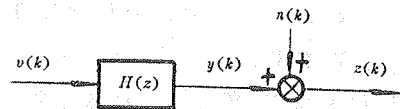


图 1 LTI 模型

$$S_{h,z}(\omega_1, \dots, \omega_{k-1}) = \gamma_{h,v} H(\omega_1) \cdots H(\omega_{k-1}) H(-\sum_{i=1}^{k-1} \omega_i). \quad (11)$$

并有下述定理:

**定理 1** 设 LTI 系统满足条件 1 和 2,  $H(1) \neq 0$ , 则系统传递函数  $H(z)$  的幅度和相位可由系统无噪输出数据的二阶频谱和一个  $k$  阶谱确定, 所得系统与原系统仅存在符号和线性相位的差别.

(10) 式、(11) 式和定理 1 是高阶矩应用于 LTI 系统辨识的基础. 定理 1 可作为高阶矩法辨识系统的基本定理, 首先由 Lii 和 Rosenblatt<sup>[9]</sup> 导出.

### 3 辨识理论和方法综述

**辨识理论** 定理 1 表明, 传统的二阶统计信息, 再辅之以某一个高阶谱, 便可同时获得系统幅度和相位信息. 我们在下面对此作进一步分析.

首先列出系统辨识中常用的基于二阶频谱的一组关系式:

$$r_z(k) = r_y(k) + r_n(k) = \sigma_v^2 \sum_{i=0}^{\infty} h(i)h(i+k) + \sigma_n^2 \delta(k), \quad (12)$$

$$S_2(\omega) = \sigma_v^2 |H(\omega)|^2 + \sigma_n^2. \quad (13)$$

其中  $r$  为相关符号,  $S_2$  代表功率谱.

在应用这组关系时, 通常假设系统满足以下条件:

1)  $H(z)$  是稳定的因果系统. 2) 输入  $v(k)$  是零均值高斯白噪, 方差为  $\sigma_v^2$ . 3) 观测噪声  $n(k)$  是零均值高斯白噪, 方差为  $\sigma_n^2$ .

观察 (13) 式, 可见, 功率谱中不包含系统的相位信息, 因此, 用传统的相关方法无法辨识系统的相位. 高阶谱 ((11) 式) 可以反映系统的相位信息.

比较式 (10), (11) 和式 (12), (13), 可以发现在高阶矩和高阶谱的表达式中没有观测噪声项出现 (由高阶矩的性质 p1), p3 推出), 这是高阶矩方法的重要优点之一, 即可以从高斯噪声中提取非高斯信号, 提高数据的信噪比.

上述系统辨识的条件 3) 要求  $n(k)$  为高斯白噪, 用高阶矩法则可扩宽为一般高斯信号; 条件 2) 可以放宽到上述定理 1 的条件 2), 只需将式 (12), (13) 中的  $\sigma_v^2$  换为  $\gamma_{2,v}$ . 这是我们可以综合应用二阶频谱和高阶矩方法辨识系统的理论依据. 在某些情况下, 条件 2) 还可进一步放宽<sup>[12]</sup>.

**辨识方法** 考虑系统 (1), 首先, 根据系统二阶频谱的关系式, 作 (12) 式的  $z$  变换:

$$S_2(z) = \gamma_{2,v} H(z)H(z^{-1}) + \gamma_{2,n}. \quad (14)$$

设无噪系统 ( $\gamma_{2,n} = 0$ ), 由定理 1 条件 1),  $H(z)$  的所有极点均在单位圆内. 易证: 若将  $H(z)$  的零点  $z_0$  换为  $1/z_0$ ,  $S_2(z)$  变为  $S_2'(z)$ , 则

$$S_2'(z) = cS_2(z),$$

$c$  为一常数. 设  $z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0q}$  为系统的零点, 则系统的可变参数为

$$\theta = (z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0q}, \gamma_{2,v}).$$

要保持同样的  $S_2(z)$ ,  $\theta$  可有至多  $2^q$  种变化. 更准确地, 设  $H(z)$  有  $n_o$  对非单位圆上的共轭复数零点,  $n_u$  个单位圆上的零点, 则  $\theta$  有  $2^{q-n_o-n_u}$  种选择.

由此可以得到下面的两步法:

Step 1 基于二阶统计信息, 辨识出最小相位系统(具有正确的幅度).

Step 2 利用高阶矩, 辨识出非最小相位系统(具有正确的幅度和相位).

两步法中的第一步现在有许多经典的方法. 第二步通常用某一指标进行决策, 如下列竞争准则:

$$J = \sum_{t_1=0}^L \sum_{t_2=0}^L \cdots \sum_{t_{k-1}=0}^L |C_{k,z}(t_1, \dots, t_{k-1} | \theta) - \hat{C}_{k,z}(t_1, t_2, \dots, t_{k-1})|^2. \quad (15)$$

其中  $C_{k,z}$  由所选择的系统参数  $\theta$  来计算,  $\hat{C}_{k,z}$  由观测数据集估计. 可证明, 若第一步对参数的估计是一致估计, 且  $L > 2q + 1$ , 则所得系统的参数估计是一致估计<sup>[13]</sup>.

这种方法常称为穷举法.

一种相似的辨识系统相位的方法是采用类似(15)式的指标函数, 对系统参数进行优化. 可以期望, 这种方法在一般情况下能够进一步提高系统辨识的精度<sup>[14]</sup>.

近年来, 应用式(10)~(13)和高阶矩的性质, 得到了一系列重要关系, 为应用代数的方法解决系统相位问题创造了条件. 下面列举几种有代表性的方法.

Giannakis<sup>[15]</sup>首先推得应用三阶矩计算 LTI 系统冲击响应的公式推广到一般情况, 对  $m$  阶矩, 其表达式是

$$h(t) = \frac{C_{k,z}(q, t, 0, \dots, 0)}{C_{k,z}(q, 0, 0, \dots, 0)}, \quad t = 0, 1, 2, \dots, q. \quad (16)$$

式中  $q$  为所取的冲击响应序列的长度.

这一公式使我们可通过算术运算, 直接求得系统的脉冲响应.

Giannakis 等还推导出一系列便于使用代数方法求解的关系式, 如 Giannakis 和 Mendel<sup>[12]</sup>根据下列关系求解系统响应

$$H_2(z)S_2'(z) = \frac{\gamma_{2,v}}{\gamma_{3,v}} H(z)C_{3,z}(z). \quad (17)$$

其中  $H(z)$  定义同前,

$$H_2(z) = H(z) * H(z) = \sum_{m=0}^{\infty} h^2(m)z^m, \quad (18)$$

$$C_{3,z}(m) \triangleq C_{3,z}(m, m), \quad (19)$$

$$C_{3,z}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{3,z}(m)z^{-m}, \quad (20)$$

$$S_2'(z) = \gamma_{2,v} H(z)H(z^{-1}). \quad (21)$$

这一关系可简要证明如下:

$$\text{由于 } C_{3,z}(z) = Z\{\gamma_{3,v} \sum_{n=0}^{\infty} h(n)h^2(n+m)\} = \gamma_{3,v} H(z^{-1})H_2(z),$$

综合(21)式得到需要的结论.

式(17)的时域形式为:

$$r(m) + \sum_{k=1}^q h^2(k)r(m-k) = \varepsilon [c(m) + \sum_{k=1}^q h(k)c(m-k)]. \quad (22)$$

式中  $h(0) = 1$ ,  $\varepsilon = \gamma_{2,v} / \gamma_{3,v}$ ,  $q$  为所取脉冲响应序列的长度. 将(22)式展开, 得到下列方程组(令  $m = -q, \dots, 0, \dots, q$ ):

$$\begin{bmatrix} c(-q) & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c(-q+1) & c(-q) & \cdots & 0 & -r(q) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ c(q) & c(q-1) & \cdots & c(0) & -r(q-1) & \cdots & -r(0) \\ 0 & c(q) & \cdots & c(1) & -r(q) & \cdots & -r(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c(q) & 0 & \cdots & -r(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ eh(1) \\ \vdots \\ eh(q) \\ h^2(1) \\ \vdots \\ h^2(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(q) \\ r(q-1) \\ \vdots \\ r(q) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

方程中,  $c(m), r(m)$  可由观测数据进行估计:

$$\hat{r}(m) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{n=0}^{N-m} z(n)z(n+m), \quad m = 0, 1, \dots, q. \quad (24)$$

$$\hat{c}(m) = \frac{\sum_{n=\max(0, -m)}^{\min(N, N-m)} y(n)y^2(n+m)}{\min(N, N-m) - \max(0, -m)}, \quad m = -q, \dots, 0, \dots, q. \quad (25)$$

这是一个超定方程组, 我们可以它的最小二乘解作为系统参数的最佳估计.

将(12)式展开, 并设  $\gamma_{2,n} = 0, q$  为所取脉冲响应序列的长度, 得到(26)式:

$$r(m) = \gamma_{2,v} \sum_{i=\max(0, -m)}^{\min(q, q-m)} h(i)h(i+m), \quad m = -q, \dots, 0, \dots, q. \quad (26)$$

将(23)式与(26)式联立, 也可确定系统脉冲响应.

以上我们分析了应用高阶矩法辨识一般相位系统的四类方法, 并从理论上对高阶矩法辨识系统相位的原理作了粗略的分析. 从辨识方法看, 目前对高阶矩法的研究主要采取两个途径. 一是将高阶矩与传统方法结合, 在传统方法的基础上, 用高阶矩进一步优化或决策; 二是导出与传统的二阶统计信息法相平行的一系列关系, 以此为基础, 利用高阶矩特有的性质, 直接辨识系统相位.

到目前为止, 已有多种高阶矩方法出现. 本文所讨论的是其中比较有代表性的四类方法, 在此基础上, 可以发展出辨识 AR, MA, ARMA 等具体模型的各种方法. 可以预料, 随着高阶矩理论研究的不断深入, 具有优越特性的新算法将不断出现.

在实际应用中, 系统结构的辨识和抗噪能力的分析是必须考虑的问题. 在抗噪方面, 高阶矩代数法具有特殊的优越性. 限于篇幅, 本文这方面的讨论从略<sup>[16]</sup>.

#### 4 应用展望

目前, 高阶矩的理论和研究方法研究已进行得较深入. 高阶矩方法已成功地应用于最优地震反卷积研究中, 取得了好的效果. 从总体上讲, 高阶矩方法的应用实例尚不多见, 还主要停留在实验室仿真阶段, 这反映出高阶矩方法的不完善, 或者说有一些固有的弱点, 主要归纳为以下几方面:

1) 高阶矩法受噪音干扰大. 由于高阶矩的计算累计误差大, 不易保证估计精度, 因此, 较二阶方法要求数据窗口更长.

2) 仿真结果表明, 高阶矩法的辨识结果, 较强依赖于系统的结构参数. 在使用高阶矩法之前, 对系统结构参数应有较精确的估计.

3) 高阶矩法对算法数值稳定性要求高.

系统辨识的高阶矩法是一种出现不久的新方法,较通常的低阶统计信息法,复杂度提高了,人们对它的认识和研究,特别在应用方面,有待于进一步深入.相信一个应用高阶矩方法的热潮已为时不远.

## 5 结 语

本文对一种很有希望的信号处理和系统分析方法——高阶矩法在系统辨识中的应用作了概述,着重讨论了高阶矩的数学定义和辨识系统相位的原理,对目前几类基本方法和存在的一些实际问题作了一般综述.

在系统辨识问题中,系统的精确辨识由可辨识条件保证.在高阶矩方法出现之前,人们为澄清相位模糊问题做了大量的工作,对系统和输入施加了种种苛刻的限制条件,处于举步维艰之中.高阶矩方法的出现向人们展示了一条新的途径,赋予人们新的手段和工具.

从理论上讲,Wold分解提供了辨识系统的基础,建立在此基础上的二阶统计信息法是一种简单的方法.二阶方法的局限性使人们求助于高阶矩这种更加精确的实现方法.对实际问题而言,只有对象的统计分布获得了完全的了解,才算对系统有了精确的认识.由上述可见,人们所走的是一条逐渐逼近的道路.

高阶矩方法以其重要的理论意义和宽广的发展前景受到人们的广泛注意.1987年,召开了“高阶谱分析”专题会议;IEEE Trans. Automatic Control 1990年第一期刊登了包括五篇论文的专题;IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing 1990年还发了一期高阶矩法的专刊.我们以 Mendel<sup>[1]</sup>中的一句话作为本文的结语:“当你为难以着手的问题而犯愁的时候,请不要忘记,你还有高阶矩!”

## 参 考 文 献

- [1] Mendel, J. M. . Tutorial on Higher-Order Statistics(Spectra) in Signal Processing and System Theory; Theoretical Results and Some Applications. Proc. IEEE, 1991, 79:278—305
- [2] Nikias, C. L. and Raguvver, M. . Bispectrum Estimation; A Digital Signal Processing Framework. Proc. IEEE, 1987, 75:869—891
- [3] Eykhoff, P. . System Identification. New York; Wiley, 1974
- [4] Ljung, L. and Söderström, T. . Theory and Practice of Recursive Identification. Mass. ;MIT Press, 1983
- [5] Åström, K. J. and Söderström, T. . Uniqueness of the Maximum Likelihood Estimates of the Parameters of an ARMA Model. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1974, AC-19:769—774
- [6] Mendel, J. M. . Optimal Seismic Deconvolution; An Estimation based Approach. New York; Academic Press, 1983
- [7] Åström, K. J. , Hagander, P. and Sternby, J. . Zeros of Sampled Systems. Automatica, 1984, 20:31—38
- [8] Scargle, J. D. . Absolute Value Optimization to Estimate Phase Properties of Stochastic Time Series. IEEE Trans. Inform. Theory, 1977, IT-23:140—143
- [9] Lii, K. S. and Rosenblatt, M. . Deconvolution and Estimation of Transfer Function Phase and Coefficients for Non-Gaussian Linear Processes. Ann. Statist. , 1982, 10:1195—1208
- [10] Kormylo, J. J. and Mendel, J. M. . Identifiability of Nonminimum Phase Linear Stochastic Systems. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1983, AC-28:1081—1090
- [11] Priestley, M. B. . Spectral Analysis and Time Series. London; Academic Press, 1981
- [12] Giannakis, G. B. and Mendel, J. M. . Identification of Non-Minimum Phase Systems Using Higher-Order Statistics. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, 1989, ASSP-37:360—377

- [13] Tugnait, J.. Identification of Non-Minimum Phase Linear Stochastic Systems. Automatica, 1986, 22, 454—464
- [14] Tugnait, J.. Identification of Linear Stochastic Systems via Second and Fourth Order Cumulant Matching. IEEE Trans. Inform. Theory, 1987, IT-33, 393—407
- [15] Giannakis, G. B.. Cumulants, A Powerful Tool in Signal Processing. Proc. IEEE, 1987, 75, 1333—1334
- [16] Porat, B. and Friedlander, B.. Performance Analysis of Parameter Estimation Algorithms Based on High-Order Moments. Int. J. Adaptive Control and Signal Processing, 1989, 3, 191—229

## Identification of Non-Minimum Phase Systems by Cumulants

GAO Jiang and DAI Guanzhong

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University · Xi'an, 710072, PRC)

**Abstract:** In this paper, we analyse and review the cumulant methods, which are developed in recent years, and apply it to the system identification problems with only output known. By means of higher-order cumulants, we can resolve the phase problem, which is a main drawback of all the traditional methods in the area.

**Key words:** system identification; non-minimum phase; cumulant

### 本文作者简介

**高江** 1969年生, 1990年毕业于西安交通大学信息与控制工程系, 现为西北工业大学博士生. 目前研究兴趣为信号处理技术在控制中的应用, 鲁棒控制, 非线性与智能控制理论.

**戴冠中** 1937年生, 教授, 自动控制理论及应用学科博士生导师, 西北工业大学校长, 航空航天工业部科学技术研究院西北工业大学分院副院长. 目前研究领域为大系统理论, 估计理论在石油勘探、飞行器中的应用, 飞行器的并行仿真, 神经网络与神经网络计算机, 工业智能控制系统研究, 复杂系统仿真技术研究, 容错控制系统研究等.

## 关肇直奖条例

一、关肇直教授是中国科学院学部委员, 国内外知名的数学家和控制理论专家. 他一生致力于数学和控制科学的研究和发展, 作出了重要的贡献. 为了缅怀和纪念关肇直教授, 推动我国控制科学的发展, 特设立关肇直奖.

二、关肇直奖基金由国内外单位和个人捐赠, 由关肇直奖基金委员会管理.

三、关肇直奖的授奖对象为年龄不超过 35 周岁的青年作者 (包括合作者) 在中国自动化学会控制理论专业委员会举办的“控制理论及其应用”学术年会上宣读的论文. 关肇直奖每年评定一次, 每次获奖名额不多于两名, 每名获奖者除授予奖状外, 颁发奖金壹仟元.

四、凡申请关肇直奖的论文, 要在投稿时注明, 交论文一式九份, 并附工作证 (或学生证) 和身份证复印件, 及至少一份同行教授级专家推荐意见. 请奖论文需经会议审稿通过, 然后交评奖委员会委员作书面评审, 定出候选论文. 最后, 在年会期间由评奖委员会根据论文质量及宣读水平, 定出获奖者, 在会议闭幕式上宣布结果并授奖.

五、评奖委员会每年由关肇直奖基金委员会聘请国内知名控制理论及应用专家组成.

六、关肇直奖基金委员会设正主任一人, 副主任若干人. 基金委员会负责基金的筹集和管理, 组织论文的评奖与颁发, 以及决定其它有关事项. 具体工作委托中国自动化学会控制理论专业委员会办理.

七、本条例的解释权和修改权属于关肇直奖基金委员会.