第 11 卷第 1 期
1994 年 2 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 11, No. 1
Feb., 1994

过程导数估计新方法及其强一致性分析*

黄正良　万百五　韩崇昭
(西安交通大学系统工程研究所, 710049)

摘要: 众所周知, 在稳态优化控制算法中, 过程导数起着重要的作用, 如何利用优化过程中设定点正常变化信号来估计过程导数是一项具有重要实际意义的工作. 本文提出了一种新的辨识方法, 该方法十分简单, 应用条件较弱, 且能获得过程导数的强一致性估计. 本文还研究了估计残差的渐近分布, 数字仿真结果说明了该辨识方法的有效性与实用性.

关键词: 稳态优化控制; 过程导数; 辨识

1 引　言

众所周知, 为了确定工业过程的最优稳态工作点, 关键在于确定其过程导数值(即过程的稳态输出对设定点的变化率). 如果过程噪声水平较低(可以看成是确定性系统), 可以使用摄动技术获取过程导数值[1], 在估计过程导数时还可以利用简单的滤波技术[2]. 尽管这样能获取较为满意的过程导数估计值, 但设定点的变化增长了优化周期, 且过多地干扰了正常的生产过程. 其实, 对于一般的工业过程是很难维持唯一的稳态响应值, 相反, 在一定的条件下, 其过程的稳态输出是一个平稳随机过程[3]. 此时, 摄动技术已不再适用. 从而动态辨识技术被用来估计过程导数, 这些辨识技术往往涉及到繁冗的计算[3], 且难以获得过程导数的一致性估计.

如何利用优化过程中设定点正常阶跃变化信号来获取过程导数是一件具有实际意义的工作. 陈庆新博士和万百五教授在这方面做了重要的工作[4]. 本文将给出一种新的估计方式, 该方法十分简洁, 证明十分严谨, 应用条件较弱, 但仍能取得过程导数的一致性估计.

2 定常线性系统过程导数的强一致性估计

考虑由以下 ARMA 模型描述的 SISO 定常线性控制系统

$$y(k)+\sum_{i=1}^{n}a_i y(k-i)=\sum_{j=0}^{m}u(k-d-j)+v(k),\quad k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots. \tag{1}$$

这里 $y(k)$, $u(k)$ 与 $v(k)$ 分别是过程的输出、输入与噪声; n 为输出的阶次; m 为输入的阶次; d 是系统的延时. $u(k)$ (设定值)是一确定性信号; $y(k)$ 和 $v(k)$ 是定义于某概率空间 $(\Omega,\mathscr{F},P)$ 取值于 (R^1,B^1) 上的随机过程, 这里 B^1 是一维 Borel 域. 在一定的条件下, 该系统具有稳态输入-输出关系: $y=\sum_{j=0}^{m}b_j/(1+\sum_{i=1}^{n}a_i)u$. 其过程导数为 $\mathrm{d}y/\mathrm{d}u=\sum_{j=0}^{m}b_j/(1+$

---

* 高等学校博士学科点专项科研基金资助课题.

本文于1992年5月22日收到.

$\sum_{i=1}^{n} a_i)$. 为了获取其过程导数的估计值，作如下假设：

假设 1　$u(k)=\sigma,\ k\geqslant k_0$（$k_0$ 为任选的整数，$\sigma\neq 0$），且存在 $M_1>0$ 使 $\|u(k)\|\leqslant M_1$，$\forall\ k$.

假设 2　$Ev(k)=0$，且存在 $M_2>0$ 使 $Ev^2(k)<M_2,\forall\ k$，并有 $\lim\limits_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v(k)=0$(a. s.).

假设 3　存在 $M_3>0$，使 $\overline{\lim\limits_{k\to-\infty}}\ E|y(k)|^2\leqslant M_3$.

假设 4　$z^n+\sum_{i=1}^{n}a_i z^{n-i}=0$ 之根严格位于单位园内.

记 $x(k)\triangleq\sum_{j=0}^{m}b_j u(k-d-j)+v(k)$，当 $k\geqslant k^*\triangleq d+m+k_0$ 时，有 $x(k)=\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma+v(k)$. 由假设 2 知存在 $M_4>0$ 使 $Ex^2(k)\leqslant M_4$，　$\forall\ k$. 再记

$$Y(k)\triangleq(y(k),\cdots,y(k-n+1))^{\mathrm{T}},$$
$$W(k)\triangleq(x(k),0,\cdots,0)^{\mathrm{T}},$$
$$A\triangleq\begin{bmatrix}-a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0\end{bmatrix}.$$

则(1)式等价于下列差分方程

$$Y(k+1)=AY(k)+W(k+1),\tag{2}$$

由假设 4 知：矩阵 A 的谱半径 $\rho(A)<1$，于是存在 $\tilde{\varepsilon}>0$ 使 $\delta\triangleq\tilde{\varepsilon}+\rho(A)<1$. 依据文[5]定理 5.6.3 知：存在一相容矩阵范数 $\|\cdot\|_*$ 使得 $\|A\|_*<\rho(A)+\tilde{\varepsilon}$，又由文[5]定理 5.5.1 知：存在向量范数 $\|\cdot\|^*$ 使得 $\|\cdot\|_*$ 与 $\|\cdot\|^*$ 是相容的，即有

$$\|Ax\|^*\leqslant\|A\|_*\|x\|^*,\quad\forall\ x\in\mathrm{R}^n.\tag{3}$$

由(2)知

$$\begin{aligned}\|Y(k+1)\|^*&\leqslant\|A\|_*\|Y(k)\|^*+\|W(k+1)\|^*\\&\leqslant\delta\|Y(k)\|^*+\|W(k+1)\|^*.\end{aligned}\tag{4}$$

用 $\|\cdot\|_1$ 表示范数 $\|x\|_1\triangleq\sum_{i=1}^{n}|x_i|$，由文[5]定理 5.1.7 知：存在 $\alpha\geqslant\beta>0$ 使 $\beta\|x\|^*\leqslant\|x\|_1\leqslant\alpha\|x\|^*,\forall\ x\in\mathrm{R}^n$，于是得

$$\|Y(k+1)\|^*\leqslant\sum_{s=0}^{\infty}\|W(k+1-s)\|^*\delta^s\leqslant\sum_{s=0}^{\infty}\delta^s\frac{1}{\beta}|x(k+1-s)|.\tag{5}$$

所以有

$$\begin{aligned}Ey^2(k+1)&\leqslant E[\|Y(k+1)\|_1]^2\\&\leqslant\alpha^2E[\|Y(k+1)\|^*]^2\\&\leqslant\left(\frac{\alpha}{\beta(1-\delta)}\right)^2M_4.\end{aligned}\tag{6}$$

从而可知 $\{y(k)\}$ 是一个二阶矩过程，且二阶矩一致有界. 依文[6]知：存在 $\{c_\tau\}$ 使得

$$y(k)=\sum_{\tau=0}^{\infty}c_{\tau}x(k-\tau). \tag{7}$$

这里$\sum_{\tau=1}^{\infty}|c_{\tau}|<\infty$，$\sum_{\tau=0}^{\infty}c_{\tau}x(k-\tau)$在均方意义下收敛.

显然又有

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\sum_{\tau=0}^{\infty}c_{\tau}x(k-\tau)=\sum_{\tau=0}^{\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}c_{\tau}x(k-\tau). \tag{8}$$

假设 5 $\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v(k-\tau)$几乎处处关于$\tau$一致有界，即存在$A\subset\Omega(\rho(A)=0)$使得$\forall\ \omega\in\Omega-A$. 存在$M_5$使$\left|\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v(k-\tau)\right|\leqslant M_5$.

在上述假设之下，$\forall\ \omega\in\Omega-A$，存在$M_6$，$N_1$使得当$N\geqslant N_1$时有$\left|\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v(k-\tau)-\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\right|\leqslant M_6$. 从而可选择$N_2\geqslant N_1$，使得$\sum_{\tau=N_2}^{\infty}|c_{\tau}|M_6<\varepsilon$. 选择$N_3>N_2$使得当$N>N_3$，$0\leqslant\tau\leqslant N_2$时有$\left|\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x(k-\tau)-\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\right|\leqslant\varepsilon$. 于是$\forall\ \varepsilon>0$，存在$N_3$使得当$N\geqslant N_3$时有

$$\begin{aligned}&\left|\sum_{\tau=0}^{\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}c_{\tau}x(k-\tau)-\sum_{\tau=0}^{\infty}c_{\tau}\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\right|\\ \leqslant&\left|\sum_{\tau=0}^{N_{\tau}}c_{\tau}\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x(k-\tau)-\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\right]\right|+\left|\sum_{\tau=N_2}^{\infty}|c_{\tau}|\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x(k-\tau)-\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\right]\right|\\ \leqslant&\sum_{\tau=0}^{\infty}|c_{\tau}|\varepsilon+\varepsilon,\end{aligned} \tag{9}$$

所以

$$\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)=\sum_{\tau=0}^{\infty}c_{\tau}\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma,\quad (\text{a.s.}) \tag{10}$$

由(1)式又可得

$$\begin{aligned}\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)&=\lim_{N\to+\infty}Ey(k)\quad(\text{a.s.})\\&=\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma/(1+\sum_{i=0}^{n}a_i),\end{aligned} \tag{11}$$

所以有

$$\begin{aligned}\lim_{k\to+\infty}\frac{1}{\sigma}Ey(k)&=\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{\sigma N}\sum_{k=1}^{N}y(k)\quad(\text{a.s.})\\&=\sum_{j=0}^{m}b_j/(1+\sum_{i=0}^{n}a_i),\quad(\text{a.s.})\end{aligned} \tag{12}$$

$$\sum_{\tau=0}^{\infty}c_{\tau}=1/(1+\sum_{i=0}^{n}a_i). \tag{13}$$

定理 1 若假设 1～5 成立，则用$\frac{1}{\sigma N}\sum_{k=1}^{N}y(k)$来估计过程导数具有强一致性.

假设 6 $\{v(k)\}$是宽平稳序列，且协方差具有各态遍历性.

$$Ev(k)v(k+t)=R_v(k,k+t)=B(t),\quad \forall\, t\geqslant 0, \tag{14}$$

$$\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}v(k)v(k+t)=B(t),\quad (\text{a.s.})\quad t\geqslant 0. \tag{15}$$

以下将证明：$\forall\, t\geqslant 0$ 有

$$\lim_{N\to+\infty}R_y(k,k+t)=\sum_{\tau=0}^{\infty}\sum_{s=0}^{\infty}c_\tau c_s\Big[\Big(\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\Big)^2+B(t-s+\tau)\Big], \tag{16}$$

$$\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)y(k+t)=\lim_{N\to+\infty}R_y(k,k+t),\quad (\text{a.s.}) \tag{17}$$

事实上，$\forall\, \varepsilon>0$，$\forall\, \omega\in\Omega-A$，存在 N_1 使得 $\sum_{\tau=N_1}^{\infty}\sum_{s=N_1}^{\infty}|c_\tau c_s|M_4\leqslant\varepsilon$，当 $k\geqslant k^*+N_1$，$0\leqslant\tau\leqslant N_1$，$0\leqslant s\leqslant N_2$ 时有 $R_x(k-\tau,k+t-s)=(\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma)^2+B(t-s+\tau)$. 所以

$$\begin{aligned}&\Big|R_y(k,k+t)-\sum_{\tau=0}^{\infty}\sum_{s=0}^{\infty}c_\tau c_s\Big[\Big(\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\Big)^2+B(t-s+\tau)\Big]\Big|\\ \leqslant&\Big|\sum_{\tau=0}^{\infty}\sum_{s=0}^{\infty}c_\tau c_s\Big[Ex(k-\tau)x(k+t-s)-\Big(\Big(\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma\Big)^2+B(t-s+\tau)\Big)\Big]\Big|\\ &+2\sum_{\tau=N_1}^{\infty}\sum_{s=N_1}^{\infty}|c_\tau c_s|M_4<2\varepsilon.\end{aligned} \tag{18}$$

即(16)式成立，同理可证(17)式. 于是可得如下定理.

定理 2 若假设 1～6 成立，则系统的输出 $\{y(k)\}$ 是一个渐近平稳过程，且均值与协方差具有各态遍历性.

注 1 若将假设 6 中的宽平稳条件改为渐近平稳条件，则定理 2 也成立.

3 渐近定常线性系统过程导数的强一致性估计

考虑具有如下形式的 SISO 渐近定常系统

$$\bar{y}(k)+\sum_{i=1}^{n}a_i(k)\bar{y}(k-i)=\sum_{j=0}^{m}b_j(k)u(k-d-j)+v(k). \tag{19}$$

假设 7 存在 M_6 使得 $|a_i(k)|\leqslant M_6$，$|b_j(k)|\leqslant M_6$.

$$\lim_{k\to+\infty}a_i(k)=a_i,\quad i\in\overline{1,n}, \tag{20}$$

$$\lim_{k\to+\infty}b_j(k)=b_j,\quad j\in\overline{0,m}. \tag{21}$$

若记

$$\overline{Y}(k)\triangleq(\bar{y}(k),\cdots,\bar{y}(k-n+1))^{\mathrm{T}},$$

$$\overline{W}(k)\triangleq(\bar{x}(k),0,\cdots,0)^{\mathrm{T}},$$

$$A(k)\triangleq\begin{bmatrix}-a_1(k) & \cdots & -a_{n-1}(k) & -a_n(k)\\ 1 & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots\\ 0 & \cdots & 1 & 0\end{bmatrix}.$$

这里 $\bar{x}(k)\triangleq\sum_{j=0}^{m}b_ju(k-d+j)+v(k)$. 则(19)式等价于下式

$$\overline{Y}(k+1)=A(k)\overline{Y}(k)+\overline{W}(k+1). \tag{22}$$

因 $\|A\|_*\leqslant\delta<1$, $\lim\limits_{k\to+\infty}\|A(k)\|_*=\|A\|_*$，从而存在 k_1 使得 $k\geqslant k_1$ 有 $\|A(k)\|_*\leqslant\delta+\varepsilon^*<1(\varepsilon^*>0)$.

假设 8 存在 k_2, M_7 使得 $E\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k_2)\overline{Y}(k_2)\leqslant M_7$.

$\forall\ \varepsilon>0$ 存在 $k_3>0$ 使得 $k\geqslant k_3$ 时有 $\|A-A(k)\|_*\leqslant\varepsilon$, $\|W(k+1)-\overline{W}(k+1)\|^*\leqslant\varepsilon$. 选择 $k_4\triangleq k_3+k_2+k_1+k^*$，依假设 8 知存在 M_8 使得 $E\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k_4)\overline{Y}(k_4)\leqslant M_8$. 所以 $\forall\ p>0$ 有

$$\begin{aligned}&\|\overline{Y}(k_4+p)-\overline{Y}(k_4+p)\|^*\\ &\leqslant\delta_1\|\overline{Y}(k_4+p-1)-Y(k_4+p-1)\|^*+\varepsilon+\varepsilon\|Y(k_4+p-1)\|^*\\ &\leqslant\sum_{i=0}^{p-1}\delta_1^i\varepsilon[1+\|\overline{Y}(k_4+p-i+1)\|^*+\delta_1^p\|\overline{Y}(k_4)-Y(k_4)\|^*.\end{aligned} \tag{23}$$

所以
$$\lim_{k\to+\infty}E[\bar{y}(k_4+p)-Y(k_4+p)]^2=0, \tag{24}$$

即
$$\lim_{k\to+\infty}\bar{y}(k)=\lim_{k\to+\infty}y(k)\ (\text{均方意义下}). \tag{25}$$

从而知存在 M_9 使 $E\bar{y}^2(k)\leqslant M_9$. 由此可得

$$\begin{aligned}\lim_{p\to+\infty}\frac{1}{N}[\bar{y}(1)+\cdots+\bar{y}(N)]&=\lim_{p\to+\infty}\frac{1}{N}[y(1)+\cdots+y(N)]\quad(\text{均方})\\ &=\lim_{p\to+\infty}Ey(N)\quad(\text{a.s.})\\ &=\lim_{p\to+\infty}E\bar{y}(N).\end{aligned} \tag{26}$$

我们还可以得到

$$\begin{aligned}&\lim_{k\to+\infty}R_{\bar{y}}(k,k+t)=\lim_{k\to+\infty}R_y(k,k+t),\\ &\lim_{k\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\bar{y}(k)\bar{y}(k+t)=\lim_{k\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)y(k+t)\quad(\text{均方})\\ &\qquad=\lim_{k\to+\infty}R_{\bar{y}}(k,k+t).\end{aligned} \tag{27}$$

定理 5 若假设 1～8 成立，则系统(19)的输出 $\bar{y}(k)$ 是一个渐近平稳过程，且均值和协方差具有各态遍历性；采用 $\frac{1}{\sigma N}\sum\limits_{k=1}^{N}\bar{y}(k)$ 估计过程导数具有强一致性.

注 2 如果假设 $\lim\limits_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N}\bar{y}(k)=a$ (a.s.)则有

$$\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{\sigma N}\sum_{k=1}^{N}\bar{y}(k)=\sum_{j=0}^{m}b_j/(1+\sum_{i=1}^{n}a_i).\quad(\text{a.s.}) \tag{28}$$

注 3 如果假设噪声序列一致有界，则(28)成立.

注 4 若系统具有如下形式

$$\bar{y}(k)+\sum_{i=1}^{n}a_i(k)\bar{y}(k-i)=\sum_{j=0}^{m}b_j(k)u(k-d-j)+b+v(k). \tag{29}$$

则有

$$\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{y}(k)=(\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma+b)/(1+\sum_{i=1}^{n}a_i).\quad(\text{a.s.}) \tag{30}$$

利用前后两次设定点阶跃，就可以获得过程导数的强一致性估计

$$(\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\bar{y}_2(k)-\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\bar{y}_1(k))/(\sigma_2-\sigma_1)=\sum_{j=0}^{m}b_j/(1+\sum_{i=1}^{n}a_i).\quad (\text{a.s.})\tag{31}$$

这里$\{\bar{y}_i(k)\}$表示第i个过程的采样数据$(i=1,2)$.

4 过程导数估计的渐近分布

记$\eta(N)\triangleq\sqrt{N}[\frac{1}{\sigma N}\sum_{k=1}^{N}y(k)-\sum_{j=0}^{m}b_j/(1+\sum_{i=1}^{n}a_i)]$,则有

$$\eta(N)=\sum_{\tau=0}^{\infty}c_\tau(\sum_{k=1}^{N}x(k-\tau)-N\sum_{j=0}^{m}b_j\sigma)/\sqrt{N}\sigma.\tag{32}$$

假设 9 $\{v(k)\}$相互独立,$Ev^2(k)=\varphi^2$,并且$\frac{1}{\sqrt{N}}[v(1-2)+\cdots+v(N-\tau)]$关于$\tau$几乎处处一致有界.

在上述假设下,有

$$\begin{aligned}\lim_{N\to+\infty}\eta(N)&=\lim_{N\to+\infty}\sum_{\tau=0}^{\infty}c_\tau\sum_{k=1}^{N}v(k-\tau)/\sqrt{N}\varphi\quad(\text{a.s.})\\&=\sum_{\tau=0}^{\infty}\frac{c_\tau}{\sigma}\varphi\lim_{N\to+\infty}\sum_{k=1}^{N}v(k-\tau)/\sqrt{N}\varphi\quad(\text{W})\\&=\sum_{\tau=0}^{\infty}\frac{c_\tau}{\sigma}\varphi\xi(\tau).\quad(\text{W})\end{aligned}\tag{33}$$

这里$\xi(\tau)\sim N(0,1)$且$\{\xi(\tau)\}$是相互独立序列[6].(W)表示依分布收敛.又$\sum_{\tau=0}^{\infty}\frac{c_\tau}{\sigma}\varphi\xi(\tau)$是均方收敛的,由文[6]定理1(P.140)知$\sum_{\tau=0}^{\infty}\frac{c_\tau}{\sigma}\varphi\xi(\tau)$是正态分布,即

$$\lim_{N\to+\infty}\eta(N)\sim N\left[0,\left(\frac{\varphi}{\sigma(1+\sum_{i=1}^{n}a_i)}\right)^2\right].\tag{34}$$

定理 4 若假设1~6及9成立,则(34)式成立.

注 5 对于渐近定常系统,由于$\bar{y}(k)$均方收敛于$y(k)$,所以有

$$\lim_{N\to+\infty}\sqrt{N}\left[\sum_{k=1}^{N}\bar{y}(k)-\frac{\sum_{j=0}^{m}b_j}{1+\sum_{i=1}^{n}a_i}\right]\sim N\left[0,\left(\frac{\varphi}{\sigma(1+\sum_{i=1}^{n}a_i)}\right)^2\right].\tag{35}$$

5 过程导数估计在随机稳态优化控制中的应用

考虑具有如下形式的随机稳态优化控制问题

$$\min_{u}\lim_{N\to+\infty}E[a(y(k)-y_d)^2+b(u-u_d)^2].\tag{36}$$

其中a,b,y_d和u_d是常数,$y(k)$由(1)式确定,u是$u(k)$的稳态值,依(13)及(16)式可得到关系

$$Q(u)\triangleq\lim_{N\to+\infty}E[a(y(k)-y_d)^2+b(u-u_d)^2],\tag{37}$$

$$\frac{\mathrm{d}Q(u)}{\mathrm{d}u}=2a(\lambda^*)^2u+2b(u-u_d)-2ay_d\lambda^*.\tag{38}$$

因而优化控制(36)的解为

$$u^* = (bu_d + ay_d\lambda^*)/(a(\lambda^*)^2 + b). \tag{39}$$

这里 $\lambda^* = \sum_{j=0}^{m} b_j/(1+\sum_{i=1}^{n} a_i)$ 是过程导数真值，我们无法获得 λ^*，只能得到估计值 $\lambda_N^k = \frac{1}{N}\sum_{i=k}^{k+N} y(k)$，从而得到次优解 $u_N^k = (bu_d + ay_d\lambda_N^k)/(a(\lambda_N^k)^2+b)$.

为了验证定理1和4，研究如下数字仿真

$$y(k) + 1.42y(k-1) + 0.61y(k-2) = u(k) + 0.57u(k-1) + 0.29u(k-2) + v(k),$$
$$v(k) = d_1e(k) + d_2e(k-1) + d_3e(k-3).$$

其中 $\{e(k)\}$ 是零均值白噪声过程，$Ee^2(k)=0.5142$，初始条件为 $y(-1)=0.5$，$y(0)=2$，$u(-1)=2.5$，$u(0)=3.4$. 再取 $y_d=0$，$u_d=1$，$a=1$，$b=1$. 过程导数真值为 $\lambda^*=0.613861$，最优解 $u^*=0.726308$，仿真结果见1和表2.

表1 例1的仿真结果

		$d_1=0.2$ $d_2=0.3$ $d_3=0.51$		$d_1=0.7$ $d_2=0.4$ $d_3=0.8$	
		$\sigma=2$		$\sigma=5$	
		λ_N^k	u_N^k	λ_N^k	u_N^k
$N=500$	$k=1$	0.611215	0.728022	0.604128	0.732616
	$k=100$	0.613321	0.726723	0.613129	0.726782
$N=700$	$k=1$	0.614119	0.726141	0.614208	0.726083
	$k=100$	0.617554	0.726585	0.613628	0.726459
$N=900$	$k=1$	0.613217	0.726725	0.613412	0.726599
	$k=100$	0.613535	0.726519	0.613514	0.726533

表2 例1的仿真结果

		$d_1=1$ $d_2=d_3=0$		$d_1=2$ $d_2=d_3=0$		$d_1=3$ $d_2=d_3=0$	
		$\sigma=2$		$\sigma=10$		$\sigma=20$	
		λ_N^k	u_N^k	λ_N^k	u_N^k	λ_N^k	u_N^k
$N=500$	$k=100$	0.621201	0.721557	0.615201	0.725441	0.614092	0.726159
	$k=200$	0.613412	0.726599	0.613514	0.726533	0.613212	0.726728
$N=600$	$k=100$	0.605561	0.731687	0.613012	0.726850	0.613902	0.726282
	$k=200$	0.613412	0.726599	0.613519	0.726530	0.613710	0.726406
$N=700$	$k=100$	0.613410	0.726599	0.613448	0.726578	0.613122	0.726789
	$k=200$	0.613431	0.726587	0.613562	0.726502	0.613811	0.726341

从仿真结果表1，2可看出，为了提高估计精度，在采用输出数据时，应在稳态期间进行采样. 而文[4]中提出的辨识技术必须在动态过渡过程中进行采样，因而辨识精度不高.

另外，当$\{v(k)\}$是遍历白噪声时，由定理 4 知，估计误差的渐近分布的方差与$\left(\frac{\varphi}{\sigma}\right)$成正比，所以为了获得好的估计，设定点$\sigma$的值取大一点，而尽力减小噪声的方差，表 2 正好应证了这一理论上的结论.

参 考 文 献

[1] Roberts, P. D.. An Algorithm for Steady-State Optimization and Parameter Estimation. Int. J. Systems Sci., 1979, 10 (3):719—734

[2] Brdy's, M., Chen, S. and Roberts, P. D.. An Extension to the Modified Two-Step Algorithm for Steady-State System Optimization and Parameter Estimation. Int. J. Systems Sci., 1986, 17(8):1229—1293

[3] Lin, J., Han, C., Roberts, P. D. and Wan, B.. New Approach to Stochastic Optimizing Control of Steady-State Systems Using Dynamic Information. Int. J. Control, 1989, 50(6):2205—2235

[4] 陈庆新，万百五. 利用工业过程动态信息建立稳态模型及其强一致性分析：SISO 情形. 控制与决策，1991, 6(2):90—96

[5] 黄琳. 系统与控制理论中的线性代数. 北京：科学出版社，1984, 420—441

[6] 复旦大学. 概率论：第三分册 随机过程. 北京：人民教育出版社，1981, 230—232

A New Approach to Estimate the Process Derivative and Its Strong Consistency Analysis

HUANG Zhengliang, WAN Baiwu and HAN Chongzhao

(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: As is well known, the process derivatives play a very important role in optimizing control. How to utilize the step signals of set-points changes in the course of optimizing control to estimate the process derivatives is a very significant thing. In this paper, a new identification technique, by which process derivatives are estimated and the estimates are strong consistency, is presented. The paper also studies the limit distributions of estimate errors. Simulation results show that the new one is very efficient and practical.

Key words: steady-state optimizing control; process derivatives; identification

本文作者简介

黄正良 1962 年生. 副教授. 1982 年毕业于武汉建材学院，1988 年毕业于东北工学院，1992 年西安交通大学博士研究生毕业. 现为西南工学院科研处副处长. 主要研究方向为动态对策，工业大系统随机稳态优化.

万百五 1928 年生. 教授. 博士生导师. 1951 年毕业于上海交通大学电信研究所. 现任西安交通大学信息与控制工程系系统工程研究所大系统室主任. 目前主要研究方向为大系统模型简化，递阶控制，智能控制等. 国内外发表论文 110 余篇. 曾获国家教委一、二等奖各一次.

韩崇昭 1943 年生. 教授. 1968 年毕业于西安交通大学，1981 年在中国科学院研究生院获硕士学位. 现为西安交通大学信息控制系副主任、陕西省自动化学会秘书长. 著有“泛函分析及其在自动控制中应用”等四部专著和教材. 主要研究方向是：工业大系统优化，自适应控制，非线性频谱分析等.