

# 基于加速度传感器的机器人极点配置控制\*

刘德满 刘宗富

(东北大学自动控制系·沈阳, 110006)

吴成东

尹朝万

(沈阳建筑工程学院自动控制系, 110015) (沈阳自动化研究所四室, 110003)

**摘要:** 本文为工业机器人提出了一种极点配置控制法. 这种控制方法的优点有: 一是它的积分作用消除了机器人的微小扰动和稳态误差; 二是能任意设置系统的极点, 因此能保证闭环系统的稳定性和规定状态变量的暂态响应; 三是加入了加速度反馈, 抑制了由电机电感所引起的机械手的振动. 最后, 给出了 PUMA562 机器人的计算机仿真和实验结果验证了此控制法的有效性.

**关键词:** 机器人; 加速度器; 线性化; 极点配置; 积分作用; 仿真实验

## 1 前 言

机器人的状态反馈控制一直是机器人研究的一个活跃领域, 人们提出了各种各样的控制方法: 分解运动控制和分解运动加速度控制<sup>[1,2]</sup>, 模型参考自适应控制<sup>[3,4]</sup>, 滑模控制<sup>[5]</sup>, 线性反馈控制<sup>[6]</sup>, 非线性控制<sup>[7]</sup>和随机控制<sup>[8]</sup>, 查表控制<sup>[9]</sup>等.

Futami<sup>[10]</sup>利用测量机器人固有振动频率进行加速度反馈的方法抑制由机器人机械结构引起的振动. 本文提出一种在机器人关节上安装加速度传感器进行反馈控制的方法抑制由驱动电机电感所引起的振动.

本文为工业机器人提出了一种基于极点配置的状态反馈控制法. 这种控制法首先将机器人的动力学模型在小的时间区域内线性化, 然后把线性化系统变换成状态变量表达形式并将其离散化, 再基于极点配置理论进行状态反馈控制. 我们用查表法进行快速控制, 即将反馈控制增益矩阵事先计算好后存入计算机内存, 在实时控制时从计算机内存取出反馈增益矩阵并与状态误差相乘进行控制. 选择时间区域的大小取决于控制精度和计算机内存的变换<sup>[9]</sup>.

## 2 机器人机械手加速度测量

在 PUMA562 机器人的前三个关节上分别装有三个线加速度器  $a_{1m}$ ,  $a_{2m}$  和  $a_{3m}$  (如图 1 所示) 由于采用压阻加速度器, 因此存在零漂和重力加速度补偿问题. 下面讨论各关节角加速度的测量<sup>[11]</sup>.

关节 1 的角加速度为

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{a_{1m} - a_{1off}}{d_{25}} \quad (1)$$

\* 中国科学院机器人学开放研究实验室资助课题.

本文于1992年11月9日收到, 1993年6月7日收到修改稿.

其中  $a_{1m}$  是关节 1 上加速度的输出值,  $a_{1off}$  是零漂补偿值.

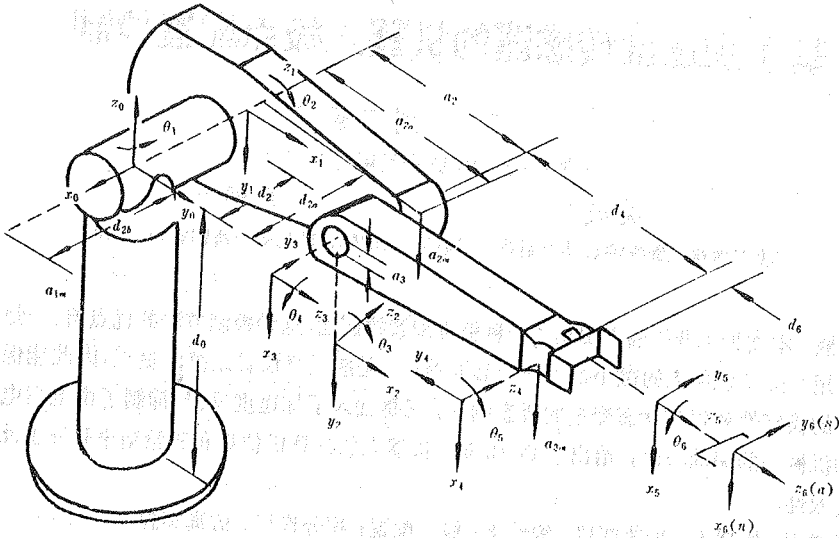


图 1 在每个关节上安装一个加速度器

关节 2 的角加速度为

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{a_{2m} - a_{2off} - gC_2 - a_{2a}C_2S_2\dot{\theta}_1^2 - d_{2a}S_2\ddot{\theta}_1}{a_{2a}} \quad (2)$$

其中  $a_{2m}$  是关节 2 上加速度的输出值,  $a_{2off}$  是零漂补偿值,  $gC_2$  是重力加速度补偿值.

关节 3 的角加速度为:

$$\ddot{\theta}_3 = \frac{a_{3m} - a_{3off} - gS_{23} + C_{23}(d_4S_{23} + a_2C_2)\dot{\theta}_1^2 + d_2C_{23}\ddot{\theta}_1 + a_2C_3\dot{\theta}_2^2 - \ddot{\theta}_2(a_2S_3 + d_4)}{d_4} \quad (3)$$

其中  $a_{3m}$  是关节 3 上加速度的输出值,  $a_{3off}$  是零漂补偿值,  $gS_{23}$  是重力加速度补偿值.

### 3 机器人动力学

$n$  关节机器人机械手运动的欧拉-拉格朗日方程可表示为<sup>[9]</sup>

$$\bar{D}(\theta)\ddot{\theta} + \bar{H}(\theta, \dot{\theta}) + \bar{G}(\theta) = \tau \quad (4)$$

其中  $\tau$  为  $n \times 1$  力矩矢量,  $\theta, \dot{\theta}$  和  $\ddot{\theta}$  分别为关节角位置、速度和加速度矢量,  $\bar{H}(\theta, \dot{\theta})$  为  $n \times 1$  哥氏力和离心力矢量,  $\bar{D}(\theta)$  为  $n \times n$  维惯量矩阵.

PUMA 机器人的驱动电机为直流电机, 力矩方程为

$$\tau = K_I i \quad (5)$$

其中  $i$  为驱动电机电枢电流,  $K_I$  为力矩常数.

对于驱动电机, 有

$$\tau_a = J_a \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + B_0 \quad (6)$$

其中  $B_m$  为沾滞摩擦系数,  $B_0$  为库伦摩擦力矩.

驱动电机电压方程为

$$U = Ri + K_b \dot{\theta}_m + L \frac{di}{dt} \quad (7)$$

其中  $R$  为电枢电阻,  $L$  为电枢回路电感,  $K_b$  为反电势常数.

由力矩平衡关系可得

$$\tau_m = r\tau + \tau_n \quad (8)$$

其中  $r = \text{diag}(r_i), i=1, 2, \dots, n, r_i = \frac{\theta_i}{\theta_{mi}} < 1$  为转速比.

综合式(4), (6), (8), 可得

$$\tau_m = D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta), \quad (9)$$

将(9), (5)代入(7), 可得

$$U = M(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + R(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + W(\theta). \quad (10)$$

#### 4 机器人运动方程的逐段线性化

在时间间隔  $t_i \leq t \leq t_{i+1}, i=1, 2, \dots$  内用线性时不变系统近似化式(10), 可得

$$M(t_i)\ddot{\theta}(t) + N(t_i)\dot{\theta}(t) + R(t_i)\dot{\theta}(t) + W(t_i) = U(t), \quad t \leq t_i + \Delta t. \quad (11)$$

其中  $M(t_i), N(t_i), R(t_i)$  和  $W(t_i)$  分别为把期望运动轨线  $\theta_d$  和期望运动速度  $\dot{\theta}_d$  在时刻  $t=t_i$  的值代入  $M(\theta), N(\theta, \dot{\theta}), R(\theta, \dot{\theta})$  和  $W(\theta)$  中得到,  $\Delta t$  为小的时间间隔, 我们把式(10)逐段线性化直到包含整条运动轨线.

#### 5 控制方法的提出

为了进行数值控制, 必须把运动方程离散化. 因  $M(\theta)$  是一个  $n \times n$  维非奇异矩阵, 故式(11)可写成如下形式

$$\ddot{\theta} = -M^{-1}N\dot{\theta} - M^{-1}R\dot{\theta} + M^{-1}(U - W), \quad (12)$$

相应的状态变量方程为

$$\dot{z} = Az + Bu. \quad (13)$$

其中

$$z = [\theta_1^T \ \theta_2^T \ \dot{\theta}^T]^T, \quad (14)$$

$$u = U - W, \quad (15)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & -M^{-1}R & -M^{-1}N \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}.$$

使用欧拉近似法可得离散时间方程为

$$z(k+1) = \bar{G}z(k) + \bar{H}u(k). \quad (16)$$

其中

$$\bar{G} = I + AT \quad \text{和} \quad \bar{H} = BT.$$

假定每个关节角的加速度、速度和位置可测并可用于状态反馈. 为了消除微小的扰动和稳态误差, 我们加入积分作用. 于是引入一组新的状态变量

$$x(k) = [x_1^T(k), x_2^T(k), x_3^T(k), x_4^T(k)]^T \quad (17)$$

其中  $x_1(k)$  为关节角位置,  $x_2(k)$  为关节角速度,  $x_3(k)$  为关节角加速度,  $x_4(k)$  为关节角位置误差总和, 于是我们有

$$\begin{aligned} x_1(k) &= \theta(kT), \\ x_2(k) &= \dot{\theta}(kT), \\ x_3(k) &= \ddot{\theta}(kT), \\ x_4(k) &= x_{1d}(k-1) - x_1(k-1) + x_4(k-1). \end{aligned} \quad (18)$$

综合式(16), (18)可得离散时间方程为

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) + Lx_d(k) \quad (19)$$

其中  $x_d(k)$  由期望轨线  $\theta_d(k)$ , 期望速度  $\dot{\theta}_d(k)$  和期望加速度  $\ddot{\theta}_d(k)$  组成, 即

$$x_d(k) = [\theta_d^T(k), \dot{\theta}_d^T(k), \ddot{\theta}_d^T(k), O_{1 \times n}]^T,$$

且

$$G = \begin{bmatrix} I & TI & 0 & 0 \\ 0 & I & TI & 0 \\ 0 & -M^{-1}RT & I - M^{-1}NT & 0 \\ -I & 0 & 0 & L \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M^{-1}T \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

控制律给定为

$$u(k) = -K[x(k) - x_d(k)]. \quad (20)$$

其中  $K$  为  $n \times 4n$  增益矩阵.

## 6 转换成方块伴随矩阵形式

如果系统方程转换成方块伴随形式, 则能减少求取相应于期望极点增益矩阵的计算量. 状态方程(19)的方块伴随矩阵形式为

$$x_c(k+1) = G_c x_c(k) + H_c u(k) + L_c x_d(k). \quad (21)$$

其中  $x_c(k)$  为以变换了坐标表示的状态矢量. 设  $T_c$  为具有如下定义的变换矩阵

$$x_c(k) = T_c x(k), \quad (22)$$

我们有

$$G_c = T_c G T_c^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ G_{c1} & G_{c2} & G_{c3} & G_{c4} \end{bmatrix},$$

$$H_c = T_c H = [0 \quad 0 \quad 0 \quad I]^T,$$

$$L_c = T_c L.$$

我们用简化变换方程构成相似变换

$$T_c = \begin{bmatrix} T_{c1} \\ T_{c2} \\ T_{c3} \\ T_{c4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{c1} \\ T_{c1}G \\ T_{c1}G^2 \\ T_{c1}G^3 \end{bmatrix},$$

$$T_{c1} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad I][H \quad GH \quad G^2H \quad G^3H]^{-1},$$

于是, 求出转移矩阵  $T_c$  为

$$T_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -MT^{-3} \\ MT^{-3} & 0 & 0 & -MT^{-3} \\ 2MT^{-3} & MT^{-2} & 0 & -MT^{-3} \\ 3MT^{-3} & 3MT^{-2} & MT^{-1} & -MT^{-3} \end{bmatrix},$$

很容易求得  $T_c^{-1}$  为

$$T_c^{-1} = \begin{bmatrix} -M^{-1}T^3 & M^{-1}T^3 & 0 & 0 \\ M^{-1}T^2 & -2M^{-1}T^2 & M^{-1}T^2 & 0 \\ -M^{-1}T & 3M^{-1}T & -3M^{-1}T & M^{-1}T \\ -M^{-1}T^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

## 7 极点配置

方块伴随形式简化了相应于期望极点的增益矩阵的确定. 令增益矩阵  $K_c = [K_{c1}, K_{c2}, K_{c3}, K_{c4}]$  满足

$$\det(zI - (G_c - H_c K_c)) = \det(zI - \Lambda). \quad (23)$$

其中  $\Lambda$  为一个  $4n \times 4n$  对角矩阵, 对角线上的元素为期望极点, 式(23)可写为

$$\det(zI - \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ G_{c1} - K_{c1} & G_{c2} - K_{c2} & G_{c3} - K_{c3} & G_{c4} - K_{c4} \end{bmatrix}) \\ = \det(zI - \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_4 \end{bmatrix}),$$

于是

$$\begin{aligned} G_{c4} - K_{c4} &= \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4, \\ G_{c3} - K_{c3} &= -(\Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_3 \Lambda_4 + (\Lambda_1 + \Lambda_2)(\Lambda_3 + \Lambda_4)), \\ G_{c2} - K_{c2} &= \Lambda_1 \Lambda_2 (\Lambda_3 + \Lambda_4) + \Lambda_3 \Lambda_4 (\Lambda_1 + \Lambda_2), \\ G_{c1} - K_{c1} &= -\Lambda_1 \Lambda_2 \Lambda_3 \Lambda_4, \end{aligned} \quad (24)$$

然后通过用  $T_c$  左乘  $K_c$  转换成原始坐标下的增益矩阵, 即

$$K = K_c T_c. \quad (25)$$

## 8 增益矩阵的直接计算

系统、输入和转换矩阵的结构允许按照给定极点直接计算增益矩阵, 设

$$K = [K_1, K_2, K_3, K_4], \quad (26)$$

综合 5~7 节, 有

$$\begin{aligned} K_1 &= [4I - \Lambda_1 \Lambda_2 (\Lambda_3 + \Lambda_4) - \Lambda_3 \Lambda_4 (\Lambda_1 + \Lambda_2) + 2\Lambda_1 \Lambda_2 + 2\Lambda_3 \Lambda_4 \\ &\quad + 2(\Lambda_1 + \Lambda_2)(\Lambda_3 + \Lambda_4) - 3(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4)] M T^{-3}, \\ K_2 &= [6I + \Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_3 \Lambda_4 + (\Lambda_1 + \Lambda_2)(\Lambda_3 + \Lambda_4) \\ &\quad - 3(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4)] M T^{-2} - R, \\ K_3 &= [4I - (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4)] M T^{-1} - N, \\ K_4 &= [-I + \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4 - \Lambda_1 \Lambda_2 - \Lambda_3 \Lambda_4 - (\Lambda_1 + \Lambda_2)(\Lambda_3 + \Lambda_4) \\ &\quad + \Lambda_1 \Lambda_2 (\Lambda_3 + \Lambda_4) + \Lambda_3 \Lambda_4 (\Lambda_1 + \Lambda_2) - (\Lambda_1 \Lambda_2 \Lambda_3 \Lambda_4)] M T^{-3}. \end{aligned} \quad (27)$$

从式(27)可以看出: 给定了闭环系统的极点和系统、输入矩阵的值, 求取反馈增益矩阵只需四个矩阵相乘和两个矩阵相减.

## 9 PUMA 机器人的计算机仿真和实验

对于本文提出的控制方案, 采用 PUMA562 机器人前三个关节的动力学模型进行计

计算机仿真和实验. 选择机器人闭环系统的极点为:

$$\Lambda_1, \Lambda_2 = [0.1 \pm 0.35j]I_{3 \times 3},$$

$$\Lambda_3, \Lambda_4 = [0.25 \pm 0.4j]I_{3 \times 3}.$$

选择机器人末端的跟踪轨线为一个  $x-y$  平面内的圆, 圆心在  $[0.25\text{m}, 0.25\text{m}, 0.04\text{m}]$  处, 半径为  $0.2\text{m}$ . 机器人末端的运行速度为  $0.628\text{m/s}$ . 选择采样周期为  $T=3\text{ms}$ , 时间间隔  $\Delta t=0.1\text{s}$ , 机器人末端执行器运行的出发点为  $[0.45\text{m}, 0.25\text{m}, 0.04\text{m}]$ , 计算机仿真和实验结果如图 2 和图 3 所示.

从图 2 和图 3 可以看出: 跟踪偏差最终趋近于零, 因此本文提出的控制方法是有效的.

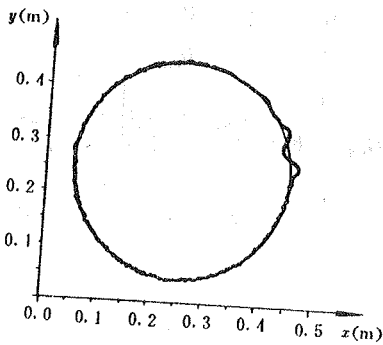


图 2 机器人跟踪的仿真结果

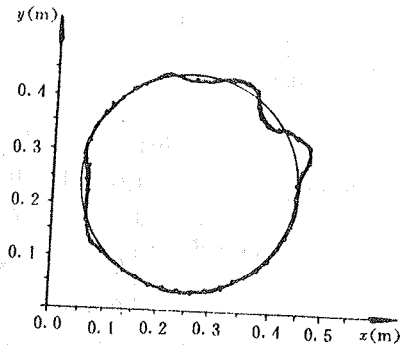


图 3 机器人跟踪的实验结果

## 10 结束语

本文为工业机器人提出了一种极点配置控制法. 这种控制方法的特点是加入了对消除机械手的稳态误差和抑制振动十分必要的积分作用和加速度反馈控制, 这种控制方法不必要在线估计系统的时变参数, 也不必使系统的输出跟踪一个不相关的参考模型的响应, 这是一种查表控制法, 这种控制法能保证机器人的快速控制.

## 参 考 文 献

- [1] Whitney, D. E.. Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses. IEEE Trans., Man, Machine, Systems, MMS-10, 1969, 47-53
- [2] Luh, J. Y. S., Walker, M. W. and Paul, R. P. C.. Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators. IEEE Trans. Automat. Contr., 1980, AC-25, 468-474
- [3] Dubowsky, S. and DesForges, D. T.. The Application of Model-Reference Adaptive Control to Robotic Manipulators. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1979, 101, 193-200
- [4] Lee, C. S. G. and Chung, M. J.. An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators. IEEE Trans. Automat. Contr., 1984, AC-29, 837-840
- [5] Young, K. K. D.. Controller Design for a Manipulator Using Theory of Variable Structure Systems. IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, 1978, SMC-8, 101-109
- [6] Golla, D. F., Garg, S. C. and Huges, P. C.. Linear State-Feedback Control of Manipulators. Mech. Machine Theory, 1981, 16, 93-103
- [7] Freund, F.. Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole-Placement for Industrial Robots and Manipulators. Int. J. Robotic Research, 1982, 1, 65-78

- [8] Whitney, D. E. and Junkel, E. F. . Applying Stochastic Control Theory to Robotic Sensing, Teaching and Long Term Control. Proc. Amer. Control Conference, Alexandria, U. S. A. , 1982, 1175—1183
- [9] Raibert, M. H. and Horn, B. K. P. . Manipulator Control Using the Configuration Space Method. The Industrial Robot, 1978, 69—73
- [10] Futami, S. , Kyura, N. and Hara, S. . Vibration Absorption Control of Industrial Robots by Acceleration Feedback. IEEE Trans. Industrial Electronics, 1983, 30(3);299—305
- [11] Mcinroy, J. E. and Saridis, G. N. . Acceleration and Torque Feedback for Robotic Control; Experimental Results. Journal of Robotic Systems, 1990, 7(6);813—832

## Pole Placement Control of Robot Based-On Acceleration Sensor

LIU Deman and LIU Zongfu

(Department of Automatic Control, Northeastern University · Shenyang, 110006, PRC)

WU Chendong

(Department of Automatic Control, Shenyang Architectural and Civil Engineering Institute · Shenyang, 110015, PRC)

YIN Chaowan

(Forth Laboratory, Shenyang Institute of Automation · Shenyang, 110003, PRC)

**Abstract:** This paper proposed a pole placement control method for industrial robot. This control method has following advantages: First, its integral effect eliminates minor disturbances and steady errors; Second, the poles of the closed-loop system can be placed arbitrarily, therefore, it can guarantee stability of the closed-loop system and specify the transient response of state variables; Third, the acceleration feedback is added to suppress the vibration of robotic manipulator caused by inductance of armature circuit. Finally, the computer simulation and experiment results for PUMA562 are given to demonstrate the effectiveness of proposed control method.

**Key words:** Robot; accelerometer; linearization; pole placement; integral effect; simulation and experiment

### 本文作者简介

**刘德满** 1963年生. 1984年在武汉钢铁学院获学士学位,并分别于1987年和1991在东北工学院获工学硕士和博士学位. 主要研究领域为非线性控制,自适应控制,智能控制等,现从事机器人智能控制的研究.

**刘宗富** 1929年生. 1950年毕业于同济大学电机工程系,后到东北工学院任教,1956年晋升为讲师,1958年获副博士学位,1978年晋升为副教授,1983年晋升为教授,现为自动化学会电气自动化专业委员会委员. 正从事于交流电力拖动系统及机器人控制系统的研究.

**吴成东** 1960年生. 1983年毕业于沈阳建筑工程学院,并留校任教,1988年在清华大学自动化系获得硕士学位,1991年考入东北工学院自动控制系攻读博士学位. 现从事机器人智能控制的研究,发表论文40余篇.

**尹朝万** 1940年生. 1964年毕业于华中工学院自动控制系,后工作于中国科学院自动化研究所,1972年进入中国科学院沈阳自动化研究所,1985年晋升为副研究员,1990年晋升为研究员,现任机器人学开放研究实验室副主任. 现正从事于CIMS系统和机器人体系结构的研究.