

分散自校正控制算法及其全局收敛性分析*

游少鹏

李茂相

(成都科技大学计算机及自动控制系, 成都, 610065) (航空航天部重庆航天机电设计院·重庆, 630039)

摘要: 本文基于分散控制和自校正控制的思想, 提出一种大系统分散自校正控制算法. 在研究某个子系统时, 把其它子系统的影响等价于可测干扰, 对各子系统采用本文提出的多变量自校正控制算法, 从而实现大系统的整体控制. 仿真结果表明对大系统采用分散自校正控制是行之有效的. 算法的全局收敛性和参数估计强相容性也得到了证明.

关键词: 分散控制; 自校正控制; 全局收敛性; 参数估计强相容性

1 引言

分散控制是大系统控制的一种有效手段. 把大系统分散为 N 个子系统, 第 i 个为

$$A_i(z^{-1})y_i(t) = z^{-k_i}B_i(z^{-1})u_i(t) + z^{-k_{d_i}}d_i(t) + C_i(z^{-1})\xi_i(t). \quad (1)$$

式中 z^{-1} 是后移算子; k_i, k_{d_i} 是时延, $k_{d_i} \geq k_i$; $y_i(t), d_i(t), \xi_i(t)$ 分别是 P_i 维输出, 可测干扰, 随机噪声, $u_i(t)$ 为 m_i 维输入; $A_i(z^{-1}), B_i(z^{-1}), C_i(z^{-1})$ 为相应维数多项式矩阵, 且 $A_{i0} = C_{i0} = I$. 引入性能指标

$$J_i = E \{ \| P_i(z^{-1})y_i(t + k_i) - R_i(z^{-1})y_w(t) \|^2 + \| Q(z^{-1})(u_i(t) - u_w(t)) \|^2 / F_i \}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

式中 $P_i(z^{-1}), R_i(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 是加权多项式矩阵, $P_i(z^{-1})$ 是稳定的, $y_w(t)$ 和 $u_w(t)$ 是参考信号.

本文对以上系统提出了自校正控制算法, 并证明了全局收敛性和参数估计强相容性, 通过对各子系统分散自校正控制达到对大系统整体自校正控制.

2 分散自校正控制算法

对第 i 个子系统假设

A1) 系统阶上界已知;

A2) 时延 k_i 和 k_{d_i} 上界已知;

A3) $C_i(z^{-1})$ 是稳定多项式矩阵;

B1) $E(\xi_i(t)/F_{t-1}) = 0$;

B2) $E(\|\xi_i(t)\|^2/F_{t-1}) = R_{\xi_i} < \infty$;

B3) $0 < \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\xi_i(t)\|^2 = \sigma_{\xi_i} < \infty$.

引理 2.1 $\Phi_i(t+k_i)$ 的最优预报

$$\Phi_i^*(t+k_i/t) = \hat{A}_i(z^{-1})y_i(t) + \hat{B}_i(z^{-1})u(t) + \hat{D}_i(z^{-1})d(t+k_i-k_{d_i})$$

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于 1992 年 6 月 12 日收到, 1992 年 11 月 13 日收到修改稿.

$$+ \hat{G}_i(z^{-1})\Phi_i^*(t/t - k_i), \quad (3)$$

其预报误差

$$v_i(t + k_i) = F_i(z^{-1})\xi_i(t + k_i), \quad (4)$$

式中

$$\Phi_i(t + k_i) = P_i(z^{-1})y_i(t + k_i). \quad (5)$$

采用[1]类似方法证明略。

于是得控制器参数辨识方程为

$$P_i(z^{-1})y_i(t + k_i) = \theta_i^T X_i(t) + v_i(t + k_i). \quad (6)$$

其中

$$X_i(t) = [y_i^T(t) \cdots y_i^T(t - n_a) \ u_i^T(t) \cdots u_i^T(t - n_b) \ d_i^T(t + k_i - k_{i1}) \cdots d_i^T(t + k_i - k_{i1} - n_{d1}) \ \bar{\Phi}_i^T(t) \cdots \bar{\Phi}_i^T(t - n_{\bar{\Phi}})]^T, \quad (7)$$

$$\theta_i = [\theta_1 \cdots \theta_r] = [\hat{A}_{i0} \cdots \hat{A}_{in_a} \ \hat{B}_{i0} \cdots \hat{B}_{in_b} \ \hat{D}_{i0} \cdots \hat{D}_{in_{d1}} \ \hat{G}_{i0} \cdots \hat{G}_{in_{\bar{\Phi}}}]^T, \quad (8)$$

$$\bar{\Phi}_i(t) = \theta_i^T(t)X_i(t - k_i), \quad \bar{\Phi}_i(\tau_i) = 0, \quad \tau_i \leq k_i - 1, \quad (9)$$

$$d_i(t) = y_{im}(t) - y_i(t). \quad (10)$$

用[2]的改进最小二乘法(MLSA)递推辨识参数

$$\theta_i(t + k_i) = \theta_i(t) + a_i(t)R_i(t)X_i(t)(\Phi_i^T(t + k_i) - X_i^T(t)\theta(t)). \quad (11)$$

式中 $a_i(t)$, $R_i(t)$ 的公式见[2]的(9)~(14)式; $\theta_i(0)$ 任意取。

引理 2.2 使 J_i 极小的最优控制为

$$u_i(t) = -(\hat{B}_{i0}^T \hat{B}_{i0} + Q_{i0}^T Q_{i0})^{-1} \hat{B}_{i0}^T [\hat{B}_{i0}^* u_i(t-1) + \hat{A}_i y_i(t) + \hat{D}_i d_i(t + k_i - k_{i1}) + \hat{G}_i \bar{\Phi}_i(t) - R_i y_{iy}(t)] + Q_{i0}^T [Q_{i0}^* u_i(t-1) - Q_{i0} u_{iy}(t)]. \quad (12)$$

式中

$$\hat{B}_{i0}^* = z[\hat{B}_i(z^{-1}) - \hat{B}_{i0}], \quad Q_{i0}^* = z[Q_i(z^{-1}) - Q_{i0}].$$

证 $\Phi_i^*(t + k_i/t)$ 与 $v_i(t + k_i)$ 无关, 令 $\frac{\partial J_i}{\partial u_i(t)} = 0$, 即得(12)。

引理 2.3 子系统闭环方程为

$$[A_i + B_i \beta_i P_i] y_i(t + k_i) = B_i \beta_i R_i y_{iy}(t) + B_i u_{iy}(t) + d_i(t + k_i - k_{i1}) + (C_i - B_i \beta_i F_i) \xi_i(t + k_i). \quad (13)$$

其中

$$\beta_i = (Q_{i0}^T Q_{i0}(z^{-1}))^{-1} \hat{B}_{i0}^T. \quad (14)$$

证 由(12)解出 $u(t)$ 代入(1)即得。

为了消除稳态跟踪误差应满足

$$1) A_i(1) + B_i(1)\beta_i(1)P_i(1) = B_i(1)\beta_i(1)R_i(1), \quad (15)$$

$$2) B_i(1)u_{iy}(t) + d_i(t + k_i - k_{i1}) = 0. \quad (16)$$

3 全局收敛性和参数估计强相容性分析

引理 3.1 MLSA 算法类似[2]可证明有以下性质:

$$1) r_i(t) = \text{tr} R_i^{-1}(t). \quad (17)$$

2) $\lambda_{i\max}^t$ 和 $\lambda_{i\min}^t$ 分别表示 $R_i(t)$ 的最大和最小特征值, 则

$$\lambda_{i\max}^t (\lambda_{i\min}^t)^{-1} \leq k_{i2}. \quad (18)$$

3) 记 $\sigma_i(t) = a_i(t - k_i) x_i^T(t - k_i) R_i(t - k_i) x_i(t - k_i)$, 那么

$$1 - \sigma_i(t) \geq k_{i4}, \quad k_{i4} > 0. \quad (19)$$

4) 设 $\tilde{\theta}_i(t) = \theta_i - \hat{\theta}_i(t)$, $\hat{C}_i(z^{-1}) = \bar{F}_i(z^{-1})\hat{C}_i(z^{-1})$ 和 $W_i(t) = \Phi_i(t) - v_i(t) - \bar{\Phi}_i(t)$, 那么

$$\hat{C}_i(z^{-1})W_i(t) = \bar{\theta}_i^T(t)X(t - k_i) = b_i(t). \quad (20)$$

5) 设 $e_i(t) = \Phi_i(t) - \theta_i^T(t)x_i(t - k_i)$, $\eta_i(t) = \Phi_i(t) - \bar{\theta}_i^T(t)x_i(t - k_i) = \Phi_i(t) - \bar{\Phi}_i(t)$, 则

$$e_i(t) = \frac{\eta_i(t)}{1 - \sigma_i(t)}. \quad (21)$$

6) 若 $\beta_n = \|x_i(t)\|^2/r_i(t)$, 则

$$r_i(t) \rightarrow \infty \Leftrightarrow \sum_{i=0}^{\infty} \beta_n = \infty. \quad (22)$$

$$7) \sum_{i=k_i}^{\infty} \frac{\alpha_i(t - k_i)X^T(t - k_i)R_i(t - k_i)X_i(t - k_i)}{X_i(t - k_i)} \leq k_{i5} < \infty. \quad (23)$$

引理 3.2 MLSA 算法, 如满足 a) 和 b):

a) $\hat{C}_i(z^{-1}) - \frac{I}{2}$ 严格正实;

b) 存在随机变量 $0 < \alpha_i < \infty$, $0 < \beta_i < \infty$ 和 $T_i > 0$ 使

$$\sum_{j=m(l_i)}^{m(l_i+a_i)} \frac{X_i(j)X_i^T(j)}{r_i(j)} \geq \beta_i I, \quad \forall l_i > T_i, \quad \forall \omega_i \in [\omega_i; r_i(t) \rightarrow \infty]. \quad (24)$$

其中 $m(l_i) = \max\{t; l_n \leq l_i\}$, $l_i \geq 0$, $l_n = \sum_{j=0}^{i-1} \beta_{nj}$, $l_0 = 0$, 那么

$$\theta_i(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \theta_i, \quad \forall \omega_i \in [\omega_i; r_i(t) \rightarrow \infty]. \quad (25)$$

证明类似[2]略.

定理 3.1 假设 1) $\hat{C}_i(z^{-1}) - \frac{I}{2}$ 严格正实;

2) 选择 $P_i(z^{-1}), Q_i(z^{-1})$ 使

$$\det[A_i(z^{-1}) + B_i(z^{-1})\beta_i(z^{-1})P_i(z^{-1})] \neq 0, \quad |z| \geq 1. \quad (26)$$

对系统(1), 使用 MLSA 算法, 则以概率一有

1) 稳定性:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|y_i(t)\|^2 < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (27)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|u_i(t)\|^2 < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (28)$$

2) 收敛性:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=k_i}^N E(\|e_i(t)\|^2 / F_{i-k_i}) = r_i^2, \quad \text{a. s.} \quad (29)$$

3) 参数估计强相容性:

$$\theta_i(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \theta_i. \quad (30)$$

证 1) 由(13), (26)和(B3), 并考虑 $y_{iv}(t)$ 和 $d_i(t)$ 有界, 采用[3]的引理 A.1 即可证明(27)和(28).

2) 类似[2]首先可证明

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|W_i(t)\|^2 = 0, \quad \text{a. s.} \quad (31)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\bar{\varphi}_i(t)\|^2 < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (32)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{r_i(N)}{N} < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (33)$$

由引理 3.1 的 3), 4), 5) 有

$$\frac{1}{N} \sum_{i=k}^N \|e_i(t) - v_i(t)\|^2 \leq \frac{C_5}{N} \sum_{i=k}^N \|W_i(t) + \sigma_i(t)v_i(t)\|^2. \quad (34)$$

由 $\sigma_i(t)$ 的定义和 (23) 式有

$$\sum_{i=k}^N \frac{\sigma_i^2(t) E(\|v_i(t)\|^2 / F_{t-k_i})}{r_i(t-k_i)} < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (35)$$

采用一致收敛性原理, Keronecker 引理和 (34) 得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=k}^N \sigma_i^2(t) \|v_i(t)\|^2 = 0, \quad \text{a. s.} \quad (36)$$

由 (31), (36) 和 (34) 有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=k}^N \|e_i(t) - v_i(t)\|^2 = 0, \quad \text{a. s.} \quad (37)$$

因 $e_i(t) - v_i(t)$ 是 F_{t-k_i} 可测且与 $v_i(t)$ 无关则

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=k}^N E(\|e_i(t)\|^2 / F_{t-k_i}) &= E(\|v_i(t)\|^2 / F_{t-k_i}) \\ &= E(\|F_i(z^{-1})\xi_i(t)\|^2 / F_{t-k_i}) = r_i^2, \quad \text{a. s.} \end{aligned} \quad (38)$$

3) 首先可证 $r_i(N) \rightarrow \infty$. 考虑 $y_i(t), u_i(t), \bar{\varphi}_i(t)$ 均方有界, $\|d_i(t)\|^2 > 0$, 则存在常数 C 使

$$0 < \|X_i(t)\|^2 \leq C, \quad (39)$$

那么, 一定存在 $\delta_2 \geq \delta_1 > 0$ 和 N' 使

$$\delta_1 I \leq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i(t) X_i^T(t) \leq \delta_2 I, \quad N \geq N'. \quad (40)$$

则 $(\delta_1 + \frac{1}{N d_i} I) \leq \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N X_i(t) X_i^T(t) + \frac{1}{d_i} I) \leq (\delta_2 + \frac{1}{N' d_i}) I, \quad \forall N. \quad (41)$

由 [2] 的定理 2 知引理 3.2 的条件 b) 成立, 再 $r_i(t) \rightarrow \infty$, 因此

$$\theta_i(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \theta_i, \quad \text{a. s.} \quad (42)$$

4 仿真研究

例 1 开环不稳非最小相位系统

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t-1) + B_1 u(t-2) + \xi(t) + C_1 \xi(t-1),$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.4 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.6 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0.3 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0.9 & 0 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.7 & 0.2 \\ 0 & 0.4 & 0.3 & 0.7 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.4 & 0 & 0 \\ 0.2 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad E(\xi(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E(\xi(t)\xi^T(t)) = 0.1I_{4 \times 4}.$$

选参考向量为周期 160, 峰值 ±4 的矩形波. $P(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 预先选择, $R(z^{-1})$ 在线自动计算, 统一自校正控制仿真如图 1 (本算法不考虑 $d_i(t)$ 即统一自校正). 然后把系统按 y_1, y_2, u_1, u_2 和 y_3, y_4, u_3, u_4 分别组成两个子系统, 仿真结果见图 2. 图 3 则给出了两个子系统参数收敛曲线.

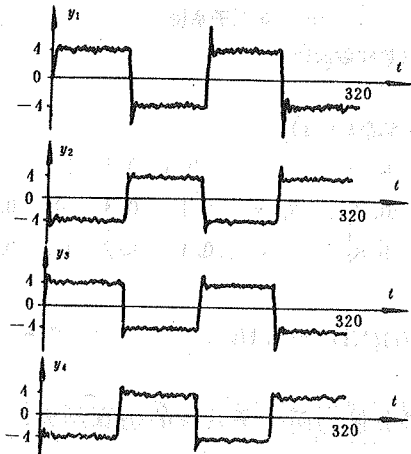


图 1 例1的统一自校正仿真

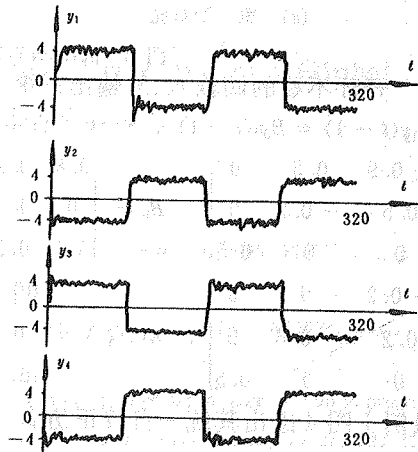
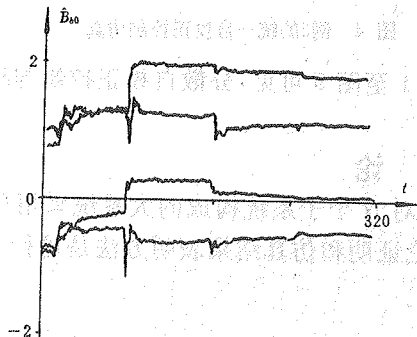
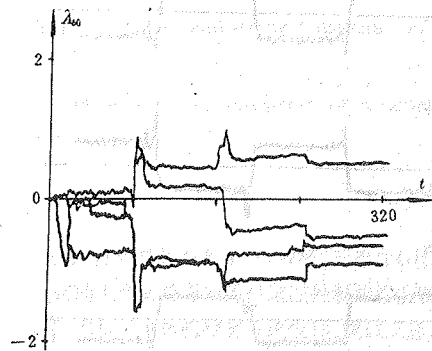
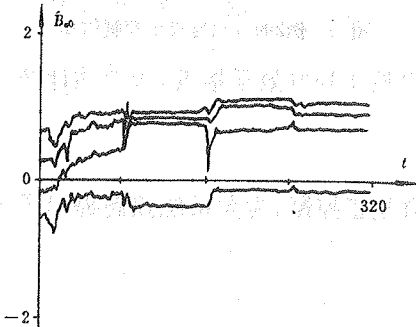
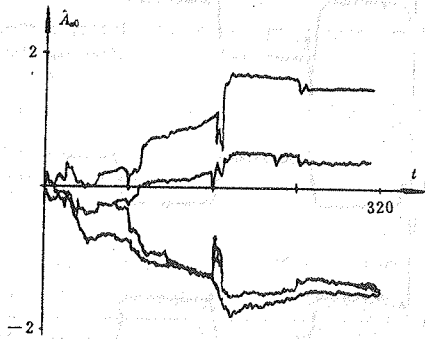
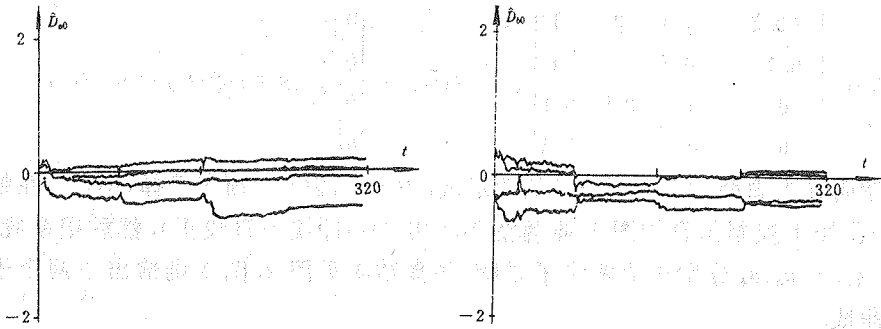


图 2 例1的分散自校正仿真





(a) 第一子系统

(b) 第二子系统

图3 例1的分散自校正参数收敛曲线

例2 开环不稳的四输入、三输出系统

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t-1) + B_1 u(t-2) + \xi(t) + C_1 \xi(t-1),$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.4 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.4 & 0 \\ 0.2 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad E(\xi(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E(\xi(t)\xi^T(t)) = 0.1I_{3 \times 3}.$$

类似例1图4给出其统一自校正仿真,图5是分散为两个子系统的仿真结果.

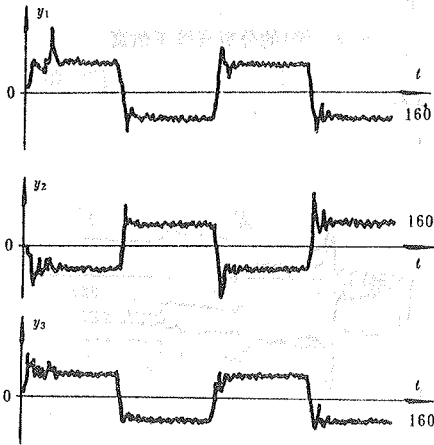


图4 例2的统一自校正控制仿真

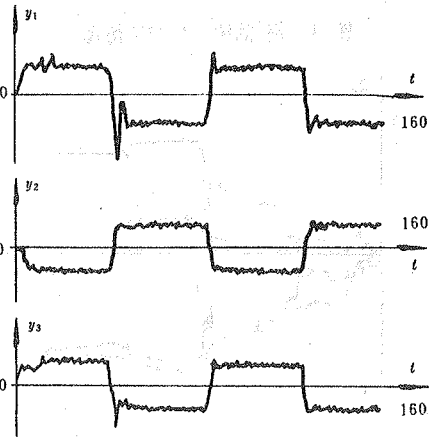


图5 例2的分散自校正控制仿真

由图1至图5可见,分散自校正控制与统一自校正控制效果接近,参数估计渐近收敛于真值.

5 结 论

本文对 N 个子系统构成的大系统采用分散自校正控制,为大系统控制提出了一种新方法,理论证明和仿真结果表明方法是可行的.

参 考 文 献

- [1] 林威等. 统一的自校正控制器. 自动化学报, 1989, 15(4): 324—331
- [2] Chen, H. F.. Recursive System Identification and Adaptive Control by Use of the Modified Least Squares Algorithm. SIAMJ. Control and Optimization, 1984, 22(5): 785—776
- [3] Goodwin, G. C., Ramadge, P. J. and Caines, P. E.. Discrete Time Stochastic Adaptive Control. SIAMJ. Control and Optimization, 1981, 19(6): 829—853

Decentralized Self-Tuning Control Algorithm and Global Convergence Analysis

YOU Shaopeng

(Chengdu University of Science and Technology • Sichuan Chengdu, 610065, PRC)

LI Maoxiang

(Chongqing Astronautic Electro-Mechanical Designing Institute • Sichuan Chongqing, 630039, PRC)

Abstract: In this paper, a decentralized self-tuning control algorithm of large scale system is presented based on the idea of decentralized control and self-tuning control. When studying a subsystem, we consider the interactions as measurable disturbances. The multivariable self-tuning control algorithm is used for every subsystem, by this way we realize complete control of a large scale system. Simulation results show that it is applicable to control a large system by using decentralized self-tuning control. Global convergence and strong consistency of parameter estimatis are given.

Key words: decentralized control; self-tuning; global convergence; strong consistency of parameter estimation

本文作者简介

游少鹏 1935年生. 1974年在成都科技大学任教, 现任计算机及自动控制系系主任, 教授. 近年在《电焊机》、《成都科技大学学报》发表了4篇有关自适应控制理论和应用的论文. 目前主要研究方向为自适应控制和智能控制.

李茂相 1967年生. 1992年毕业于成都科技大学, 获硕士学位. 现从事计算机控制系统设计、调试工作. 目前主要研究方向为自适应控制和智能控制.