

离散事件动态系统的代数模型 及其控制器的分析计算

赵正义 宋文忠

(东南大学自动化所·南京, 210018)

摘要: 本文在离散事件动态系统的 Petri 网图形描述的基础上建立了相应的代数模型, 该模型可以用来计算无竞争无回路 Petri 网的“最大状态”; 该“最大状态”的计算在本文给出的动态反馈控制器中得到了应用.

关键词: 离散事件; 状态反馈; 谓词; Petri 网; 代数模型

1 引言

近年来, 离散事件系统 (DES) 的研究引起了人们的浓厚兴趣, 其中 DES 的逻辑控制问题给传统的控制理论注入了新的活力. 较早从事这项工作且作出了杰出成绩的当推 P. J. Ramadge 和 W. M. Wonham, 他们以自动机作为模型, 解决了一类 DES 的逻辑反馈控制问题^[1]. 但是, 由于自动机模型的局限性, 大多数 DES 的逻辑控制问题还没有得到解决. 由于 Petri 网的描述能力较强, 因此有人将离散事件的控制机制引入了 Petri 网. 可是, Petri 网对事件的发生条件及发生结果的描述过于繁琐, 不便于推演和计算, 因此 L. E. Holloway 和 B. H. Krogh^[2,3] 只解决了一类特殊的 Petri 网 (CMG) 的逻辑控制问题. Y. Li 和 Wonham 试图用“状态变量”来重新描述 Petri 网, 但他们最终得到的仍然是自动机模型, 这就导致了状态反馈的综合要用费时的整数规划^[4]. 有鉴于此, 本文提出了一个状态变量代数模型, 该模型使得理论推演和计算完全脱离 Petri 网图型, Petri 网图型在这里仅限于例子的图示, 相当于传统控制理论中信号流图的作用.

2 DEDS 的代数模型

2.1 预备知识——DEDS 的 Petri 网描述

本文定义一个 Petri 网为如下六元组: $G, G = (P, T; F, W, M_0, \varphi)$, 其中 P 为库所集, T 为变迁集, $T = T_n \cup T_o, (T_n \cap T_o = \emptyset), T \cup P \neq \emptyset, T \cap P = \emptyset, T_n$ 为可直控变迁集, T_o 为不可直控变迁集. $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ 为流关系; $W: F \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ 为 G 的权函数, W 为弧 (x, y) 上的值, 用 $W(x, y)$ 表示; $M: P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ 为 G 的标识, M_0 为初始标; $\varphi: T_o \rightarrow \{0, 1\}$, 为可直控变迁的控制信号. 本文规定 $\varphi(t) = 1$ 是 $t \in T_o$ 能发生的必要条件, 当 $t \in T_o$ 发生后, $\varphi(t)$ 自动复位为 0; $x \triangleq \{y \mid (y, x) \in F\}, x' = \{y \mid (x, y) \in F\}$; Petri 网的变迁规则如下:

一个变迁 $t \in T$ 在 M 有发生权的条件是: $\forall p \in P, p \in t \rightarrow M(p) \geq W(p, t) \wedge (\varphi(t) = 1 \vee t \in T_n)$; 若 t 在 M 有发生权, 那么 t 便可以发生, 发生的结果是把 M 变成如下定义的新的标识 M' : 对所有的 $p \in P$:

$$M'(p) = \begin{cases} M(p) - W(p, t), & p \in \cdot t - t', \\ M(p) + W(t, p), & p \in t' - \cdot t, \\ M(p) - W(p, t) + W(t, p), & p \in \cdot t \cap t', \\ M(p) & p \notin \cdot t \cup t'. \end{cases}$$

2.2 DEDS 的最大状态代数模型

对于一个用 Petri 网绘制的 DEFS 图, 定义系统的状态变量为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 其中 $n = |P|$, $x_i = M(p_i)$, 事件向量为 $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$ 其中 $m = |T|$, η_i 为 t_i 在状态 M 下可能的独自连续发生的最大次数. 这里“独自连续发生”是指在其它变迁均不发生, 而由 t_i 单独发生, 直到不再满足发生条件而暂停为止.

根据 Petri 网的流关系 F 和权函数 W , 定义四个矩阵如下, (其中 $q = |T_c|$):

$$A_{t_p} = [a_{ij}]_{q \times n}, \quad a_{ij} = \begin{cases} 0, & t_i \in T_c \wedge (p_j, t_i) \notin F, \\ W(p_j, t_i), & t_i \in T_c \wedge (p_j, t_i) \in F. \end{cases}$$

$$A_{p_t} = [b_{ij}]_{n \times q}, \quad b_{ij} = \begin{cases} 0, & t_j \in T_c \wedge (t_j, p_i) \notin F, \\ W(t_j, p_i), & t_j \in T_c \wedge (t_j, p_i) \in F. \end{cases}$$

$$A_{t_u} = [c_{ij}]_{(m-q) \times n}, \quad c_{ij} = \begin{cases} 0, & t_i \in T_u \wedge (p_j, t_i) \notin F, \\ W(p_j, t_i), & t_i \in T_u \wedge (p_j, t_i) \in F. \end{cases}$$

$$A_{p_u} = [d_{ij}]_{n \times (m-q)}, \quad d_{ij} = \begin{cases} 0, & t_j \in T_u \wedge (t_j, p_i) \notin F, \\ W(t_j, p_i), & t_j \in T_u \wedge (t_j, p_i) \in F. \end{cases}$$

在上述准备之后, 一个 DEFS 可表述为: $\Sigma_{u \cup c} = (A_{t_p}, A_{p_t}, A_{t_u}, A_{p_u}, X_0, \varphi)$, 其中 X_0 为初态. 其动态方程和最大状态 X^* 的计算分别如下:

$$\begin{cases} \eta_c = A_{t_p} \Delta x_0 \oplus \varphi[T_c], & (\varphi[T_c] = [\varphi(t_{c_1}), \dots, \varphi(t_{c_q})]^T), \\ x^0 = x_0 + (A_{p_t} - A_{t_p}^T) \cdot \eta_c, \end{cases} \quad (2.2.1)$$

$$\begin{cases} \eta_u^{k+1} = A_{t_p} \Delta x^k, \\ x^{k+1} = x^k + (A_{p_u} - A_{t_p}^T) \cdot \eta_u^{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.2.2)$$

$$x^* = x^0 + A_{p_u} \cdot \sum_{k=1}^N \eta_u^k, \quad (\text{其中 } N \text{ 是使 } \eta_u^{N+1} = [0] \text{ 的最小上标}).$$

其中的运算符号说明如下: “+”、“-”、“ \cdot ”为通常意义下的“加法”、“减法”和“矩阵乘法”, “ \oplus ”为 G. Cohen^[5]运用过的“极小代数加法”, 即:

$$\oplus: [a_i]_{m \times 1} \oplus [b_i]_{m \times 1} = [\min(a_i, b_i)]_{m \times 1};$$

新符号“ Δ ”定义如下:

$$\Delta: [a_{ij}]_{m \times n} \Delta [b_{ij}]_{n \times l} = [c_{ij}]_{m \times l}, \\ c_{ij} = \min_k \{a_{ik} | b_{kj}\}.$$

其中 $a_{ik} | b_{kj}$ 为 b_{kj}/a_{ik} 的整数部分, 且当 $a_{ik} = 0$ 时规定其为 $+\infty$.

方程(2.2.1)称为控制方程, $\varphi \in \{0, 1\}^q$, 为控制向量, η_c 为在 x_0 和控制向量 φ 下可能发生的可直控事件向量, x^0 为 η_c 发生后的新状态. 方程(2.2.2)称为不可控方程, 它对应于系统的不可控子网络, 该子网络是在删除系统网络 $\Sigma_{u \cup c}$ 中所有可直控变迁及与其相关联的弧后得到的. 以下用 $\Sigma_u = (A_{t_p}, A_{p_u}, x^0)$ 来代表该子网络及其对应的方程(2.2.2). 该

方程中, η^{n+1} 为 Σ_n 在状态 x^* 下可能发生的事件向量, x^{n+1} 为 η^{n+1} 发生后的 Σ_n 的新状态.

关于如何根据这两个方程由 x_0 确定 φ , 使系统的行为满足一定的要求将在第三节给出, 下面预先讨论 x^* 的意义.

定义 2.1 在 Petri 网 Σ 中, 若 $\forall p \in P \Rightarrow |p \cdot| = 1$, 则称 Σ 为结构无竞争 Petri 网, 本文简称为无竞争 Petri 网.

定义 2.2 n 维向量 x_1, x_2 , 若 $\forall i (i=1, 2, \dots, n), x_1(i) \leq x_2(i)$, 则记 $x_1 \leq x_2$.

借用一下图论中“回路”和“连通”的概念: 如果 $\exists x \in P \cup T$, 从节点 x 出发, 延箭头所指方向行走, 依次经过一些边和节点, 最后可回到节点 x , 则称该 Petri 网是有回路的; 否则称无回路的. 两个节点 $x, y \in P \cup T$, 如果从节点 x 出发, 延箭头所指方向行走, 依次经过一些边和节点, 最后可到达 y , 或从 y 出发可到达 x , 则称 x 与 y 是连通的.

定理 2.1 在无竞争且无回路的 Petri 网 $\Sigma_n, \Sigma_n = (A_{i,p}, A_{p,i}, x^*)$ 中, 任意状态 x 满足 $x \leq x^*$, 且 $\forall i (i=1, 2, \dots, n), x(i)$ 可以达到上界 $x^*(i)$.

限于篇幅, 该定理及以下定理证明从略.

该定理说明 x^* 为 x 的最小上界.

定理 2.2 在无竞争且无回路的 Petri 网 Σ_n 中, 如果 p_i, p_j 不连通, 则 $x(i), x(j)$ 可以同时达到最大值 $x^*(i), x^*(j)$.

定理 2.3 一个无竞争且无回路的不可控 Petri 网 Σ_n , 如果一个谓词的形式为

$P_{re1} = \bigwedge_{i=1}^k (M(p_i) \leq a_i)$; 或为 $P_{re2} = [\sum_{j=1}^{k_2} M(p'_j)] \leq b$, (其中 $(p'_1, p'_2, \dots, p'_k)$ 互不连通), 或为 $P_{re3} = P_{re1} \wedge P_{re2}$, 则 Σ_n 中任一状态满足 $P_{re3}(x) = 1$ 的充要条件为 $P_{re3}(x^*) = 1, (i=1, 2, 3)$.

2.3 例子

例 1 如图 1 所示的柔性制造系统有两个工厂, 一个货栈, 三个控制端 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$; 状态谓词为 $P_{re} = (\bigwedge_{i=1}^{10} (M(p_i) \leq 3)) \wedge (M(p_8) + M(p_9) \leq 3)$, 求图示状态下, φ_1, φ_2 均为 1, φ_3 为 0 时, 系统是否会进入非法状态.

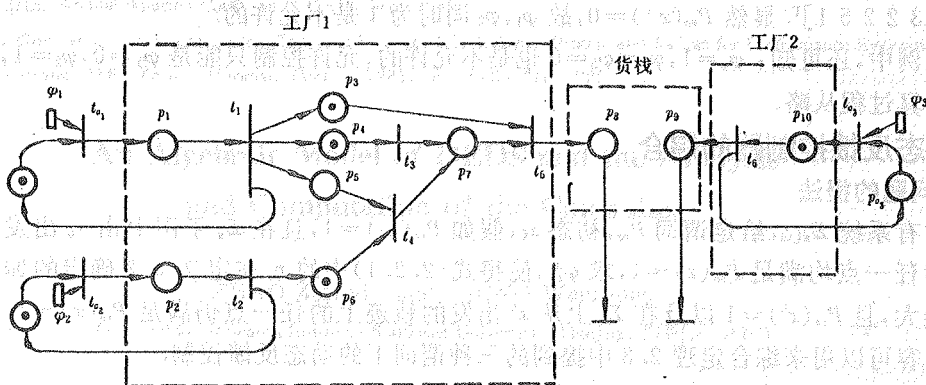


图 1 FMS 的 Petri 网图示

此例中, 工厂 2 较为简单, 可直接看出: $x^*(9) = 1, x^*(10) = 1$, 故下面仅计算工厂 1:

$$A_{t,p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{t,u}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = A_{t,u} A_{t,p}^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

当 φ_1, φ_2 均为 1 时, 可认为 Σ_u^i 的初态为 $x_1^0, x_1^0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$. 迭代计算:

$$\begin{aligned} \eta_u^1 &= A_{t,p} \Delta x_1^0 = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T, & x_1^1 &= x_1^0 + B \cdot \eta_u^1 = [0 \ 0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0]^T, \\ \eta_u^2 &= A_{t,p} \Delta x_1^1 = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]^T, & x_1^2 &= x_1^1 + B \cdot \eta_u^2 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1]^T, \\ \eta_u^3 &= A_{t,p} \Delta x_1^2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T, & x_1^3 &= x_1^2 + B \cdot \eta_u^3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2]^T, \\ \eta_u^4 &= A_{t,p} \Delta x_1^3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T; \end{aligned}$$

由此可得 $x_1^* = [x^*(1), x^*(2), \dots, x^*(8)]^T = x_1^0 + A_{t,u} \cdot \sum_{k=1}^3 \eta_u^k = [1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 2]^T$. 显然, $P_{re}(x^*) = 1$, 故 φ_1, φ_2 同时为 1 是允许的.

例 2 系统仍为例 1 中的系统, 但初态变为 $x_0 = [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$, 此时, 如果 φ_1, φ_2 均为 1, 系统便进入非法状态, 其计算过程如下:

工厂 2 同例 1, 工厂 1 当 φ_1, φ_2 均为 1 时可认为 Σ_u^i 的初态为 $x_1^0 = [2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$,

$$\begin{aligned} \eta_u^1 &= A_{t,p} \Delta x_1^0 = [2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T, & x_1^1 &= x_1^0 + B \cdot \eta_u^1 = [0 \ 0 \ 3 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0]^T, \\ \eta_u^2 &= A_{t,p} \Delta x_1^1 = [0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 1]^T, & x_1^2 &= x_1^1 + B \cdot \eta_u^2 = [0 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 4 \ 1]^T. \end{aligned}$$

不必再算已可知: $x_1^* = [x^*(1), x^*(2), \dots, x^*(8)]^T = x_1^0 + A_{t,u} \cdot \sum_k \eta_u^k > x_1^0 + A_{t,u} \cdot (\eta_u^1 + \eta_u^2) = [2 \ 1 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 5 \ 1]^T$. 显然 $P_{re}(x^*) = 0$, 故 φ_1, φ_2 同时为 1 是不允许的.

此例中, 还可知: $\varphi_1 = 1, \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ 也是不允许的, 允许控制只能是 $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 1, \varphi_3 = 0$. 其计算过程从略.

3 动态反馈控制器的综合

3.1 问题的提法

设有系统 $\Sigma_{u,0}$, 给定谓词 P_{re} , 初态 x_0 , 假如 $P_{re}(x_0) = 1$, 且在 Σ_u 子网上由 x_0 出发的轨迹上的任一点均满足 $P_{re}(x) = 1$, 求 $\varphi_{x_0}^*$, 使得式 (2.2.1) 中的 η_c 在定义 2.2 确定的偏序关系下最大, 且 $P_{re}(x^0) = 1$ 以及在 Σ_u 上从 x^0 出发的轨迹上的任一点仍满足 $P_{re}(x) = 1$. 上一节的内容可以用来综合定理 2.3 中提到的三种谓词下的动态反馈控制.

3.2 动态反馈控制器

控制器与外界的信息联系如图 2 所示, 控制器的算法如下:

Step 1 $i=0$, 接收 x_0 ;

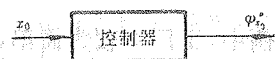


图 2 控制器与外界的信息联系

- Step 2 计算: $\eta_c = A_{t_2} \Delta x_0$, (设 $\{t_{c_1}, t_{c_2}, \dots, t_{c_i}\}$ 为对应于 η_c 中非零元素的变迁);
- Step 3 将 $\{t_{c_1}, t_{c_2}, \dots, t_{c_i}\}$ 作 C_i^{k-1} 种组合并编号, 置 $j=1$;
- Step 4 选第 j 个组合, 将 η_c 中与该组合中的变迁对应的元素置 1, 其余置零;
- Step 5 计算 $x^0 = x_0 + B_1 \circ \eta_c$, ($B_1 = A_{p_c} - A_{t_c}^T$);
- Step 6 迭代计算下式, 直到 $\eta_u^* = 0$ 为止:
- $$\eta_u^{k+1} = A_{t_p} \Delta x^k, x^{k+1} = x^k + B_2 \Delta \eta^{k+1}, (B_2 = A_{p_u} - A_{t_p}^T),$$
- $$\eta_u^* = \eta_c + \eta_u^{k+1}, (\eta_u^* \text{ 的初值置 } 0);$$
- Step 7 计算 $x^* = x^0 + A_{p_u} \circ \eta_u^*$;
- Step 8 如果 $P_{r_c}(x^*) = 1$, 则转 Step 10; 否则: $j = j + 1$, 如果 $j \leq C_i^{k-1}$, 转 Step 4;
- Step 9 $i = i + 1$, 如果 $i \leq k$, 则转 Step 3;
- Step 10 输出 $\varphi_{x_0}^*(T_c) = \eta_c$, 等待, 转 Step 1.

关于上述算法有几点说明:

- 1) 控制器的输出 $\varphi_{x_0}^*(T_c)$ 在“使并发变迁的个数最大”的意义下是最优的。
- 2) 当同时存在几个“最优”控制时, 本算法只是随机地选择了其中之一, 在具体应用时, 若对各个可直控变迁确定了优先级, 则可在第三步的编号中将优先级大的排在前面。
- 3) 第 10 步的“等待”可按具体情况解释成“等待一个时间间隔”或“等待一个事件触发信号”。

参 考 文 献

- [1] Ramadge, P. J. and Wonham, W. M. . Supervisory Control of a Class of Discrete Event Process. SIAM J. Control and Optimization, 1987, 25(1):206—230
- [2] Holloway, L. E. and Krogh, B. H. . Synthesis of Feedback Control Logic for a Class of Controlled Petri Nets. IEEE Trans. Automat. Contr., May 1990, AC-35(5):514—523
- [3] Krogh, B. H. and Holloway, L. E. . Synthesis of Feedback Control Logic for Discrete Manufacturing Systems. Automatica. 1991, 27(4):641—651
- [4] Li, Y. and Wonham, W. M. . Linear Integer Programming Techniques in the Control of Vector Discrete-Event Systems. Proc. 27th. Annual Allerton Conf. on C. C. C., Sep, 1989
- [5] Cohen, Guy, et al. . A Linear System Theoretic View of Discrete Event Process and Its Use for Performance Evaluation in Manufacturing. IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, AC-30(3):210—220

An Algebraic Model of DEDS and the Analysis and Computation of the Controller

ZHAO Zhenyi and SONG Wenzhong

(Automation Research Institute, Southeast University · Nanjing, 210018, PRC)

Abstract: An algebraic model for DEDS is proposed in accord with the graphic expression of Petri Net in this article. This model can be used to calculate the maximal state of acyclic, no-competing Petri Nets. By using this model, a dynamic feedback controller is given.

Key words: discrete event; state feedback; Predicate; Petri Net; algebraic model

本文作者简介

赵正义 1962年生,1983年毕业于南京工学院自动控制系,1989年于东南大学自动化所获硕士学位,曾在国家建材局秦皇岛玻璃设计院和镇江船舶学院工作,现为东南大学自动化所博士生.目前主要研究方向为离散事件动态系统.

宋文忠 1936年生,1960年毕业于南京工学院动力工程系,现任东南大学自动化研究所教授,博士生导师.从事生产过程自动化及计算机集成制造系统的研究.

国际会议消息

(转载 IFAC NEWSLETTER 1993, No. 6)

Title	1995	Place	Deadline	Further Information
IFAC Symposium (7th) Large Scale Systems, Theory and Applications	July 11-13	London UK	15 Sept. 1994	Prof. P. D. Roberts Control Engineering Research Centre City University Northampton Square London EC1V 0HB, UK FAX+44/71/477 8568
IFAC Conference Youth Automation IYA '95	Aug. 8-10	Beijing China, P. R.	30 Nov. 1994	Dr. Li Sun, IFAC Conference IYA '95 CAST Industrial Engineering Co 22 Baiwanzhong Street, Xichengqu Beijing 100037, China, P. R. FAX+861/8326042 or 861/2545229(CAA)
IFAC Symposium (8th) Automation in Mining, Mineral and Metal Processing	Aug. 29-31	Sun City South Africa	1 Sept. 1994	SACAC Private Bag 34, Auckland Park 2006 Transvaal, RSA FAX+27/11 638 4435
1995 European Control Conference (in cooperation with IFAC)	Sept. 5-8	Rome Italy	1 Oct. 1994	ECC 95 Secretariat D I S, Univ. degli Studi di Roma Via Eudossiana 18 I-00184 Rome, Italy FAX+39/6/44 585367 e-mail, ecc95@irmunisa.ing.uniroma1.it
IFAC Symposium Low Cost Automation	Sept. 13-15	Buenos Aires Argentina	30 Sept. 1994	AADECA, Eng. A. T. Casucci Av. Callao 220 1oB 1022 Buenos Aires, Argentina FAX+54/1/463780
International Symposium Advanced Vehicle Control for Active Safety and Ride Comfort	Oct. 24-28	Tsukuba Japan	1 Jan. 1994	AVEC'94, Technical Activity Div., Society of Automotive Eng. of Japan Inc., 10-2 Goban- cho Chiyoda-ku, Tokyo 102, Japan FAX: +81/3/3261-2204
IFAC Workshop Trends in Hydraulic and Pneumatic Components and Systems	Nov. 15-16	Chicago, IL USA	15 May 1994	Prof. David N. Wormley Dean of Engineering Pennsylvania State University University Park, PA 16802, USA FAX 814/863-4749 e-mail, dnw@cas.psu.edu

(下转第 202 页)