

基于状态空间模型的最小熵反褶积

王 英

阎平凡

(中国科学院自动化研究所·北京, 100080) (清华大学自动化系·北京, 100084)

摘要: 本文提出了基于状态空间模型的最小熵反褶积方法用于辨识非最小相位系统. 该方法用状态空间模型对系统建模, 首先用最小二乘反褶积估计对应真实系统的最小相位系统, 然后用由最优平滑器估计的输入序列构造熵函数搜索具有真实相位的系统, 利用主导极点的概念提出了启发式搜索算法, 大大减少了搜索时间. 仿真及应用于实际数据均表明本文方法是行之有效的.

关键词: 反褶积; 系统辨识; 信号处理; 非最小相位系统

1 引 言

在输入为不可量测随机信号条件下, 辨识非最小相位系统出现在许多应用领域. 本文以地震信号处理为背景研究这一问题. 信号模型

$$z(t) = w(t) * \mu(t) + n(t), \quad (1.1)$$

其中 $z(t)$ 是量测输出称之为地震记录, $w(t)$ 是与入射波有关的确定性信号称之为子波, $\mu(t)$ 与地下结构及反射强度有关称之为反射率序列. $\mu(t)$ 具有随机性将其视为系统输入而将 $w(t)$ 视为系统脉冲响应.

目前, 辨识方法有很多种. 较有名的是最小熵反褶积^[1], 该方法已在实际中得到应用, 但存在着辨识结果的唯一性问题.

我们^[2]对唯一性进行了理论分析, 以此为基础, 本文提出了基于状态空间模型的最小熵反褶积算法, 解决了不唯一性问题. 在搜索系统相位时, 计算量以 2 的幂次方增长. 为减少计算时间, 利用控制理论中的主导极点概念, 提出了启发式搜索算法大大减少了计算时间. 仿真表明本文方法是可行的, 应用于实际数据表明本文方法是行之有效的.

2 最小熵反褶积原理

从势力学角度讲, 熵是分子热运动状态的概率度量, 在数学中为问题的不确定度^[3]. Wiggins^[1]假设 $\mu(t)$ 为“稀疏”尖脉冲序列, 可认为其具有一定的“确定性”, 当其与子波卷积后破坏了这种“确定性”从而熵变大, 为此估计逆子波使

$$\hat{\mu}(t) = \hat{w}^{-1}(t) * z(t) \quad (2.1)$$

返回到原来的“确定性”状态, 即使熵达最小. Wiggins 定义的熵函数为

$$E_w[\hat{\mu}(t)] = \left[\sum_{t=1}^N \hat{\mu}^2(t)/N \right]^2 / \left[\sum_{t=1}^N \hat{\mu}^4(t)/N \right] \quad (2.2)$$

来源于数理统计中的因素分析方法.

文^[4]指出, 熵函数的选择能够以 Shannon 定义的熵为基础, 这样, 可从信息论的角度

来解释最小熵概念. 对于零均值的高斯分布信号来讲, 如果已知其二阶统计矩, 则就可推知其所有的高阶矩, 而非高斯信号则不具备这个性质. 因此, 高斯信号提供的信息量大, Shannon 熵值大, 非高斯信号提供的信息量小, Shannon 熵值小. 理论证明当 $\mu(t)$ 满足非高斯分布时, 才有可能利用输出信号的高阶统计矩估计非最小相位子波 $w(t)$. 因此, 应当估计 $w(t)$ 及做反褶积使得 $\hat{\mu}(t)$ 的 Shannon 熵最小. 从这个意义上, 所有以非二次型目标函数为准则估计 $w(t)$ 及做反褶积得到 $\mu(t)$ 的辨识方法, 均属于最小熵反褶积之列, 给定的目标函数称之为熵函数, 以别于以二次型目标函数为基础的最小二乘反褶积, 由于目标函数不同, 前者可以解决相位不加限制条件下的反褶积问题而后者不能.

3 最小熵反褶积算法选择

从(2.2)式看出, 当估计的子波等于地震记录时, 估计的反射率序列等于 δ 脉冲, 对应的熵值达最小. 显然, 这在一般情况下是不正确的解. 因此, 需研究在何种约束条件下, 利用给定的熵函数做反褶积, 所得结果正确. 这是地震信号处理领域中一直存在但没有解决的问题.

我们已在文[2]中, 对唯一性进行了理论分析, 得出的结论是: 当 $\mu(t)$ 为 4 阶不相关非高斯零均值序列且其 4 阶累积量大于零时, 利用(2.2)式所得到的反褶积结果正确. 经过对实际的测井数据进行统计分析, 可以得出 $\mu(t)$ 满足上述约束条件的结论.

根据理论分析, 这里采纳的算法是: 首先利用四阶不相关也是二阶不相关的性质, 通过最小二乘反褶积^[5]估计最小相位子波, 然后利用(2.2)式判断子波相位. 由于子波的零点可能很多, 因此有很多子波对应着相同的最小相位子波, 从而使搜索相位的时间变得很长. 为此, 采纳启发式搜索算法. 综上所述, 得到图 1 所示的最小熵反褶积算法.

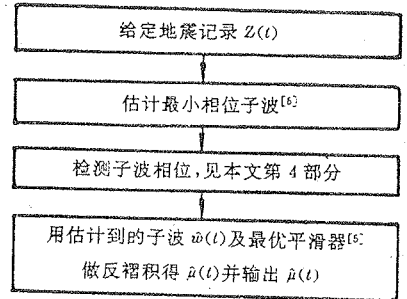


图 1 最小熵反褶积总流程图

4 启发式搜索算法

子波可用 ARMA(n, m) 模型对其建模^[6], 非最小相位特征表现在 MA 部分, AR 部分是最小相位的, 因此仅需对 MA 部分进行相位搜索. 为讨论方便起见, 首先定义几个符号.

$$\mathcal{S} \triangleq \left[\sum_{i=1}^n a_i; \sum_{i=1}^l z_i, k(i); b_0 \right] \quad (4.1)$$

代表着一个子波, 其 z 变换为

$$W(z) = b_0 \left[\prod_{i=1}^l c_i(z) \right] / [1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}]. \quad (4.2)$$

其中

$$c_i(z) = \begin{cases} (1 - z_i z^{-1})(1 - z_i^* z^{-1}), & k(i) = 2, \\ (1 - z_i z^{-1}), & k(i) = 1, \end{cases} \quad (4.3)$$

$$m = \sum_{i=1}^l k(i). \quad (4.4)$$

$k(i)$ 等于 2 代表 z_i 是复零点, $k(i)$ 等于 1 代表 z_i 为实零点, 称 $c_i(z)$ 为 \mathcal{S} 的第 i 个因子. 定义

$$\mathcal{S} = T_{\min}(i)\mathcal{S} \quad (4.5)$$

意味着将 \mathcal{S} 中的第 i 个因子变为最小相位,其它保持不动得到的子波;定义

$$\mathcal{S} = T_{\max}(i)\mathcal{S} \quad (4.6)$$

代表将第 i 个因子换为最大相位,其它保持不动得到的子波.

给定 \mathcal{S} , 将其代入文[5]中的状态空间模型即可由最优平滑器得到 $\hat{\mu}(t)$, 用记号 $\hat{E}_w[\mathcal{S}]$ 代表与之相对应的 $\hat{E}_w[\hat{\mu}(t)]$. 用 \mathcal{S}_{\min} 表示最小相位子波, \mathcal{S}_{\max} 表示最大相位子波. 任意给定与 \mathcal{S}_{\min} 具有相同幅度谱的子波, 其与具有真实相位的子波之间仅差一个全通滤波器 $A(z)$

$$A(z) = a_{p_1}(z)a_{p_2}(z)\cdots a_{p_n}(z). \quad (4.7)$$

其中 $a_{p_j}(z)$ 具有形式

$$a_{p_j}(z) = \begin{cases} (z - z_{p_j})/(1 - z_{p_j}z), & k(p_j) = 1, \\ (z - z_{p_j})(z - z_{p_j}^*)/[(1 - z_{p_j}z)(1 - z_{p_j}^*z)], & k(p_j) = 2. \end{cases} \quad (4.8)$$

将 $a_{p_j}(z)$ 称为 $A(z)$ 的第 i 个因子.

有了上述符号及定义,就可将启发式搜索算法的原理叙述如下:利用控制理论中的主导极点概念,整个系统瞬态响应的速度取决于系统中响应最慢的极点位置,将其补偿(去掉)后将会提高系统瞬态响应速度,或者说系统脉冲响应更“接近” δ 脉冲.对(1.1)式给定的系统,在幅度谱已知及不考虑噪声情况下, $\hat{\mu}(t)$ 与真实的 $\mu(t)$ 之间具有关系

$$\hat{\mu}(t) = a(t) * \mu(t).$$

$a(t)$ 是 $A(z)$ 的逆变换,可视为脉冲响应.将某些因子加入到 $a(t)$ 或从中去掉,会使 $a(t)$ 的形状发生很大变化,从而 $\hat{\mu}(t)$ 的熵值变化很大.利用上述原理,以 $\hat{E}_w[\mathcal{S}_{\min}]$ 及 $\hat{E}_w[\mathcal{S}_{\max}]$ 为参考来判 \mathcal{S} 中每一个因子的相位.对 \mathcal{S}_{\min} 做变换 $T_{\max}(i)\mathcal{S}_{\min}$, 如果 $T_{\max}(i)$ 的确是 \mathcal{S} 的一个真实相位因子,则 $\hat{E}_w[T_{\max}(i)\mathcal{S}_{\min}]$ 应小于 $\hat{E}_w[\mathcal{S}_{\min}]$. 同样,子波 $T_{\max}(i)\mathcal{S}_{\max}$ 与 \mathcal{S}_{\max} 两个子波对应的熵函数之间可以做类似的比较.

由于 $T_{\max}(i)\mathcal{S}_{\min}$ 产生的全通滤波器与 $T_{\min}(i)\mathcal{S}_{\max}$ 产生的全通滤波器是不相同的,因此由 $\hat{E}_w[T_{\max}(i)\mathcal{S}_{\min}] < \hat{E}_w[\mathcal{S}_{\min}]$ 及 $\hat{E}_w[T_{\min}(i)\mathcal{S}_{\max}] > \hat{E}_w[\mathcal{S}_{\max}]$ 判断第 i 个因子为非最小相位减少了出错概率.同样,由 $\hat{E}_w[T_{\max}(i)\mathcal{S}_{\min}] > \hat{E}_w[\mathcal{S}_{\min}]$ 及 $\hat{E}_w[T_{\min}(i)\mathcal{S}_{\max}] < \hat{E}_w[\mathcal{S}_{\max}]$ 判断第 i 个因子为最小相位也减少了出错概率.

当 $l \leq 4$ 时,最多仅需计算 16 次即可得到全局最优解,因此采用直接搜索算法;而当 $l > 4$ 时,利用上述原理减少不确定相位因子的个数,当其值等于 4 时,则采用直接搜索不再使用启发式搜索.综上所述,搜索算法如下:

步 1 如果 $l \leq 4$, 令 $\mathcal{S}_T = \mathcal{S}_{\min}$, $N_u = l$, 转步 16.

步 2 计算 $f(0) = \hat{E}_w[\mathcal{S}_{\min}]$; $F(0) = \hat{E}_w[\mathcal{S}_{\max}]$; $f[j] = \hat{E}_w[T_{\max}(j)\mathcal{S}_{\min}]$; $F[j] = \hat{E}_w[T_{\min}(j)\mathcal{S}_{\max}]$.

步 3 排序得 $f[j(1)] \leq \cdots \leq f[j(l)]$; $F[i(1)] \leq \cdots \leq F[i(l)]$.

步 4 令 $s(1) = 1.2$; $s(2) = 1.1$; $s(3) = 1.05$; $s'(1) = 0.85$; $s'(2) = 0.95$; $s'(3) = 1.0$; $k=1$; $m=1$; $N_u = l$; $N(I) = 0$, $I = 1, 2, \dots, l$.

步 5 如果 $N(m) = 0$, 则表示第 $j(m)$ 个因子的相位不确定,做步 6; 否则转步 9.

步 6 如果 $f[j(m)] \leq s'(k)f(0)$ 且对 $i(n) = j(m)$ 有 $F[i(n)] \geq s(k)F(0)$, 则令 $N(m) = -1$, 相位不确定因子个数 $N_u = N_u - 1$, 转步 8.

步 7 如果 $f[j(m)] \geq s'(k)f(0)$ 且对 $i(n) = j(m)$ 有 $F[i(n)] \leq s(k)F(0)$, 则令 $N(m) = 1$, 相位不确定因子个数 $N_u = N_u - 1$.

步 8 如果 $N_u = 4$, 将已确定相位的因子按其正确相位替换 \mathcal{S}_{\min} 中对应的因子, 形成 $\hat{\mathcal{S}}_T$, 转步 16.

步 9 $m = m + 1$, 如果 $m \leq l$, 转步 5.

步 10 $m = 1, k = k + 1$, 如果 $k \leq 3$, 转步 5.

注 $N_u > 4$, 做步 11 至步 15.

步 11 $m = 1$, 如果 $f(0) \leq F(0)$, 则令 $\tilde{x}(0) = f(0)$, $\hat{\mathcal{S}}_T = \mathcal{S}_{\min}$, 否则令 $\tilde{x}(0) = F(0)$, $\hat{\mathcal{S}}_T = \mathcal{S}_{\max}$, 修改 $\hat{\mathcal{S}}_T$, 使得已确定相位的因子在 $\hat{\mathcal{S}}_T$ 中保持正确的相位.

步 12 如果 $N(m) \neq 0$, 令 $\tilde{x}(m) = \tilde{x}(m-1)$, 转步 14.

步 13 如果 $f(0) \leq F(0)$, 计算 $\tilde{x}(m) = \hat{E}_w[T_{\min}(j(m))\hat{\mathcal{S}}_T]$, 否则计算 $\tilde{x}(m) = \hat{E}_w[T_{\min}(j(m))\hat{\mathcal{S}}_T]$.

步 14 如果 $\tilde{x}(m) > \tilde{x}(m-1)$, 转步 17.

步 15 令 \mathcal{S}_T 等于对应 $\tilde{x}(m)$ 的子波, $m = m + 1$, 如果 $m \leq l$, 转步 13, 否则转步 17.

步 16 对 \mathcal{S}_T 中相位不确定因子进行不同相位的组合生成 2^N 个子波并计算这些子波对应的熵函数, 使熵函数达最小者好为真实子波的估计 \mathcal{S}_T .

步 17 输出辨识结果 \mathcal{S}_T , 搜索结束.

当 $l > 4$ 时, 利用本文的启发式搜索算法所需的最大搜索次数为

$$N = \max[3l + 1, 2(l + 1) + 16].$$

这样, 当 $l = 10$ 时, 最大搜索次数为 38 远远小于 1024.

5 仿真及实际数据测试

给定真实子波

$$\mathcal{S}_T = \left\{ \sum_{i=1}^2 a_i; \sum_{i=1}^6 z_i, k(i); b_0 \right\}.$$

其中 $a_1 = -1.293$, $a_2 = 0.7866$;

$$z_1 = 0.9931 + j0.2806, \quad z_2 = -0.9185 + j0.5990,$$

$$z_3 = 0.2916, \quad z_4 = -0.3130 + j0.9800,$$

$$z_5 = -1.211, \quad z_6 = 0.3225 + j1.022;$$

$$b_0 = 0.2325.$$

将其与测井数据做卷积, 用本文算法做反褶积, 所得到的估计子波见图 2(b), 因篇幅所限, 不再给出反褶积后的地震剖面. 对图 3(a) 所示的真实地震数据做反褶积所得到的结果见图 3(b). 在这里, 因篇幅所限不再给出与其它方法的比较.

另外, 我们对最大相位及最小相位系统也做了仿真. 结果表明不会产生错误的判断.

6 小结

从仿真看出, 不论真实子波为混合相位、最大相位及最小相位, 用本文的启发式搜索

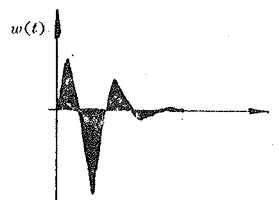


图 2(a) 真实子波

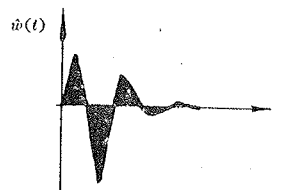


图 2(b) 估计子波

算法都能检测到真实子波. 由于子波相位检测正确, 做反褶积后进一步提高了地震剖面分辨率. 高分辨率地震勘探是地震信号处理领域一直追求的目标之一.

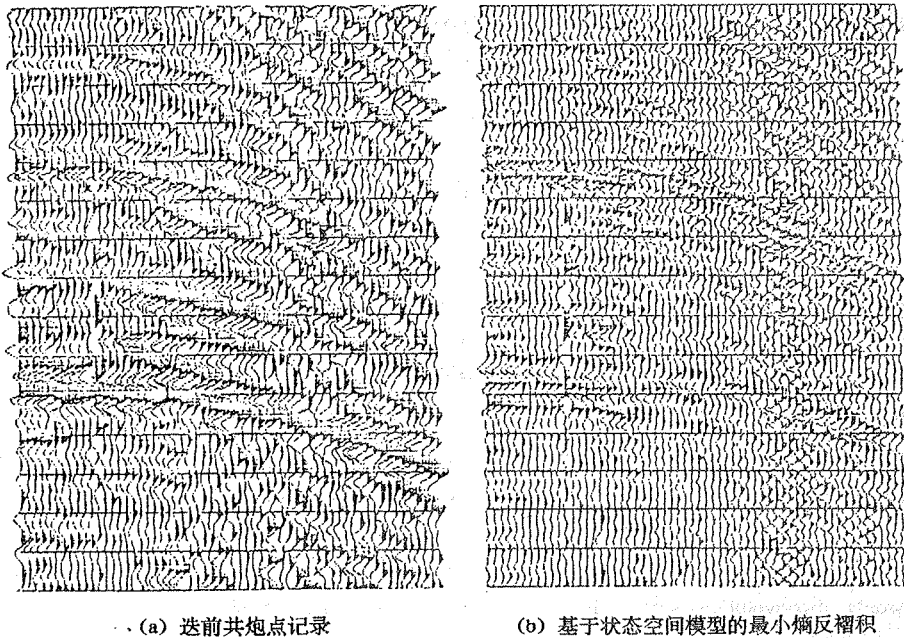


图 3 由实际数据做反褶积

与目前在实际中使用的最小熵反褶积方法相比, 本文用有限阶次 ARMA(n, m) 建模比直接估计逆子波减少了待估计参数个数, 并从理论上保证了最小熵反褶积给出正确的结果, 这是一直未能解决的问题.

应用于实际数据时, 本文方法能大大提高地震剖面的分辨率.

本文以地震信号处理领域为背景, 研究了进行最小熵反褶积的算法. 事实上, 本文提出的首先估计最小相位系统, 然后利用启发式搜索算法搜索相位的方法适合于所有的以非二次型目标函数为准则对随机线性系统进行辨识的问题.

参 考 文 献

- [1] Wiggins, R. A. . Minimum Entropy Deconvolution. Geoplot, 1978, 16:21-35
- [2] 王英, 阎平凡, 常迺. 非最小相位线性系统的可辨识性及辨识方法——平稳输入. 自动化学报
- [3] 捷莫尼科夫等著, 高远译. 信息工程理论基础. 北京: 机械工业出版社, 1985
- [4] Godfrey, B. . An Information Theory Approach to Deconvolution. SEP Report, 1978, (15):157-182
- [5] 王英, 阎平凡. 基于状态空间模型的最小二乘反褶积. 控制理论与应用, 1991, 8(4):414-418

Minimum Entropy Deconvolution Based on State Space Model

WANG Ying

(Automation Institute, Chinese Academy of Sciences • Beijing, 100080, PRC)

YAN Pingfan

(Department of Automation, Tsinghua University • Beijing, 100084, PRC)

Abstract: In this paper, the method of minimum entropy deconvolution is proposed to identify the non-minimum phase system. The system is modelled as the state space model. Least square deconvolution is used to identify the minimum phase system corresponding to the system of the true phase, that is to estimate the amplitude spectrum of the system. The phase of the system is searched according to the entropy which is the function of the input sequence estimated by the optimal smoother. The heuristic search algorithm is proposed from the idea that a system has the leading poles which dominate the transient response of the system. The searching time is greatly reduced by this algorithm.

It is shown that the method is effective both from simulation and from applying it to the real seismic data.

Key words: deconvolution; system identification; signal processing; non-minimum phase system

本文作者简介

王 英 女. 1962年生. 1982年在东北工学院工企自动化专业获学士学位. 分别于1984年及1988年在清华大学自动化系获硕士学位和博士学位. 1992年在中国科学院自动化所晋升副研究员. 1992年至今在玛丽兰大学自动化研究中心进修. 研究工作兴趣为图像处理及识别, 神经网络, 计算机视觉. 目前研究领域为图像处理及识别.

阎平凡 清华大学自动化系教授. 博士生导师. 研究工作兴趣: 计算机视觉, 智能控制及应用, 人工神经网络及应用.