

# 用神经网络进行 非线性离散动态系统辨识的可行性

刘延年 冯纯伯

(东南大学自动化所·南京, 210018)

**摘要:** 本文通过证明由神经网络组成的动态系统具有可以逼近满足一定条件的非线性离散动态系统到任意精度的能力, 以及讨论将其作为辨识模型对非线性离散动态系统进行实时辨识时系统的稳定性, 对用神经网络进行非线性离散动态系统辨识的可行性进行了探讨, 并提出了有待解决的问题.

**关键词:** 神经网络; 非线性离散动态系统; Lyapunov 函数

## 1 引言

近年来, 基于神经网络的控制系统作为一个新兴领域, 引起控制工作者的广泛关注<sup>[1]</sup>. 神经网络之所以能引起控制界特别是非线性系统控制工作者的兴趣, 在于 1) 神经网络具有逼近任何非线性函数的能力; 2) 神经网络由简单单元采用并行结构组成的特点, 使其易于用具有并行特征的 VLSI 实现, 从而使神经网络具有快速和高容错性的优点; 3) 神经网络自身的结构和其多入多出的特点, 使其易于多变量系统的辨识和控制, 且与其它逼近方法相比更经济; 4) 神经网络具有自学习和自适应的特性. 而在非线性系统控制领域, 至今为止, 只能对某一类非线性系统采用相平面法、线性化技术、描述函数法等进行控制器的分析和设计, 还未有通用性强的对非线性系统的控制器进行综合设计的方法, 其原因之一就是由于非线性系统的多样性和复杂性使其缺乏通用性强的非线性系统的模型, 而神经网络的出现顺应了这一需要, 神经网络以自身特性表明它有望在非线性的控制中起到如传递函数在线性系统中所起的作用.

基于神经网络的控制系统作为一个新兴的研究领域, 虽有许多成功的仿真实例<sup>[1]</sup>, 但其理论上的研究尚处于起步阶段, 许多问题有待于进行理论上的研究, 如虽然各种控制方案大都是建立在将神经网络组成的动态系统作为非线性被控系统及其逆系统的辨识模型基础上的, 且普遍采用反向传播算法作为辨识算法, 但其均未从理论上研究要将神经网络作为辨识模型所应具备的条件, 即模型的存在性和适应范围, 以及用反向传播算法进行辨识的可行性. 本文在这方面做了一些工作. 首先, 从理论上证明了满足一定条件的非线性离散动态系统, 可用由神经网络组成的动态系统作为其辨识模型; 接着, 利用稳定性理论, 讨论了用由神经网络组成的动态系统作为辨识模型, 采用最常用的神经网络学习算法——反向传播算法对非线性离散动态系统进行实时辨识时, 系统的稳定性以及算法的收敛性, 从而对用神经网络进行非线性离散动态系统辨识的可行性进行了研

究.

## 2 神经网络的一般形式

一般来说,神经网络可用由图1所示的神经元相互连结组成的网络来代表,其中  $y_i$  为网络中神经元的输出,  $u_i$  为外界输入,  $w_i$  为常数,其描述方程为

$$v_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}y_j(t) + \sum_{k=1}^M b_{ik}u_k(t) + w_i, \quad (1)$$

$$x_i(t) = \int_{-\infty}^t h(t-t')v_i(t')dt', \quad (2)$$

$$y_i(t) = g(x_i(t)). \quad (3)$$

$h(t)$  一般取框中五种冲击响应之一,  $g(\cdot)$  一般取框中五种非线性函数之一,  $a_{ij}, b_{ik}$  代表了网络的拓朴特性,而当  $h(t) = \delta(t)$  时,网络为静态网络,否则则为动态网络.

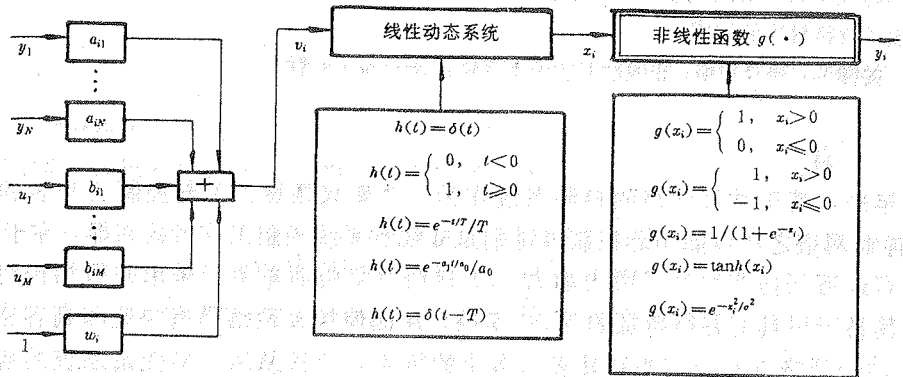


图 1 神经元的模型

非线性动态系统辨识中最常用到的神经网络为多层前向 BP 网络<sup>[2]</sup>和 RBF (Radial Basis Function) 网络<sup>[3~5]</sup>. 前者的网络拓朴结构如图 2 所示,其神经元的  $h(t) = \delta(t), g(x_i) = 1/(1 + e^{-x_i})$  或  $g(x_i) = \tanh(x_i)$ . 若令网络输入的维数为  $n_0$ , 第  $k$  层神经元的个数为  $n_k (1 \leq k \leq L)$ , 那么第  $k$  层第  $i$  个神经元的输入输出关系表达式为

$$v_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{n_{k-1}} a_{ij}^{(k)} y_j^{(k-1)} + w_i, \quad (4)$$

$$y_i^{(k)} = g(v_i^{(k)}), \quad 1 \leq i \leq n_k, 1 \leq k \leq L. \quad (5)$$

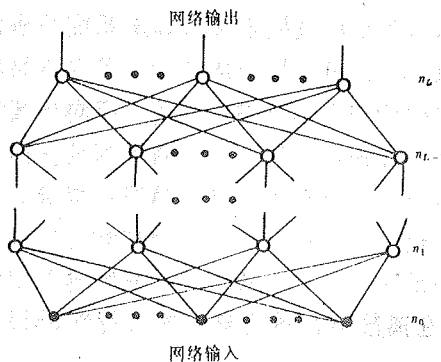


图 2 前向 BP 网的拓朴结构

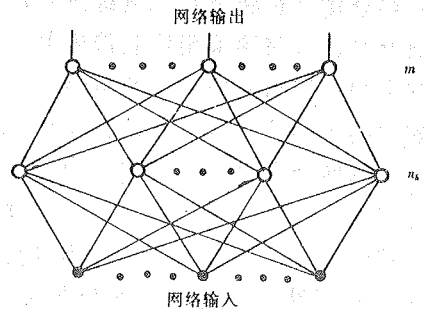


图 3 RBF 网的拓朴结构

后者的网络拓扑结构如图 3 所示. 对于输出层的神经元其  $b_{0i}=0$ , 取  $v_i$  为其输出; 对于输入层的神经元其  $a_{ij}=0$ ,  $h(t)=\delta(t)$ ,  $g(x)=e^{-x^2/\rho^2}$ . 若令输入层和输出层神经元的个数分别为  $n_1$  和  $m$ ,  $c_j$  和  $\rho_j$  分别为 RBF 的中心和宽度, 那么网络的输入输出关系为

$$f_i(u) = \sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} \exp(-\|u - c_j\|^2 / \rho_j^2), \quad 1 \leq i \leq m.$$

文[6~9]分别证明了含有隐层的前向 BP 网和 RBF 网均能逼近连续函数  $f: D_f \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  ( $D_f$  为闭包) 到任意精度.

### 3 用神经网络组成的动态系统代表非线性离散动态系统的可能性

若令  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  为系统的状态向量,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  为输入,  $y(k) \in \mathbb{R}^r$  为输出, 那么一般的非线性离散动态系统的表达式为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= g(x(k), u(k)), \quad x(0) = x_0, \\ y(k) &= h(x(k), u(k)). \end{aligned} \quad (6)$$

这里假设其满足如下条件

**条件 1** 若定义  $u$  的取值范围为集合  $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ , 那么  $\forall u \in \Omega, x_0 \in \mathbb{R}^n$ , 对于有限的  $M$ , 恒有  $\|x(M)\| + \|y(M)\| < \infty$ , 即系统是稳定的.

**条件 2** 函数  $g: \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^n$  和  $h: \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^r$  是连续的, 且  $g, h$  满足 Lipschitz 条件, 即系统的解是唯一的.

常用来作为非线性离散系统辨识模型的神经网络为静态网络, 要其成为非线性离散动态系统的模型必须组成动态系统, 故下面讨论用满足条件

**条件 3**  $\forall \varepsilon > 0$ , 对于任意的连续函数  $f: C \rightarrow \mathbb{R}^r$  (其中  $C \subset \mathbb{R}^r$  为闭集), 均存在网络参数  $w^*$ , 使网络的输出  $\hat{f}(x, w^*)$  满足

$$\max_{x \in C} \|f(x, w^*) - f(x)\| < \varepsilon$$

的神经网络按图 4 组成的动态系统是否存在网络参数  $w_g^*$  和  $w_h^*$ , 使其对于控制集中任意的控制向量, 在任意的相同初态下, 与(6)式所示系统有充分接近的输出, 定理 1 给出了肯定的回答.

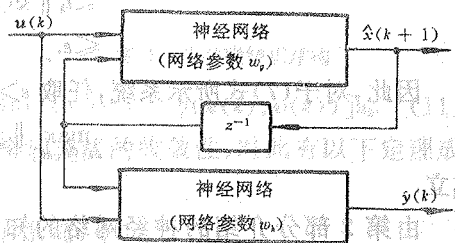


图 4 由神经网络组成的动态系统

**定理 1** 对于图 4 所示的由满足条件 3 的神经网络组成的系统

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \hat{g}(\hat{x}(k), u(k), w_g), \\ \hat{y}(k) &= \hat{h}(\hat{x}(k), u(k), w_h), \end{aligned} \quad (7)$$

若  $\hat{x}(0) = x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, u \in \Omega \subset \mathbb{R}^m, \Omega$  为闭集, 那么对于  $\forall \varepsilon > 0$ , 必存在网络参数  $w_g^*, w_h^*$ , 使得  $\forall u \in \Omega$ , 均有与满足条件 1 和条件 2 的(6)式所示系统充分接近的输出, 即

$$\max_{k \in [0, M]} \|y(k) - \hat{y}(k)\| < \varepsilon, \quad (M \text{ 为正整数}).$$

**证** 由条件 1 和条件 2 知, 当  $x(0) = x_0$  时, 存在一正数  $d$ , 使得差分方程(6)的解满足

$$\|x(k) - x_0\| \leq d, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M.$$

设  $C = \{(x, u) \in \mathbb{R}^{n+m}, \|x - x_0\| \leq d + \varepsilon, u \in \Omega\}$ . 由条件 2 可知, 对于(6)式所示系统, 必存在正数  $l_g, l_h$ , 使得  $\forall (x_1, u), (x_2, u) \in C$ , 均有

$$\begin{aligned}\|g(x_1, u) - g(x_2, u)\| &\leq l_g \|x_1 - x_2\|, \\ \|h(x_1, u) - h(x_2, u)\| &\leq l_h \|x_1 - x_2\|\end{aligned}$$

成立.

由条件 3 知, 对于(7)式所示系统, 若取  $\varepsilon_h = \frac{\varepsilon}{2} > 0$ ,  $\varepsilon_g = \frac{\varepsilon}{2l_h \sum_{n=0}^{M-1} l_g^n} > 0$ , 那么必存在  $w_g^*$  和

$w_h^*$ , 使

$$\begin{aligned}\max_{(x, u) \in C} \|g(x, u, w_g^*) - g(x, u)\| &\leq \varepsilon_g, \\ \max_{(x, u) \in C} \|\hat{h}(x, u, w_h^*) - h(x, u)\| &\leq \varepsilon_h\end{aligned}$$

成立.

故取  $w_g = w_g^*$ ,  $w_h = w_h^*$  时, 有

$$\begin{aligned}\|x(k) - \hat{x}(k)\| &= \|g(x(k-1), u(k-1)) - \hat{g}(\hat{x}(k-1), u(k-1), w_g^*)\| \\ &\leq \|g(x(k-1), u(k-1)) - g(\hat{x}(k-1), u(k-1))\| \\ &\quad + \|\hat{g}(\hat{x}(k-1), u(k-1), w_g^*) - g(\hat{x}(k-1), u(k-1), w_g^*)\| \\ &\leq l_g \|x(k-1) - \hat{x}(k-1)\| + \varepsilon_g.\end{aligned}$$

这样

$$\|x(k) - \hat{x}(k)\| \leq \sum_{n=0}^{k-1} l_g^n \varepsilon_g \leq \frac{\varepsilon}{2l_h}.$$

$$\begin{aligned}\|y(k) - \hat{y}(k)\| &= \|h(x(k), u(k)) - \hat{h}(\hat{x}(k), u(k), w_h^*)\| \\ &\leq \|h(x(k), u(k)) - h(\hat{x}(k), u(k))\| \\ &\quad + \|\hat{h}(\hat{x}(k), u(k), w_h^*) - h(\hat{x}(k), u(k), w_h^*)\| \\ &\leq l_h \|x(k) - \hat{x}(k)\| + \varepsilon_h \\ &\leq \varepsilon.\end{aligned}$$

因此, 对于(7)式所示系统, 任取  $\varepsilon > 0$ , 必存在  $w_g^*$ ,  $w_h^*$ , 使得对于任意  $u \in \Omega$ , 均有

$$\max_{k \in [0, M]} \|y(k) - \hat{y}(k)\| < \varepsilon$$

成立.

由第 2 部分介绍的神经网络的知识可知, 定理 1 实际上说明了多层前向 BP 网或 RBF 网按图 4 组成的动态系统, 可以成为稳定的且其解是唯一的非线性离散动态系统的精确模型.

下一部分讨论如何求  $w_g^*$  和  $w_h^*$  的问题.

#### 4 辨识算法的收敛性

由于工程中常遇到的非线性系统多为仿射系统, 而且大多数非线性控制方案也都是针对仿射系统的, 故这里将单入单出的非线性系统

$$y_{k+1} = f(y_k, \dots, y_{k-n+1}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m}) + g(y_k, \dots, y_{k-n+1}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m})u_k \quad (8)$$

作为辨识对象. 目前基于神经网络的控制系统的<sup>[1]</sup>中, 最常用的神经网络辨识模型是多层前向 BP 网组成的系统, 最常用的算法是反向传播算法, 我们分析在这种情况下辨识算法的收敛性.

若取其状态变量为  $x_i(k) = y_{k-n+i}$ ,  $x_{n+j}(k) = u_{k-m-1+j}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , 那么(8)式所示系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k), \\ \vdots \\ x_n(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u_k, \\ x_{n+1}(k+1) = x_{n+2}(k), \\ \vdots \\ x_{n+m}(k+1) = u_k, \\ y(k) = x_n(k). \end{cases}$$

这里, 不失一般性, 采用含一层隐层的前向 BP 网作为  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  的模型, 由文[6]和[7]知, 存在  $w^*$  和  $v^*$ , 使得

$$f(x(k)) \doteq \hat{f}(x(k), w^*) = \sum_{i=1}^p w_i^* H\left(\sum_{j=1}^{m+n} w_{ij}^* x_j + w_{i0}^*\right),$$

$$g(x(k)) \doteq \hat{g}(x(k), v^*) = \sum_{i=1}^q v_i^* H\left(\sum_{j=1}^{m+n} v_{ij}^* x_j + v_{i0}^*\right),$$

其中  $w^*$ ,  $v^*$  分别表示由全部  $w_i^*$ ,  $w_{ij}^*$  和  $v_i^*$ ,  $v_{ij}^*$  组成的向量,  $H(\cdot)$  为双曲函数, 即

$$H(x) = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x}).$$

这样, (8)式所示系统的输出可表为

$$y_{k+1} = \hat{f}(x(k), w^*) + \hat{g}(x(k), v^*)u_k, \quad (9)$$

若采用图 5 所示的串并联辨识结构, 那么

(8)式所示系统的神经网络辨识模型为

$$\hat{y}_{k+1} = \hat{f}(x(k), w(k)) + \hat{g}(x(k), v(k))u_k. \quad (10)$$

由(9)式和(10)式可得误差方程

$$e_{k+1} = [\hat{f}(x(k), w^*) - \hat{f}(x(k), w(k))] + [\hat{g}(x(k), v^*) - \hat{g}(x(k), v(k))]u_k. \quad (11)$$

下面讨论采用反向传播算法进行实时辨识时, 辨识算法的收敛性, 对此有以下定理成立.

**定理 2** 对于满足条件 1 和条件 2 的(8)式所示系统, 令

$$\theta(k) = [w^T(k) \ v^T(k)]^T, \quad \bar{\theta}(k) = [(w(k) - w^*)^T (v(k) - v^*)^T]^T,$$

$$\Delta_k = \left[ \left( \frac{\partial \hat{f}^T(x(k), w(k))}{\partial w(k)} \frac{\partial \hat{g}^T(x(k), v(k))}{\partial v(k)} u_k \right)^T \right] e_{k+1},$$

$$\gamma_k = 1 + \left\| \left( \frac{\partial \hat{f}^T(x(k), w(k))}{\partial w(k)} \frac{\partial \hat{g}^T(x(k), v(k))}{\partial v(k)} u_k \right)^T \right\|^2,$$

那么若采用反向传播算法进行实时辨识, 即

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \frac{\mu}{\gamma_k} \Delta_k, \quad 0 < \mu < 1, \quad (12)$$

则存在正数  $d$ , 当  $\|\bar{\theta}(0)\| < d$  时, 有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} w(k) = w^*, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = v^*$$

成立.

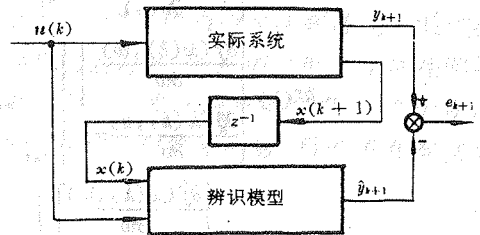


图 5 串并联辨识结构

证 因为  $f, g$  为连续函数, 故由中值定理知(11)式可写成

$$e_{k+1} = \xi(x(k), \bar{w}(k))(w^* - w(k)) + \zeta(x(k), \bar{v}(k))(v^* - v(k))u_h, \quad (13)$$

其中

$$\xi(x(k), \bar{w}(k)) = \left. \frac{\partial \hat{f}(x(k), w)}{\partial w} \right|_{\lambda w^* + (1-\lambda)w(k) = \bar{w}(k)}, \quad \lambda \in [0, 1],$$

$$\zeta(x(k), \bar{v}(k)) = \left. \frac{\partial \hat{g}(x(k), v)}{\partial v} \right|_{\alpha v^* + (1-\alpha)v(k) = \bar{v}(k)}, \quad \alpha \in [0, 1].$$

由(12)式知

$$\bar{\theta}(k+1) = \bar{\theta}(k) + \frac{\mu}{\gamma_h} \Delta_h, \quad (14)$$

取 Lyapunov 函数  $\varphi(k) = \bar{\theta}^T(k) \bar{\theta}(k)$ . 由(14)式知

$$\bar{\theta}^T(k+1) \bar{\theta}(k+1) = \bar{\theta}^T(k) \bar{\theta}(k) + \frac{2\mu}{\gamma_h} \bar{\theta}^T(k) \Delta_h + \frac{\mu^2}{\gamma_h^2} \Delta_h^T \Delta_h,$$

而

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^T(k) \Delta_h &= \bar{\theta}^T(k) \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{f}(x(k), w(k))}{\partial w(k)} \\ \frac{\partial \hat{g}(x(k), v(k))}{\partial v(k)} u_h \end{bmatrix} e_{k+1} \\ &= \bar{\theta}^T(k) \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{f}(x(k), w)}{\partial w} \\ \frac{\partial \hat{g}(x(k), v)}{\partial v} u_h \end{bmatrix} \Big|_{\bar{\theta}(k)} e_{k+1} + \left\{ \bar{\theta}^T(k) \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{f}(x(k), w)}{\partial w} \\ \frac{\partial \hat{g}(x(k), v)}{\partial v} u_h \end{bmatrix} \Big|_{\bar{\theta}(k)} \right. \\ &\quad \left. - \bar{\theta}^T(k) \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{f}(x(k), w)}{\partial w} \\ \frac{\partial \hat{g}(x(k), v)}{\partial v} u_h \end{bmatrix} \Big|_{\bar{\theta}(k)} \right\} e_{k+1} \\ &= -e_{k+1}^2 + \left\{ \left[ \sum_{i=1}^p \bar{w}_i \left( \frac{\partial \hat{f}}{\partial w_i} \Big|_{w(k)} - \frac{\partial \hat{f}}{\partial w_i} \Big|_{\bar{w}(k)} \right) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{m+n} \bar{w}_{ij} \left( \frac{\partial \hat{f}}{\partial w_{ij}} \Big|_{w(k)} - \frac{\partial \hat{f}}{\partial w_{ij}} \Big|_{\bar{w}(k)} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[ \sum_{i=1}^q \bar{v}_i \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial v_i} \Big|_{v(k)} - \frac{\partial \hat{g}}{\partial v_i} \Big|_{\bar{v}(k)} \right) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{m+n} \bar{v}_{ij} \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial v_{ij}} \Big|_{v(k)} - \frac{\partial \hat{g}}{\partial v_{ij}} \Big|_{\bar{v}(k)} \right) \right] u_h \right\} e_{k+1} \\ &\leq -e_{k+1}^2 + l_1 \|\bar{\theta}(k)\|^2 \|x(k)\| |e_{k+1}|, \end{aligned}$$

上面的推导用到双曲函数的特性和 Cauchy-Schwarz 不等式,  $l_1$  为某正数.

而

$$\begin{aligned} \frac{\mu^2}{\gamma_h^2} \Delta_h^T \Delta_h &= \frac{\mu^2}{\gamma_h^2} \left\| \left( \frac{\partial \hat{f}^T(x(k), w(k))}{\partial w(k)} \frac{\partial \hat{g}^T(x(k), v(k))}{\partial v(k)} u_h \right)^T \right\|^2 e_{k+1}^2 \\ &< \frac{\mu^2}{\gamma_h} e_{k+1}^2. \end{aligned}$$

令

$$l_2 = \frac{2\mu}{\gamma_h} - \frac{\mu^2}{\gamma_h}, \quad l_3 = \frac{2\mu l_1}{\gamma_h}.$$

由  $0 < \mu < 1$  知  $l_2 > 0$ .

故

$$\begin{aligned}\varphi(k+1) - \varphi(k) &= \frac{2\mu}{\gamma_k} \bar{\theta}^T(k) \Delta_k + \frac{\mu^2}{\gamma_k^2} \Delta^T(k) \Delta_k \\ &\leq -l_2 e_{k+1}^2 + l_3 \|\bar{\theta}(k)\|^2 \|x(k)\| |e_{k+1}|.\end{aligned}$$

又因(8)式所示系统满足条件 1, 因而存在正数  $l_4$ , 使  $\|x(k)\| \leq l_4$ . 因此

$$\varphi(k+1) - \varphi(k) \leq (-l_2 |e_{k+1}| + l_3 l_4 \|\bar{\theta}(k)\|^2) |e_{k+1}|.$$

所以, 存在  $d > 0$ , 当  $\|\bar{\theta}(0)\| < d$  时, 有

$$\varphi(k+1) - \varphi(k) \leq 0$$

成立.

由 Lyapunov 稳定性理论知, 上述结论证明存在正数  $d$ , 当  $\|\bar{\theta}(0)\| < d$  时, 有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} w(k) = w^*, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = v^*$$

成立.

定理 2 表明, 当用多层前向 BP 网和反向传播算法进行辨识时, 算法具有局部收敛性, 因反向传播算法本质上最速下降法, 不可能取得全局收敛的结果, 文[1]所评述的许多文章中的仿真结果也证实了这一点.

## 5 讨 论

本文证明了用神经网络组成的动态系统作为满足一定条件的非线性离散动态系统模型的可行性, 以及用反向传播算法进行实时辨识时算法的收敛性, 从而说明了用神经网络进行非线性系统辨识是一很有发展潜力的方向, 但还存在许多问题有待解决, 如充分激励问题、具有全局收敛性的辨识算法、以及神经网络结构的选取等等问题, 虽然不在本文研究范围之内, 但都是有待解决的大问题.

## 参 考 文 献

- [1] Hunt, K. J., et al.. Neural Network for Control Systems—a Survey. *Automatica*, 1992, 28, 1083—1112
- [2] Rumelhart, D. E. and McClelland, J. L.. *Parallel Distributed Processing*. MIT Press, Cambridge, MA, 1986
- [3] Broomhead, D. S. and Lowe, D.. *Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks*. *Complex Systems*, 1988, 2, 321—355
- [4] Moody, J. and Darken, C.. *Fast-Learning in Networks of Locally-Tuned Processing Units*. *Neural Computation*, 1989, 1, 281—294
- [5] Chen, S., et al.. *Practical Identification of NARMAX Models Using Radial Basis Functions*. *Int. J. Control*, 1990, 52, 1327—1350
- [6] Cybenko, G.. *Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function*. *Math. Control Signal Systems*, 1989, 2, 303—314
- [7] Funahashi, K. I.. *On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks*. *Neural Networks*, 1989, 2, 183—192
- [8] Hartman, E. J., et al.. *Layered Neural Networks with Gaussian Hidden Units as Universal Approximations*. *Neural Computation*, 1990, 2, 210—215
- [9] Park, J. and Sandberg, I. W.. *Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks*. *Neural Computation*, 1990, 3, 246—257

## The Feasibility of Using Neural Networks for the Identification of Nonlinear Discrete Dynamic Systems

LIU Yannian and FENG Chunbo

(Research Institute of Automation, Southeast University · Nanjing, 210018, PRC)

**Abstract:** In this paper, by proving that dynamic systems constituted by neural networks can approximate a kind of nonlinear discrete dynamic systems with arbitrary accuracy, and analyzing the stability of applying neural networks to the real-time identification of the nonlinear discrete dynamic systems, we discuss the feasibility of using neural networks for the identification of nonlinear discrete dynamic systems. We also address the problems remained to be solved.

**Key words:** neural network; nonlinear discrete dynamic system; Lyapunov function

### 本文作者简介

**刘延年** 1967年生. 1988年毕业于四川大学无线电系, 1991年在东南大学自动化所获硕士学位, 1994年获博士学位, 现在南京航空航天大学做博士后研究. 目前主要从事神经网络理论及其在控制中的应用方面的研究工作.

**冯纯伯** 见本刊1994年第1期第29页.