

离散事件动态系统中的控制综合问题*

胡奇英

(西安电子科技大学七系, 710071)

摘要: 本文将离散事件动态系统(DEDS)监控方法中的控制综合问题作了系统的分类, 得到了六种控制综合问题, 并将它们表示成泛函极值问题, 讨论了它们的可行解、最优解的存在性, 可行解集的结构以及相互之间的关系。

关键词: 离散事件动态系统; 监控方法; 控制综合问题

1 引言

DEDS 监控方法是由 Wonham 和 Ramadge^[1~3]所提出的, 至今已有相当多的讨论(可见文献[4]). DEDS 的监控可分为事件反馈控制和状态反馈控制两类, 它们分别依据所产生的事件串和所处的状态来确定控制输入, 需要分别研究语言和状态子集(谓词)的性质. 文献[5]讨论了谓词和语言的关系. 讨论两类控制间关系的有文献[6]等. 本文则将在已有文献基础上归纳, 提出作为泛函极值问题的六种控制综合问题, 研究它们的可行解、最优解的存在性以及相互关系等.

2 系统的控制

设给定的系统可用自动机 $G = (\Sigma, Q, \delta, q_0)$ 表示, 其中 Σ 是有限事件集, Q 是可数状态集, $\delta: \Sigma \times Q \rightarrow Q$ 为状态转移偏函数, $q_0 \in Q$ 为初始状态.

记 Σ^* 为 Σ 上所有事件串组成的集合, 称其子集为语言, δ 可推广为 $\Sigma^* \times Q$ 上的偏函数(按通常方式). G 产生的语言及可达状态集定义为:

$$L(G) = \{s \in \Sigma^* : \delta(s, q_0) \text{ 有定义}\},$$
$$R(G) := R(L(G)), \quad R(L) = \{\delta(s, q_0) : s \in L\}, \quad L \subset L(G).$$

进一步的, Σ 分为互不相交的可控事件集 Σ_c 和不可控事件集 Σ_u . 定义 G 的控制输入为:

$$\gamma: \Sigma \rightarrow \{0, 1\} \text{ 满足 } \gamma(\sigma) = 1, \sigma \in \Sigma_u.$$

γ 的全体记为 Γ , Γ 上的运算 \vee, \wedge 及偏序 \leq 为

$$(\gamma_1 \vee \gamma_2)(\sigma) = \max(\gamma_1(\sigma), \gamma_2(\sigma)), \quad \sigma \in \Sigma,$$

$$(\gamma_1 \wedge \gamma_2)(\sigma) = \min(\gamma_1(\sigma), \gamma_2(\sigma)), \quad \sigma \in \Sigma,$$

$$\gamma_1 \leq \gamma_2 \Leftrightarrow \gamma_1(\sigma) \leq \gamma_2(\sigma), \quad \forall \sigma \in \Sigma.$$

于是 Γ 为格. 定义事件反馈控制器(简称监控器)为映射 $f_\sigma: L(G) \rightarrow \Gamma$, 全体为 $\Gamma^{L(G)}$. Γ 中的 \vee, \wedge, \leq 可按通常方式推广到 $\Gamma^{L(G)}$ 中使 $\Gamma^{L(G)}$ 也为格.

* 军事电子预研基金资助项目.

本文于1993年2月16日收到, 1994年4月5日收到修改稿.

称 Q 的子集 P 为谓词, 它与 P 的特征函数等同. 在集合的并、交运算及包含关系下, Q 的幂集 L^Q 为格. 对 $P, \sigma \in \Sigma$ 定义谓词变换 $wl_{p_\sigma}(P)$:

$$wl_{p_\sigma}(P)(q) = 0 \Leftrightarrow \delta(\sigma, q) \text{ 有定义且 } \delta(\sigma, q) \in P.$$

称 P 是 Σ_σ -不变谓词, 如对 $\sigma \in \Sigma_\sigma$ 均有 $P \leqslant wl_{p_\sigma}(P)$. 进而, 称 Σ_σ -不变谓词 P (相对于 G) 是可控谓词, 如 $P \leqslant Re(G, P)$. $Re(G, P)$ 表示从 q_0 出发经过 P 中状态所能到达的状态之集 (定义见 [7]).

给定 $f_\sigma \in \Gamma^{L(G)}$, 记 f_σ/G 为 f_σ 控制下的系统, 它所产生的语言 $L(f_\sigma/G)$ 归纳地定义为:

1) 空串 $\varepsilon \in L(f_\sigma/G)$;

2) $s\sigma \in L(f_\sigma/G) \Leftrightarrow s \in L(f_\sigma/G), s\sigma \in L(G), f_\sigma(s)(\sigma) = 1$. 定义 f_σ/G 的可达状态集 $R(f_\sigma/G) = R(L(f_\sigma/G))$.

系统的状态反馈控制器 (简称控制器) 定义为 $f_\sigma: Q \rightarrow \Gamma$, 全体记为 Γ^Q , 运算 \vee, \wedge 及偏序 \leqslant 为:

$$(f_1 \vee f_2)(q) = f_1(q) \vee f_2(q), \quad (f_1 \wedge f_2)(q) = f_1(q) \wedge f_2(q), \quad q \in Q,$$

$$f_1 \leqslant f_2 \Leftrightarrow f_1(q) \leqslant f_2(q), \quad \forall q \in Q.$$

于是 Γ^Q 是一个格. 对任一 $f_\sigma \in \Gamma^Q$, 在 f_σ 控制下的系统记为 f_σ/G , 则 $f_\sigma/G = (\Sigma, Q, \delta_{f_\sigma}, q_0)$, 其中

$$\delta_{f_\sigma}(\sigma, q) = \begin{cases} \delta(\sigma, q), & \text{如 } f_\sigma(q)(\sigma) = 1 \text{ 且 } \delta(\sigma, q) \text{ 有定义,} \\ \text{无定义,} & \text{否则.} \end{cases}$$

对 $f_\sigma \in \Gamma^Q$, 定义 $\bar{f}_\sigma \in \Gamma^{L(G)}$ 如下:

$$\bar{f}_\sigma(t) = f_\sigma(\delta(t, q_0)), \quad t \in L(G). \quad (1)$$

则易证有 $L(\bar{f}_\sigma/G) = L(f_\sigma/G), R(\bar{f}_\sigma/G) = R(f_\sigma/G)$.

在偏序 \leqslant 下, Γ^Q 或 $\Gamma^{L(G)}$ 均有最小元 (我们用同一个记号 f_{\min} 来表示):

$$f_{\min}(q) \equiv \Sigma_\sigma \quad \text{或} \quad f_{\min}(t) \equiv \Sigma_\sigma,$$

用 f 表示 Γ^Q 或 $\Gamma^{L(G)}$ 中的元. 以下引理显然.

引理 1 1) $L(f/G), R(f/G)$ 对 f 非降, 即若 $f_1 \leqslant f_2$, 则 $L(f_1/G) \subseteq L(f_2/G), R(f_1/G) \subseteq R(f_2/G)$;

2) 对任意的 f_1, f_2

$$L(f_1 \vee f_2/G) \supseteq L(f_1/G) \cup L(f_2/G), \quad R(f_1 \vee f_2/G) \supseteq R(f_1/G) \cup R(f_2/G),$$

$$L(f_1 \wedge f_2/G) = L(f_1/G) \cap L(f_2/G), \quad R(f_1 \wedge f_2/G) = R(f_1/G) \cap R(f_2/G).$$

3 控制综合问题

3.1 事件反馈控制综合问题 (EFCSP)

依据目标函数的不同我们将 EFCSP 分为两种, 对 $L \subseteq L(G)$, 记 $F_\sigma(L) = \{f \in \Gamma^{L(G)}; L(f/G) \subseteq L\}$, 定义

$$\text{EFCSP-1}(L): \max_{f \in F_\sigma(L)} L(f/G),$$

$$\text{EFCSP-2}(L): \max_{f \in F_\sigma(L)} f$$

称 $f \in F_\sigma(L)$ 为可行解, 再记 $F_\sigma(L) = \Gamma^Q \cap F_\sigma(L)$. 文献中讨论较多的是 EFCSP-1(L), 而且也只是找一个最优解, 对于 $F_\sigma(L)$ 的结构则未作讨论. 关于 $F_\sigma(L)$ 的非空性以及 EFCSP-

1(L)的最优解的存在性有:

命题 1 1) $F_s(L)$ 非空(从而 $F_o(L)$ 非空)当且仅当

$$L(G) \cap \Sigma_s^* \subset L. \tag{2}$$

当(2)成立时, $f_{\min} \in F_s(L) \subset F_o(L)$;

2) 设(2)成立, 则 EFCSP-1(L)有最优解, 且 $f^* \in \Gamma^{L(G)}$ 为最优解当且仅当 $L(f^*/G) = L^\dagger$. 这儿 L^\dagger 为 L 的闭的最大可控子语言(定义见[1, 2]);

3) $F_s(L) = F_s(L^\dagger)$, 从而问题中的 L 可改为 L^\dagger .

证 1) 可由以下两个易证的结论推得:

a) $L(G) \cap \Sigma_s^* \subset L(f/G), \forall f \in \Gamma^{L(G)}$; b) $L(f_{\min}/G) = L(G) \cap \Sigma_s^*$.

2) 由 1)知空串 $\epsilon \in L$, 所以 L^\dagger 存在且非空, 由[1]中有关结论即得.

3) $L(f/G)$ 是可闭语言, 结论成立. 证毕.

EFCSP-2(L)最优解的存在性将在下节中讨论.

注 如将 EFCSP 中的 $L(f/G)$ 改为 $L_m(f/G)$ (当 f 可实现时)就得到另一类控制综合问题. 本文对此不作进一步的讨论.

3.2 状态反馈控制综合问题(SFCSP)

与 EFCSP 相对应的有如下两个问题:

$$\text{SFCSP-1}(P): \max_{f \in F_s(P)} R(f/G),$$

$$\text{SFCSP-2}(P): \max_{f \in F_s(P)} f.$$

其中 $P \subset Q$ 为谓词, $F_s(P) = \{f \in \Gamma^Q; R(f/G) \subset P\}$ 为可行解集.

命题 2 1) $F_s(P)$ 非空当且仅当 $f_{\min} \in F_s(P)$, 即

$$R(f_{\min}/G) = \{\delta(s, q_0) : s \in L(G) \cap \Sigma_s^*\} \subset P. \tag{3}$$

特别, 如 P 是 Σ_s -不变的且 $q_0 \in P$, 则(3)成立;

2) 若(3)成立, 则 SFCSP-1(P)有最优解, 且 $f^* \in \Gamma^Q$ 为最优解当且仅当 $R(f^*/G) = P^\dagger$. 这里 P^\dagger 为 P 的最大可控子谓词.

3) $F_s(P) = F_s(P^\dagger)$, 从而 SFCSP 中的 P 可换为 P^\dagger .

证 1) 由引理1、命题1易得. 2) 当(3)成立时, P^\dagger 存在且非空, 从而由[3]中结论可得. 3) 由 2)可得. 证毕.

SFCSP-2(P)的最优解的存在性将由命题 5 讨论.

SFCSP 是与 EFCSP 对应的, 但文献中常讨论的则是下述形式:

SFCSP'-2(P): 对给定的 Σ_s -不变谓词 $P, q_0 \in P$, 求

$$\max_{f \in F'_s(P)} f.$$

其中 $F'_s(P) = \{f \in \Gamma^Q; P \leq \omega p_\sigma(P) \vee \sim f_\sigma, \sigma \in \Sigma\}$, 对应地可提出

SFCSP'-1(P): 对给定的 Σ_s -不变谓词 $P, q_0 \in P$, 求

$$\max_{f \in F'_s(P)} R(f/G).$$

由[3]中结论可得如下命题.

命题 3 设 P 是 Σ_s -不变谓词, 则

- 1) $F_s(P)$ 非空,对运算 \vee 封闭,从而有唯一最大元 $f_{\max} = \max F_s(P)$,且 $F_s(P) = \{f: f \leq f_{\max}\}$;
- 2) 若 $q_0 \in P$,则 f_{\max} 为 SFCSP'- $k(P)$ 的最优解 ($k=1,2$),且 $R(f_{\max}/G) = P^\dagger$;
- 3) $F_s(P) = F_s(P^\dagger)$.

4 控制综合问题间的关系

本节讨论问题 1 和 2 之间、SFCSP 和 SFCSP' 之间、SFCSP 和 EFCSP 之间的关系. 自然,对 EFCSP, SFCSP, SFCSP', 问题 2 的最优解(如存在)必是 1 的最优解.

4.1 SFCSP 和 SFCSP' 间的关系

SFCSP 的含义比 SFCSP' 的广,这可从两个方面来说明. 首先如 P 是 Σ_r -不变的且 $q_0 \in P$,则 $F_s(P), F_s'(P)$ 均非空,但当 P 不是 Σ_r -不变的时就不一定了.

例 1 对系统 $G_1 = (\Sigma, Q_1, \delta_1, q_0)$, 任取 $q_1, q_2 \in Q_1$, 令

$$\delta_2(\sigma, q) = \begin{cases} \delta_1(\sigma, q), & q \in Q_1, \\ q_2, & q \in \{q_1, q_2\}. \end{cases}$$

则对 $G_2 = (\Sigma, Q_1 \cup \{q_1, q_2\}, \delta_2, q_0)$ 而言,谓词 $P = Q_1 \cup \{q_1\}$ 不是 Σ_r -不变的,从而 $F_s'(P) = \emptyset$, 但 $F_s(P) = \Gamma^{q_2}$.

其次,我们有以下结论.

命题 4 设 P 是 Σ_r -不变的, $q_0 \in P$, 则

1) $F_s'(P) \subset F_s(P)$;

2) 若 $f \in \Gamma^{q_0}$ 是 SFCSP'- $k(P)$ 的最优解 ($k=1$ 或 2), 则 f 也是 SFCSP-1(P) 的最优解.

证 1) 可与 [7] 中引理 2.2 类似的证明. 2) 由命题 2 和 3 推得. 证毕.

命题 4 中 2) 的结论反过来不成立. 如例 1 中给定的 P 相对于 G_2 来说, SFCSP-1(P) 和 -2(P) 均有最优解 $\max \Gamma^{q_2}$, 但 SFCSP' 无可行解.

上面说明 SFCSP 比 SFCSP' 的含义广, 但另一方面, SFCSP 又可化为 SFCSP' 来求解.

命题 5 设 P 是任一非空谓词, (3) 成立, 则

$$F_s(P) = F_s(P^\dagger) = F_s'(P^\dagger) = \{f \in \Gamma^{q_0}: f \leq \max F_s'(P^\dagger)\}. \quad (4)$$

从而 $f^* \triangleq \max F_s'(P^\dagger)$ 为 SFCSP- $k(P)$ ($k=1,2$) 的最优解.

证 当 $R(f_{\min}/G) \subset P$ 时 P^\dagger 存在且非空. 由于 Γ^{q_0} 的任一子集在 \leq 下可能有多个最大元 f . 现在任取 $F_s(P^\dagger)$ 的一个最大元 f , 由命题 2 可知 $R(f/G) = P^\dagger$, 由此不难证得 $P^\dagger \leq \text{wp}_\sigma(P^\dagger) \vee \sim f_\sigma (\sigma \in \Sigma)$, 即 $f \in F_s'(P^\dagger)$, 所以 $f \leq f^*$. 再由命题 4 的 1) 可知 $f = f^*$, 从而 $F_s(P^\dagger)$ 的最大元唯一且为 f^* . 又对任一 $f \leq f^*$, 由引理 1 可知 $f \in F_s(P^\dagger)$. 因此 (4) 式成立. 证毕.

4.2 化 EFCSP 为 SFCSP

对 $G = (\Sigma, Q, \delta, q_0)$, 定义自动机 $\bar{G} = (\Sigma, \Sigma^*, \bar{\delta}, \varepsilon)$, 其中当且仅当 $\bar{q}\sigma \in L(G)$ 时 $\bar{\delta}(\sigma, \bar{q}) = \bar{q}\sigma$ 有定义. 容易看出 $L(\bar{G}) = R(\bar{G}) = L(G)$. 所以我们不妨假定 $\bar{G} = (\Sigma, L(G), \bar{\delta}, \varepsilon)$, 从而 \bar{G} 的监控器和控制器相同, 均同 G 的监控器 $f: L(G) \rightarrow \Gamma$. 不难证明

$$R(f/\bar{G}) = L(f/\bar{G}) = L(f/G), \quad f \in \Gamma^{L(G)}. \quad (5)$$

\bar{G} 中的状态反馈控制综合问题(对 $L \subset L(G)$) 为

$$\text{SFCSP}(\bar{G})-1(L): \max_{f \in \bar{F}_s(L)} R(f/\bar{G}),$$

$$\text{SFCSP}(\bar{G})-2(L): \max_{f \in \bar{F}_s(L)} f.$$

其中 $\bar{F}_s(L) = \{f \in \Gamma^{L(G)}; R(f/\bar{G}) \subset L\} = F_s(L)$. $\text{SFCSP}(\bar{G})-k(L)$ 可类似定义 ($k=1, 2$).

命题 6 任给 $L \subset L(G)$,

1) $\text{SFCSP}(\bar{G})-k(L)$ 等同于 $\text{EFCSP}-k(L)$, $k=1, 2$;

2) L 在 \bar{G} 中是 Σ_v -不变谓词当且仅当

$$L\Sigma_v \cap L(G) \subset L. \tag{6}$$

因此若 L 是闭的, 则 L 在 \bar{G} 中为 Σ_v -不变谓词当且仅当 L 在 G 中为可控语言;

3) L 在 \bar{G} 中是可控谓词当且仅当 L 在 G 中是可控闭语言.

证 由(5)易得 1), 2). 下证 3). 由 $\text{Re}(G, P)$ 的定义可推知: $s \in \text{Re}(\bar{G}, L) \Leftrightarrow \forall t \leq s, t \in L$. 由此可证.

L 在 \bar{G} 中是可控谓词, $\Leftrightarrow L$ 在 \bar{G} 中是 Σ_v -不变的且 $L \leq \text{Re}(\bar{G}, L)$,

$$\Leftrightarrow L\Sigma_v \cap L(G) \subset L, L \text{ 是闭语言},$$

$$\Leftrightarrow L \text{ 在 } G \text{ 中是可控闭语言.} \quad \text{证毕.}$$

因此 L^\dagger 既表示 L 在 \bar{G} 中的最大可控子谓词, 也表示在 G 中的最大可控闭的子语言.

由命题 6, SFCSP 中的结论就可用于 EFCSP . 例如我们有:

命题 7 1) $F_s(L) = F_s(L^\dagger)$;

2) $F_s(L)$ 有唯一的最大元 f^* ((2)式成立时), 且

$$f^*(s) = \Sigma_v \cup \{\sigma \in \Sigma_o; s\sigma \in L(G) \text{ 或者 } s\sigma \in L^\dagger\}, \quad s \in L^\dagger, \tag{7}$$

$$F_s(L) = F_s(L^\dagger) = \{f \in \Gamma^{L(G)}; f \leq f^*\}. \tag{8}$$

3) $L(f^*/G) = L^\dagger$.

证 由命题 6 及命题 5 的 1) 得 1). 由命题 5 可知 $F_s(L)$ 有唯一最大元 f^* 且 (8) 成立. 至于 (7), 由 [3] 中结论知.

$$f^*(s)(\sigma) = \overline{wlp}_\sigma(L^\dagger)(s), \quad s \in L^\dagger, \quad \sigma \in \Sigma_o.$$

(其中 $\overline{wlp}_\sigma(L^\dagger)$ 是 \bar{G} 中的 $wlp_\sigma(L^\dagger)$), 也即对 $s \in L^\dagger, \sigma \in \Sigma_o, \sigma \in f^*(s)$ 当且仅当 $s\sigma \in L(G)$ 或者 $s\sigma \in L^\dagger$. 由此即得 (7). 3) 可由 (5) 及命题 2 得到. 证毕.

由命题 7 知当 (2) 式成立时, $\text{EFCSP}-k(L)$ ($k=1, 2$) 总有最优解, 而且 $F_s(L)$ 有 (8) 的结构.

显然, 如下的 f 也是 $\text{EFCSP}-1(L)$ 的最优解:

$$f(s) = \Sigma_v \cup \{\sigma \in \Sigma_o; s\sigma \in L^\dagger\}, \quad s \in L^\dagger$$

且一般地 $f < f^*$, 所以 $\text{EFCSP}-1(L)$ 的最优解不唯一.

4.3 $f \in \Gamma^q$ 在 EFCSP 中的最优性

在一定条件下有 $f \in \Gamma^q$ 为 EFCSP 的最优解, 如 [6] 中证明了对 Σ_v -不变谓词 P , $\max F_s^*(P)$ 为 $\text{EFCSP}-1(L_e(P))$ 的最优解, 这里 $L_e(P) = \{s \in L(G); \forall t \leq s, \delta(t, q_0) \in P\}$. 本小节将给出有 $f \in \Gamma^q$ 为 $\text{EFCSP}-k(L)$ 的最优解的条件.

引理 2 若 L 是可控闭语言, 则 $R(L)$ 是可控谓词.

证 先证 $R(L)$ 是 Σ_v -不变的. 设 $q \in R(L), \sigma \in \Sigma_v, \delta(\sigma, q)$ 有定义, 则有 $s \in L$ 使 $q =$

$\delta(s, q_0)$, 从而 $sv \in L(G)$, 由此及 L 的可控性知 $sv \in L$, 即 $\delta(\sigma, q) = \delta(sv, q_0) \in R(L)$, 因此 $R(L)$ 是 Σ_0 -不变的. 再由 [5] 中引理 2 知 $R(L)$ 可控. 证毕.

命题 8 1) 对谓词 $P, F_0(P) \subset F_0(Le(P))$;

2) 对任一 $L \subset L(G)$, 有 $f_0 \in \Gamma^0$ 使 $R(f_0/G) = R(L^\dagger)$.

证 1) 由 [5] 中定理 2 知 $Le(P)^\dagger = Le(P^\dagger)$, 于是对任一 $f_0 \in F_0(P)$, $R(f_0/G) \subset P^\dagger$, 由此及 [5] 中引理 1 知 $L(f_0/G) \subset Le(R(f_0/G)) \subset Le(P^\dagger) = Le(P)^\dagger$, 即 $f_0 \in F_0(Le(P))$.

2) 由引理 2 知 $R(L^\dagger)$ 是可控谓词, 所以取 $f_0 = \max F_0(R(L^\dagger))$ 即有 $R(f_0/G) = R(L^\dagger)$. 证毕.

上命题说明当有谓词 P 使 $L = Le(P)$ 时可取 $\max F_0(R(L^\dagger))$ 作为 EFCSP-1(L) 的近似最优解.

命题 9 对 $L \subset L(G)$, 若 $L = Le(R(L))$ 或 $L^\dagger = Le(R(L^\dagger))$, 则

$$L(\max F_0(L)/G) = L(\max F_0(R(L^\dagger))/G) = L^\dagger. \quad (9)$$

其中 $F_0(P) = \{f \in \Gamma^{(0)} : R(f/G) \subset P\}$. 当有 P 使 $L = Le(P)$ 时 (9) 式成立.

证 对任一 $f_0 \in F_0(L)$, $L(f_0/G) \subset L^\dagger$, 所以 $R(f_0/G) \subset R(L^\dagger)$, 从而 $f_0 \in F_0(R(L^\dagger))$, 故

$$F_0(L) \subset F_0(R(L^\dagger)). \quad (10)$$

由此及命题 1, 文献 [5] 中引理 1 得

$$\begin{aligned} L^\dagger &= L(\max F_0(L)/G) \subset L(\max F_0(R(L^\dagger))/G) \\ &\subset Le(R(\max F_0(R(L^\dagger))/G)) = Le(R(L^\dagger)) \\ &= \begin{cases} L^\dagger \subset L, & \text{若 } L^\dagger = Le(R(L^\dagger)), \\ \subset Le(R(L)) = L, & \text{若 } L = Le(R(L)). \end{cases} \end{aligned}$$

因此, (9) 成立.

当有 P 使 $L = Le(P)$ 时, 由 [5] 中定理 2 可知 $Le(R(L^\dagger)) = Le(P^\dagger) = Le(P)^\dagger = L^\dagger$, 从而 (9) 成立. 证毕.

现在来讨论如何求 $\max F_0(R(L^\dagger))$.

记 $f_0^* = \max F_0(R(L^\dagger))$, 由文献 [3] 中可知对 $q \in R(L^\dagger)$, $\sigma \in \Sigma_0$ 有 $f_0^*(q)(\sigma) = wp_\sigma(R(L^\dagger))(q)$, 从而

$$f_0^*(q) = \begin{cases} \Sigma_0 \cup \{\sigma \in \Sigma_0 : \delta(\sigma, q) \text{ 无定义或者 } \delta(\sigma, q) \in R(L^\dagger)\}, & q \in R(L^\dagger), \\ \Sigma, & q \notin R(L^\dagger). \end{cases}$$

而对 $f_0^* \triangleq \max F_0(L)$, 由 (7) 可知

$$f_0^*(t) = f_0^*(\delta(t, q_0)), \quad t \in L^\dagger. \quad (11)$$

命题 10 对 $L \subset L(G)$, 设 $P = R(L^\dagger)$ 则

1) $L(f_0^*/G) = L(f_0^*/G) = L^\dagger, R(f_0^*/G) = R(f_0^*/G) = R(L^\dagger)$;

2) $f_0^* = \max F_0(P)$, 从而 $F_0(L) = F_0(P) = \{f \in \Gamma^{(0)} : f \leq f_0^*\}$;

3) f_0^* 和 f_0^* 均是 EFCSP- $k(L)$ 的最优解, $k=1, 2$.

证 1) 显然, 3) 由 1) 和 2) 得到. 下证 2).

由 1) 知 $f_0^* \in F_0(P)$, 又对 $f_0 \in F_0(P)$, $R(f_0/G) \subset P$, 所以 $\forall s \in L(f_0/G), \sigma \in \Sigma_0$, 设 $\sigma \in f_0(s)$, 若 $\delta(s\sigma, q_0)$ 无定义, 自然 $\sigma \in f_0^*(s)$; 若 $\delta(s\sigma, q_0)$ 有定义, 则由 $L(f_0/G)$ 的定义知 $s\sigma \in L(f_0/G)$, 从而 $\delta(s\sigma, q_0) \in R(f_0/G) \subset P = R(L^\dagger)$. 由 f_0^* 的定义知 $\sigma \in f_0^*(s)$. 因此总有

$$f_0(s) \leq f_0^*(s), \quad s \in L(f_0/G), \quad f_0 \in F_0(P). \quad (12)$$

从而 $f_0^* = \max F_0(P)$. 由此及引理 1, (8) 式即得 2). 证毕.

5 结 论

本文讨论了六种控制综合问题的可行解、最优解的存在性以及相互间的关系. 所讨论的基本上是问题的定性性质方面的, 显然, 求最优解算法及其关系的研究也是很有意义的.

参 考 文 献

- [1] Ramadge, P. J. and Wonham, W. M.. Supervisory Control of a Class of Discrete Event Processes. SIAM J. Control and Optimization, 1987, 25:206—230
- [2] Wonham, W. M. and Ramadge, P. J.. On the Superal Controllable Sublanguage of a Given Language. SIAM J. Control and Optimization, 1987, 25:637—659
- [3] Ramadge, P. J. and Wonham, W. M.. Modular Feedback Logic for Discrete Event System. SIAM J. Control and Optimization, 1987, 25:1202—1218
- [4] Wonham, W. M.. The Control of Discrete Event Systems. Proc. IEEE, 1989, 77(1):81—99
- [5] Ushio, T.. On Controllable Predicts and Languages in Discrete Event Systems. Proc. 28th CDC, 1989, 123—124
- [6] Ushio, T.. Controllability and Control-Invariance in Discrete Event Systems. Int. J. Control, 1989, 50:1507—1515
- [7] Li, Y. and Wonham, W. M.. Controllability and Observability in the State-Feedback Control of Discrete-Event Systems. Proc. 27th CDC., 1988, 203—208

The Control Synthesis Problems in Discrete Event Dynamic Systems

HU Qiying

(The Seventh Department, Xidian University • Xi'an, 710071, PRC)

Abstract: In this paper, we classify systematically the control synthesis problems in supervisory control in discrete event dynamic systems (DEDS), and present six control synthesis problems as the functional optimization problems. The investigations are about the existence of the feasible solutions and the optimal solutions, the structure of the sets of feasible solutions, the relationship among six control synthesis problems.

Key words: discrete event dynamic systems; supervisory control; control synthesis problems

本文作者简介

胡奇英 1965年生. 副教授. 1984年7月毕业于杭州大学数学系, 1987年元月在西安电子科技大学获理学硕士学位. 在离散事件动态系统, 随机运筹学方面发表论文30余篇, 专著一部. 研究兴趣为离散事件动态系统, 随机运筹学等.