

离散变结构控制的新方法及其 在液压伺服系统中的应用

李运华 王孙安 林廷圻 史维祥

(西安交通大学机械系, 710049)

摘要: 本文对离散变结构控制进行了深入研究, 针对伺服系统的特点, 提出了一种新的变结构控制策略——IVSC. 它由积分控制 I 和变结构控制 VSC 复合而成, 因此当系统存在外部干扰和参数变化时仍可获得准确的跟踪性能和良好的鲁棒性. 应用所提出的控制策略对泵控马达速度伺服系统进行控制的仿真结果表明控制效果是相当满意的.

关键词: 变结构控制; 伺服系统; 离散系统; 鲁棒性; 液压伺服系统

1 引言

参数变化和外部干扰引起的不定性一直是液压伺服系统难以解决的棘手问题. VSC 可以通过操纵控制器的变更来有效地控制具有上述不定性的对象^[1]. 因此, 研究液压伺服系统的 VSC 是有实际意义的.

VSC 可以分为连续系统的 VSC 和离散系统的 VSC 两大类型. 目前, 基于离散系统的 VSC 研究已有进展^[2~5], 学者们提出了各种不同的控制算法. 研究表明, 离散 VSC 的控制器输出量切换次数少, 有利于减小系统抖动和提高精度, 使其应用于采样周期较长的控制系统成为可能. 但是, 现有的离散 VSC 还存在以下问题: 1) 大都针对状态调节问题给出, 只有在对象中含有纯积分环节时才能用于跟踪问题且对外部阶跃扰动有稳态偏差^[6], 2) 需要系统全部状态变量都能测量, 否则要借助状态观测器来近似实现 VSC. 本文针对 SISO 离散系统, 在无需系统全部状态可测的前提下, 提出了状态调节问题和跟踪问题的 VSC 算法和滑态可达条件. 采用所提出的控制策略对泵控马达速度伺服系统进行控制的仿真结果表明控制效果是满意的.

2 离散滑模控制器的设计^[3~5, 7, 8]

2.1 系统描述

考虑离散控制系统, 其对象差分方程为

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k). \quad (1)$$

式中 $y(k)$ 和 $u(k)$ 分别表示系统的输出与控制, $A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$, $B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n}$, $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 互质, 且 $a_n \neq 0$. 式(1)的状态空间表达式为

$$X(k+1) = AX(k) + bu(k) + \bar{b}\bar{u}(k). \quad (2)$$

式中, 对观测器规范形实现有

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & & & \\ \vdots & & I_{n-1} & \\ -a_n & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = O_{n \times (n-1)}, \quad b^T = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_n], \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_1(k) = y(k), \\ x_{i+1}(k) = -\sum_{j=1}^{n-1} [a_{i+j}y(k-j) - b_{i+j}u(k-j)], \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \end{cases} \quad (4)$$

对直接状态提取法实现有

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & I_{n-1} & \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, \\ \bar{b} = \begin{bmatrix} O_{n-1} & \\ b_n & b_{n-1} & \cdots & b_2 \end{bmatrix}, \quad b^T = [0 \ 0 \ \cdots \ b_1], \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_1(k) = y(k-n+1), \dots, x_n(k) = y(k), \\ \bar{u}^T(k) = [u(k-n+1), u(k-n+2), \dots, u(k-1)]. \end{cases} \quad (6)$$

2.2 状态调节问题的滑态可达条件

引理 1 考虑式(2)描述的离散系统,其滑模切换面为

$$S(k) = S_k = C^T X(k). \quad (7)$$

式中 $C^T = [C_1^T \ 1] = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ \cdots \ c_{n-1} \ 1]$ 为滑模切换矩阵. 则其滑态可达且以衰减振荡模式趋近滑态的条件(以下简称为滑态可达的充分条件)为

$$S_k S_{k+1} < 0 \quad \text{且} \quad |S_{k+1}| < |S_k|. \quad (8)$$

证 作 Lyapunov 函数 $V_k = S_k^2$, 则滑态可达充要条件为 $\Delta V_k = S_{k+1}^2 - S_k^2 < 0$, 即 $|S_{k+1}| < |S_k|$. 考虑衰减振荡方式趋向滑态要求还应附加 $S_k S_{k+1} < 0$. 综上所述便得(8).

证毕.

定理 1 考虑离散系统 $X(k+1) = AX(k) + bu(k)$, 其控制量 $u(k) = -K^T X(k)$, 滑模切换面 $S_k = C^T X(k)$, 则滑态可达的充分条件为

$$K_i = Z_i + h_k \text{sign}(S_k x_i(k) b^T C), \quad (9)$$

或

$$K_i = Z_i + \psi_i, \quad (10)$$

$$\psi_i = \begin{cases} h_k \text{sign}(S_k x_i(k) b^T C - g_i(k)), & |S_k x_i(k) b^T C| > g_i(k), \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad (11)$$

$$0 < h_k < |S_k| / b^T C \|x(k)\|_1. \quad (12)$$

式中

$$Z = A^T C / b^T C, \quad \|x(k)\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i(k)|, \quad g_i(k) = h_k (b^T C)^2 |x_i(k)| \|x(k)\|_1.$$

证 只对(9)且 $S_k > 0$ 情况给出证明, 其它情况类似.

$$1^\circ S_k S_{k+1} = -S_k \sum_{i=1}^n x_i(k) b^T C h_k \text{sign}(S_k b^T C x_i(k)) = -\sum_{i=1}^n h_k |S_k b^T C x_i(k)| < 0;$$

$$2^\circ |S_{k+1}| \leq \sum_{i=1}^n h_k |S_k b^T C x_i(k)| / |S_k| < |S_k|. \quad \text{由引理 1 知(9)成立.} \quad \text{证毕.}$$

注 1 定理 1 当系统存在未建模动态时, 设其状态方程为 $X(k+1) = AX(k) + bu(k) + bv(k)$, 这时滑态可达的充分条件仍成立, 但应将式(10)~式(12)修改为

$$\psi_i = \begin{cases} h_k \text{sign}(S_k b^T C x_i(k) - \bar{g}_i(k)), & |S_k x_i(k) b^T C| > \bar{g}_i(k), \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad (11')$$

$$\bar{v} < h_k < (|S_k|/b^T C \|x(k)\|_1 - \bar{v}). \quad (12')$$

式中

$$\bar{v} \geq \max_{i,k} |v_i(k)|, \quad v(k) = \sum_{i=1}^n v_i(k)x(k), \quad \bar{g}_i(k) = (h_k + \bar{v})(b^T C)^2 |x_i(k)| \|x(k)\|_1.$$

推论 1 考虑由直接状态法实现的离散系统, 滑态切换面为 $S_k = C^T X(k)$, 若其控制量 $u(k) = -K^T X(k) - C^T \bar{b} \bar{u}(k) / C^T b$, 则滑态可达的充分条件仍由式(9)~(12)给出.

2.3 跟踪问题的滑态可达性条件

考虑式(2)描述的离散系统, 现设计 VSC 使得系统输出稳态无差地跟踪阶跃参考输入 $r(k)$, 且对于外部阶跃扰动具有鲁棒性.

定理 2 实现跟踪问题的 VSC (即 IVSC) 的控制方案如图 1 所示. 其滑模切换面为

$$S(k) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} (x_{n-1} - K_I w) + x_n,$$

控制律为

$$u(k) = u_a(k) + \Delta u(k),$$

$u_a(k)$ 定义为满足 $S_{k+1} = 0$ 时的控制. 则当 $u_a(k)$ 和 $\Delta u(k)$ 下述诸式时滑态可达条件得到满足.

$$u_a(k) = [-\bar{b}_n^T \bar{u}(k) + c_{n-1} K_I (w(k) + T(r(k-1) - x_{n-1})) + a_n x_1 - \sum_{i=2}^n (c_{i-1} - a_{n-i+1}) x_i] / b_1, \quad (13)$$

$$\Delta u(k) = - \sum_{i=1, i \neq n-1}^n \psi_i x_i - \psi_{n-1} (x_{n-1} - K_I w), \quad (14)$$

$$\psi_i = \begin{cases} h_k \text{sign}(S_k x_i(k) b^T C - g_i(k)), & |S_k x_i(k) b^T C| > g_i(k), \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad (i \neq n-1), \quad (15)$$

$$\psi_{n-1} = \begin{cases} h_k \text{sign}(S_k (x_{n-1} - K_I w) b^T C - g_{n-1}(k)), & |S_k (x_{n-1} - K_I w) b^T C| > g_{n-1}(k), \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad (16)$$

$$0 < h_k < |S_k| / b^T C \left(\sum_{i=1, i \neq n-1}^n |x_i(k)| + |x_{n-1} - K_I w(k)| \right), \quad (17)$$

$$g_i(k) = h_k (b^T C)^2 |x_i(k)| \left(\sum_{i=1, i \neq n-1}^n |x_i(k)| + |x_{n-1} - K_I w(k)| \right), \quad i \neq n-1, \quad (18)$$

$$g_{n-1}(k) = h_k (b^T C)^2 |x_{n-1}(k) - K_I w(k)| \left(\sum_{i=1, i \neq n-1}^n |x_i(k)| + |x_{n-1} - K_I w(k)| \right), \quad (19)$$

$$w(k+1) = w(k) + T(r(k-1) - x_{n-1}(k)). \quad (20)$$

式中 $\bar{b}_n = [b_n \ b_{n-1} \ \dots \ b_2]^T$, T 为采样周期, K_I 为积分器的增益.

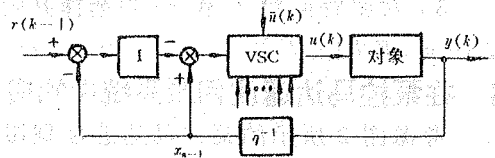


图 1 IVSC 构成方块图

限于篇幅,定理 2 的证明从略.

2.4 滑模面的确定方法

定理 3 滑模面的选择应保证系统在滑态上的状态矩阵为 Schur 的. 可以通过合理地选择 C 使得系统在滑态上具有希望的动态特性. 具体确定方法为:

1) 对观测器规范形,通过对系统进行线性变换 $P^{[6]}$ (设 $b_m \neq 0, m \leq n$)把状态方程变换为 $Z(k+1) = A^*Z(k) + b^*u(k), A^* = PAP^{-1}, b^* = (0 \dots 0 \ b_m)^T, Z = PX$, 令 $A^* = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* \end{bmatrix}$, $b^* = [0^T \ b_m^T]^T, C^* = [C_1^{*T} \ 1]^T$, 则 C_1^* 的选择原则为使特征方程 $\lambda^{n-1} + c_{n-1}^*\lambda^{n-2} + \dots + c_1^* = 0$ 具有希望的特征根, $C = P^TC^*$.

2) 对直接状态法实现, C 的选取原则为使 $\lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-2} + \dots + c_1 = 0$ 具有希望的特征根.

3) 对跟踪问题, C 和 K_I 的选择原则为使特征方程 $\lambda^n + \lambda^{n-1}(c_{n-1} - 1) + \lambda^{n-2}(c_{n-2} - c_{n-1} + c_{n-1}K_I/T) + \lambda^{n-3}(c_{n-3} - c_{n-2}) + \dots + \lambda(c_1 - c_2) - c_1 = 0$ 具有希望的特征根.

3 在泵控马达速度伺服系统中的应用

考虑图 2 所示的泵控马达速度伺服系统. 当忽略管路动特性和压力损失时,对象在工作点附近的传递函数近似为

$$\omega(s) = \frac{KK_f N_p \mu(s) - \frac{C_i}{D_m^2} (1 + \frac{V_s s}{2\beta_e C_i}) T_L(s)}{\frac{S^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi s}{\omega_n} + 1}$$

(21)

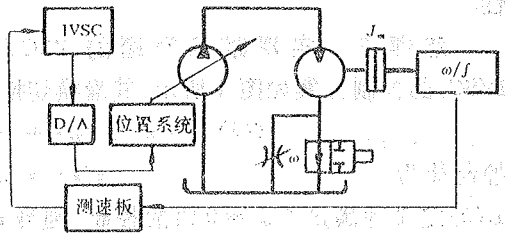


图 2 泵控马达速度伺服系统

式中 $\omega_n = \sqrt{\frac{2\beta_e D_m^2}{V_s J_m}}, \xi = \frac{1}{2} \left(\frac{2\beta_e C_i}{V_t} + \frac{B_c}{J_m} \right)$, 各符号的意义沿用通常液压伺服系统的表达习惯. 为实施离散 IVSC, 将式(21)化成 z 变换形式($z=q$)

$$\omega(k) = \frac{(b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2})u(k) - (d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2})T_L(k)}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}} \quad (22)$$

表 1 和表 2 给出了数字仿真时各物理量的具体参数.

表 1 对象参数

物理量	参数	物理量	参数
D_m	$1.0 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{rad}$	β_e	$7.0 \times 10^8 \text{m}^3/\text{rad}$
C_i	$5.0 \times 10^{-12} \text{m}^5/\text{NS}$	N_p	100.53 rad/s
K	$4.0 \times 10^{-3} \text{m/V}$	V_t	$3.2 \times 10^{-4} \text{m}^3$
K_f	$5.08 \times 10^{-4} \text{m}^2/\text{rad}$	J_m	$2.5 \times 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2$

表 2 对象差分方程的系数

系数	a_1	b_1	d_1	a_2	b_2	d_2
数值	1.37450	33.7558	8.26×10^{-2}	0.62176	28.0778	6.871×10^{-2}

现对(22)设计 IVSC 控制器. 设系统在滑模上希望的特征值为 $\lambda = 0.1 \pm j0.075$, 由定

理 3 经计算得滑态切换面为 $S(k) = 0.80(x_1 - 59.7656w) + x_2$, 然后由定理 2 确定 $u(k)$. 采样周期 $T = 20\text{ms}$. 考虑 D/A 的限制, 仿真对 $u(k)$ 设置约束 $0 \leq u(k) \leq 5\text{V}$. 若仿真出的控制量的变化曲线超出约束, 要返回重新确定滑动模式和 h_k 等参数. 图 3 给出了马达转速对参考输入为 52.3598rad/s (500rpm) 时的阶跃响应和稳态时突然加载 $T_L = 200\text{Nm}$ 马达转速的动态响应过程. 图 4 给相应控制量 $u(k)$ 的变化曲线. 图 5 给出了转动惯量为公称值和增加 50% 时马达转速的动态响应过程. 从图 3 至图 5 可以看出, 系统具有良好的动态性能和稳态性能, 且对于参数变化和阶跃负载干扰具有很强的鲁棒性.

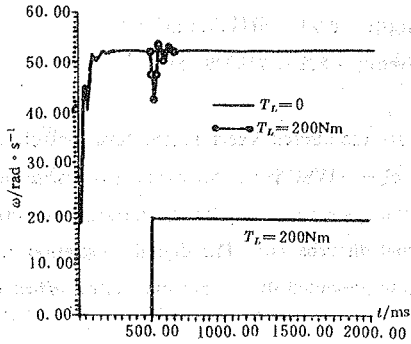


图 3 转速响应曲线

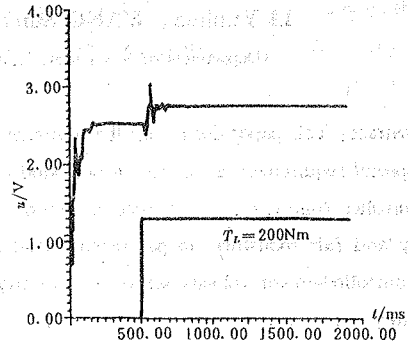
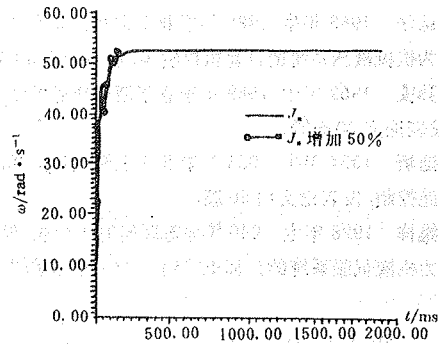


图 4 控制量的变化过程

4 结 论

本文分别针对状态调节问题和跟踪问题给出了离散变结构控制的控制算法, 并证明了一种可以以衰减振荡方式趋近滑态的滑态可达条件. 应用所提出的控制律对泵控马达速度伺服系统的仿真表明控制方法是有效的.

关于任意外干扰和控制受约束时离散变结构控制鲁棒性的理论分析还需进行进一步的工作.

图 5 J_m 变化时系统的响应

参 考 文 献

- [1] 高为炳. 变结构控制系统理论基础. 北京: 中国科学技术出版社, 1990
- [2] Utkin, V. I. Variable Systems with Sliding Modes. IEEE Automat. Contr., 1977, AC-22(2), 212—222
- [3] Furta, K. Sliding Mode Control of Variable Structure Control Systems. System Control Lett. 1990, 14, 145—152
- [4] Aly, G. M. and Ali, W. G. Digital Design of Variable Structure Control Systems. Int. J. Systems Sci. 1990, 21(8), 1709—1720
- [5] Hwang, G. L. Design of Servo Controller via Sliding Mode Technique. IEE Proc. D. 1992, 139(5), 439—446
- [6] Chern, T. L. and Wu, Y. C. Design of Integral Variable Structure Controller and Application to Electrohydraulic Velocity Servo Systems. IEE Proc. D. 1991, 138(5), 439—444
- [7] Sarpturk, S. Z., Istefanopulos, Y. and Kaynak, O. On the Stability of Discrete Times Sliding Mode Control Systems.

IEEE Automat. Contr., 1987, AC-32(10):930—932

- [8] Pieper, J. K., and Surgenor, B. W.. Discrete Sliding Control of a Drive Apparatus with Optimal Sliding Surface Switching Gain. IEE Proc. D. 1993, 140(2):70—78

A New Method of Discrete Variable Structure Control and Application to Hydraulic Servo System

LI Yunhua, WANG Sun'an, LIN Tingqi and SHI Weixiang

(Department of Mechanics, Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: This paper deals with the thorough investigation for the discrete variable structure control. Aiming at the special requirement of servos, a new kind of sliding control——IVSC is put forward, it comprises an integral controller followed by a variable structure controller, so the system can acquire the accurate servotracking property and fair robustness to parameter variations and external disturbances. The digital simulation result of pump-controlled-motor velocity servo system using the control law presented shows that the control effect is quite satisfactory.

Key words: variable structure control; servo systems; discrete system; robustness; hydraulic servo system

本文作者简介

李运华 1963年生. 1988年毕业于吉林工业大学, 获工学硕士学位. 现为西安交通大学液压专业博士研究生. 研究方向为机械液压系统的计算机控制等. 发表论文30余篇.

王孙安 1959年生. 1989年毕业于西安交通大学, 获工学博士学位. 现为西安交通大学副教授. 研究领域为智能控制. 发表论文30余篇.

林廷圻 1934年生. 1955年毕业于上海交通大学. 现为西安交通大学教授, 博士生导师. 研究领域为液压伺服系统的智能控制. 发表论文约50篇.

史维祥 1928年生. 1960年原苏联研究生毕业. 现为西安交通大学博士生导师, 教授, 国务院学位委员会委员. 研究领域为机液伺服系统的计算机控制, CIMS等. 出版专著3本, 发表论文约100余篇.