第 11 卷第 6 期
1994 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 11, No. 6
Dec., 1994

串行加工线缓冲器容量次优配置的算法*

赵千川　郑大钟
(清华大学自动化系·北京,100084)

摘要: 本文考虑加工参数为确定的串行加工线缓冲器容量的设计问题. 通过对阻塞问题的研究,得到了加工完成时间和缓冲器容量的定性关系,并提出了次优算法.

关键词: 串行加工线; 阻塞; 关键路径; 正常化关键路径族

1 引　言

本文研究一类离散事件动态系统基于阻塞分析的缓冲器容量配置问题. 对于阻塞和缓冲器容量配置问题的研究文献分别见[1,2,3,4]和[5]. 虽然采用极大代数方法可给出重复批量加工的串行加工线的缓冲器容量配置算法,但对于只加工 n 个工件的缓冲器容量配置问题,用极大代数描述算法有一定困难. 本文在事件域内用基于关键路径的阻塞分析方法处理串行加工线加工 n 个工件的缓冲器容量配置问题,并给出实用算法.

考虑 m 台机器加工 n 个工件的加工参数确定的有限缓冲串行加工线. 用 $\vec{B}=(b_2,\cdots,b_m)$ 表示一种缓冲器配置. b_i 表示机器 $i-1$ 与 i 之间的缓冲器容量. 约定 $b_1=b_{m+1}=\infty$,即机器 1 之前和 m 之后为无限缓冲. 刚性连接即 $\vec{B}=(0,\cdots,0)$. 对应于 $\vec{B}$ 的总加工时间记为 $T(\vec{B})$. 本文讨论的问题可表为:

问题 P　求 $\min\limits_{(\bar{b}_2,\cdots,\bar{b}_m)\in U}\sum\limits_{i=2}^{m}\bar{b}_i$,其中 $U\triangleq\{(\bar{b}_2,\cdots,\bar{b}_m)\,|\,T((\bar{b}_2,\cdots,\bar{b}_m))=\min\limits_{\vec{B}\in N_0^{m-1}}T(\vec{B})\}$,$N_0^{m-1}\triangleq\underbrace{N_0\times\cdots\times N_0}_{\text{共}m-1\text{个}}$,$N_0$ 为自然数集并上$\{0\}$.

通常,问题 P 的准确解不易求得,所以常代之以研究其次优解. 为此,需要研究 U 的性质. 如果所有加工活动均不发生阻塞,则增加缓冲器容量不会使总的加工时间缩短,总的加工时间的下确界就是无阻塞时的总加工时间. 显然$(n,\cdots,n)\in U$. 但实例表明,即使部分加工活动发生阻塞,仍有可能有 $T(\vec{B})=T((n,\cdots,n))$,即达到总加工时间的下确界. 因此,需要研究 U 中部分加工活动有阻塞的缓冲器容量配置的求法.

2 刚性连接的加工线引入缓冲器对 T 的影响

下文中,用"～"指示 $\vec{B}=(0,\cdots,\underset{i_0+1}{1},\cdots,0)$,其它符号约定为 $\vec{B}=(0,\cdots,0)$配置情形. 用 $O_i(k)$表示工件 k 在机器 i 上的活动. 活动的全体记为 **A**. $J(A)$表示活动 A 所在的工件序号. $M(A)$表示活动 A 所在的机器序号. $S(O_i(k))$, $F(O_i(k))$, $X(O_i(k))$分别表示工件 k 在机器 i 上加工开始、加工完成、离开机器事件. 事件的全体记为 **E**. $t[E]$表示事件 E 的发生

* 国家自然科学基金和863高技术自动化领域 CIMS 主题资助项目.
本文于1992年11月18日收到. 1993年12月7日收到修改稿.

时刻. 约定若符号 $O_i(k)$ 中 $i\notin\{1,\cdots,m\}$ 或 $k\notin\{1,\cdots,n\}$，则 $t[S(O_i(k))]=t[F(O_i(k))]=t[X(O_i(k))]=-\infty$. 总假定加工起始时刻 $t[S(O_1(1))]=0$.

若 $A\in\mathbf{A}$ 且 $t[F(A)]<t[X(A)]$则称 $J(A)$号工件被阻塞在 $M(A)$号机器中，同时也称 A 有阻塞；否则称 $J(A)$在 $M(A)$中无阻塞，A 不阻塞.

对于刚性加工线有如下极大代数关系式：

$$t[X(O_i(k))]=t[F(O_i(k))]\oplus t[X(O_{i+1}(k-1))],\tag{1}$$

$$t[S(O_i(k))]=t[F(O_{i-1}(k))]\oplus t[X(O_i(k-1))],\tag{2}$$

$$t[S(O_i(k))]=t[X(O_{i-1}(k))]\oplus t[X(O_i(k-1))].\tag{2'}$$

对活动 A，定义 $I(A)\triangleq J(A)+M(A)$，称为 A 的指标. 利用(1)，(2′)及归纳法可证：

引理 1　若 $A,B\in\mathbf{A}$，$I(A)=I(B)$，$J(A)>J(B)$，则 $t[S(A)]\geqslant t[S(B)]$，$t[X(A)]\geqslant t[X(B)]$.

在 $\mathbf{A}$ 上定义全序“$\prec$”：$\forall A,B\in\mathbf{A}$，“$A\prec B$”如果“$I(A)<I(B)$”或者“$I(A)=I(B)$ 且 $J(A)<J(B)$”.

关键路径指指标依次增加 1 的不间断的不阻塞活动序列. 这里“不间断”指：任取活动序列指标相邻的活动 A,B，不妨设 $I(B)=I(A)+1$，都有 $t[X(A)]=t[S(B)]$. 关键路径在阻塞分析中起重要作用.

以不阻塞活动 A,B 分别为起始活动和最终活动的全体关键路径的集合记为 $\mathscr{C}(A,B)$，下文用 $\mathscr{C}$ 简记 $\mathscr{C}(O_1(1),O_m(n))$. 由[1]$\forall A_0\in\mathbf{A}$，$A_0$ 不阻塞则 $\mathscr{C}(O_1(1),A_0)\neq\varnothing$. 设 $C\in\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$，对$\forall A\in C\backslash\{O_1(1)\}$，用 A_C^- 表示活动序列 C 中 A 的直接前趋(按“$\prec$”)，用 A_C^+ 表示 C 中 A 的直接后继. 在 $\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$上引入偏序“$\trianglelefteq$”：设 $C_1,C_2\in\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$，“$C_1\leqslant C_2$”指：“$\forall A\in C_1,B\in C_2$，若 $I(A)=I(B)$，则 $J(A)\leqslant J(B)$. ”$C_1\prec C_2$ 即 $C_1\trianglelefteq C_2$ 但 $C_1\neq C_2$.

$\forall C_1,C_2\in\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$，$\{(I(P),t[X(P)])\,|\,P\in C_1\}\cap\{(I(P),t[X(P)])\,|\,P\in C_2\}\neq\varnothing$，该集中指标排成 $2(=I(P_1))<I(P_2)<\cdots<I(P_s)(=I(A_0))$，任取相邻 $I(P_\lambda)$，$I(P_{\lambda+1})$，由引理 1 归纳地可证“对满足 $I(P_\lambda)<l<I(P_{\lambda+1})$的任意 l，要么 $J(A)<J(B)$恒成立，要么 $J(A)>J(B)$恒成立”. 其中 A,B 分别为 C_1,C_2 中指标为 l 的活动. 于是可如下定义 $\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$上的二元运算“$*$”、“$\bigstar$”：设 $C_1,C_2\in\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$，

$$C_1*C_2\triangleq\{A\,|\,A\in C_1,\ B\in C_2,\ I(A)=I(B)\text{ 且 }J(A)\leqslant J(B)\},$$

$$C_1\bigstar C_2\triangleq\{A\,|\,A\in C_1,\ B\in C_2,\ I(A)=I(B)\text{ 且 }J(A)\geqslant J(B)\}.$$

C_1*C_2，$C_1\bigstar C_2$ 分别按指标递增排序构成活动序列仍为关键路径且在 $\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$中. 依“$\trianglelefteq$”定义可知$(C_1*C_2)\trianglelefteq C_1$，$(C_1*C_2)\trianglelefteq C_2$ 成立. 易证 $\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$有全局最小元且唯一(按“$\trianglelefteq$”)，该元记为 C^0(与 A_0 有关).

为叙述方便，引入“$\rightarrow$”符号：若 $C\in\mathscr{C}(A_0,B_0)$，$A,B\in C$，$I(A)\leqslant I(B)$，用 $S(A)\xrightarrow{C}X(B)$ 表示集合$\{P\,|\,P\in C,I(A)\leqslant I(P)\leqslant I(B)\}$. 若另有 $C_2\in\mathscr{C}(C_0,D_0)$，$C,D\in C_2$，$I(C)\leqslant I(D)$，且满足 $t[X(B)]=t[S(C)]$，$I(C)=I(B)+1$，则用 $S(A)\xrightarrow{C}X(B)\xrightarrow{C_2}X(D)$ 或 $S(A)\xrightarrow{C}S(C)\xrightarrow{C_2}X(D)$ 表示集合$(S(A)\xrightarrow{C}X(B))\cup(S(C)\xrightarrow{C_2}X(D))$，对它按指标递增排序构成 $\mathscr{C}(A,D)$中一个元.

引理 2 $\forall\ O_i(k)\in C^0, t[X(O_{i+1}(k-1)]<t[X(O_i(k))]$且$\forall\ P\in C^0\setminus\{A_0\}, M(P^+_{C^0})\leqslant M(P)+1$成立. 其中$C^0$为$\mathscr{C}(O_1(1),A_0)$最小元.

证 由(1)及C^0最小性.

引理 2 是C^0的一条性质. 与自然的猜测相反，一般地$\tilde{T}<T$与$\mathscr{C}$并无直接关系. 为了刻画$\tilde{T}<T$的充要条件需要构造"正常化关键路径族"$\mathscr{T}$. 它是$\mathscr{C}$的子集. 先对$C\in\mathscr{C}, P\in C\setminus\{O_1(1)\}$定义活动集$\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_C}(P)\triangleq\{A\in A\mid I(A)=I(P)-1, M(P)-1\leqslant M(A)\leqslant\max(M(P^-_C), M(P))\}$. 由引理 1 和(1),(2)知$\forall\ A\in\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_C}(P), t[X(A)]\leqslant t[S(P)]$. $\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_C}(P)$与事件$S(P)$在引入缓冲器后能否提早发生有关. 现构造$\mathscr{T}$如下:

1) $\bar{n}\leftarrow 0$(赋值). C^0取为$\mathscr{C}$最小元. $C\leftarrow O^+_1(1)_{C^{\bar{n}}}$,

2) 若$\min\{A\in\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_{C^{\bar{n}}}}(C)\setminus\{C^-_{C^{\bar{n}}}\}\mid t[F(A)]=t[S(C)]\}$(按"$\preccurlyeq$")存在，则

2a)记为$A_{\bar{n}+1}$. 记$C'_{\bar{n}}\triangleq(S(O_1(1))\xrightarrow{C^{\bar{n}}}X(C))\bigstar((\min{}^*\mathscr{C}(O_1(1),A_{\bar{n}+1}))\cup C)$. 令$C^{\bar{n}+1}\triangleq S(O_1(1)\xrightarrow{C'_{\bar{n}}}X(A_{\bar{n}+1})\xrightarrow{C^{\bar{n}}}X(O_m(n)), \bar{n}\leftarrow\bar{n}+1, C\leftarrow O^+_1(1)_{C^{\bar{n}}}$, 转 2);

若不存在，则

2b)当$C\neq O_m(n)$时，$C\leftarrow C^+_{C^{\bar{n}}}$, 转 2); 当$C=O_m(n)$时，记$\overline{N}=\bar{n}$, 停止.

记$\mathscr{T}\triangleq\{C^0,\cdots C^{\overline{N}}\}$，下文$C^{\bar{n}}$总指$\mathscr{T}$中元. 记$\mathscr{T}$构造过程中活动$A_1,\cdots,A_{\overline{N}}$之集为$\boldsymbol{J}_{\mathrm{et}}$. 利用(1),(2′)及引理 2 可证得$\boldsymbol{J}_{\mathrm{et}}$的一个性质:

引理 3 对于$C\in\mathscr{C}, P\in C$，且已知$t[S(\tilde{P})]<t[S(P)]$，若"$\forall\ A\in C\setminus\{O_m(n)\}$有$M(A^+_C)\leqslant M(A)+1$"，记$B=\min\{A\in\boldsymbol{J}_{\mathrm{et}}\mid A\succcurlyeq P\}$，则$\forall\ A\in\boldsymbol{B}_C$，设$A\in\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_C}(C)$，只要$B\succ A\succcurlyeq P$，必有$t[X(\tilde{A})]<t[S(C)]$，其中$\boldsymbol{B}_C\triangleq\bigcup_{A\in C\setminus\{O_1(1)\}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_C}(A)$. (下文把$\boldsymbol{B}_{C^{\bar{n}}}$简记为$\boldsymbol{B}_{\bar{n}}$).

引理 4 对$\forall\ A\in C^{\bar{n}}\setminus\{O_m(n)\}, \bar{n}=0,\cdots,\overline{N}$成立:

$$M(A^+_{C^{\bar{n}}})\leqslant M(A)+1.$$

证 由引理 2 及归纳法.

引理 4 指出了$\mathscr{T}$的一个性质. 定义$\mathrm{sen}(C)\triangleq\bigcup_{P\in C\setminus\{O_1(1)\}}\{i\mid M(P)\leqslant i<M(P^-_C), i=1,\cdots,m\}$. 利用$\mathscr{T}$，给出$\tilde{T}<T$的充要条件:

命题 1 $\tilde{T}<T$的充要条件是$i_0\in\bigcap_{C\in\mathscr{T}}\mathrm{sen}(C)$.

证 见附录.

利用C^0和$C^{\overline{N}}$的性质还可证明:

命题 2 若$i_0\in\mathrm{sen}(C^0)\cap\mathrm{sen}(C^{\overline{N}})$，且$H^{**}_0\succcurlyeq\min\{A\in\boldsymbol{P}_{\mathrm{re}_{C^{\overline{N}}}}(P)\mid M(A)=i_0, M(P^-_{C^{\overline{N}}})>i_0\geqslant M(P), P\in C^{\overline{N}}\}$，则$\tilde{T}<T$.

命题1在$\mathscr{C}$只有一个元时有特例:

命题 3 当$|\mathscr{C}|=1$时，$\tilde{T}<T$的充要条件是: $i_0\in\mathrm{sen}(C^0)$.

3 缓冲器容量有限的串行加工线

上节讨论的刚性加工线的结果，在下述意义下可推广到缓冲器容量有限的串行加工

---

* min 对"$\preccurlyeq$"取，参与$\bigstar$运算的集合看作按指标排序的序列.

** 见附录中$H_{\bar{n}}$定义.

线：把缓冲单元视为一台加工时间为 0 的“机器”．这样可得到等价“刚性加工线”．第 2 节刚性加工线的假定不失一般性．

4　次优算法

现给出缓冲器容量配置的两个次优算法．

算法 1　1) $\vec{B}\leftarrow(0,\cdots,0)$，找 $\mathscr{T}(\vec{B})$．2) 若 $\bigcap_{C\in\mathscr{T}(\vec{B})}\mathrm{sen}(C)\neq\Phi$，令 $i_0=\min\bigcap_{C\in\mathscr{T}(\vec{B})}\mathrm{sen}(C)$，$b_{i_0+1}\leftarrow b_{i_0+1}+1$，找 $\mathscr{T}(\vec{B})$，转 2)；若 $\bigcap_{C\in\mathscr{T}(\vec{B})}\mathrm{sen}(C)=\Phi$，则 3) 若 $\exists\ C\in\mathscr{T}(\vec{B})$ 使 $\mathrm{sen}(C)=\Phi$，停止；若 $\forall\ C\in\mathscr{T}(\vec{B})$，$\mathrm{sen}(C)\neq\Phi$，则找出 $i_1,\cdots,i_s$ 使 $\forall\ C\in\mathscr{T}(\vec{B})$，$\exists\ i\in\{i_1,\cdots,i_s\}$，$i\in\mathrm{sen}(C)$．(这里 $|\{i_1,\cdots,i_s\}|$ 应尽量取小)，对 $i\in\{i_1,\cdots,i_s\}$，$b_i\leftarrow b_{i+1}$，找 $\mathscr{T}(\vec{B})$，转 2)．

算法 2　1) 找出 $C^*\in\mathscr{C}((n,\cdots,n))$，使 $\forall\ C\in C^*\backslash\{O_1(1)\}$，$M(C_{\overline{C}^*}\in\{M(C)-1,M(C)\}$．2) $i\leftarrow2$．3) $b_i^{\mathrm{I}}\leftarrow0$，对 A_1，取消 $i+1,\cdots,m$ 机器上的活动，检查从 $O_1(1)$ 直到机器 i 上的 C^* 中活动，若都到位(即 $(b_2^{\mathrm{I}},\cdots,b_i^{\mathrm{I}})$ 配置下离开时间等于 $(n,\cdots,n)$ 配置下离开时间)，转 4)；否则 $b_i^{\mathrm{I}}\leftarrow b_{i+1}^{\mathrm{I}}$，转 3)．4) $b_i^{\mathrm{II}}\leftarrow b_i^{\mathrm{I}}$，$b_j^{\mathrm{II}}\leftarrow n$，$j=i+1,\cdots,m$．5) 对 A_2，在 $(b_2^{\mathrm{II}},\cdots,b_m^{\mathrm{II}})$ 配置下，检查 $O_1(1)$ 直到机器 m 上的 C^* 中活动，若有不到位的，$b_i^{\mathrm{II}}\leftarrow b_{i+1}^{\mathrm{II}}$，转 5)；否则当 $i<m$ 时，$b_i^{\mathrm{I}}\leftarrow b_i^{\mathrm{II}}$，$i\leftarrow i+1$，转 3)；当 $i=m$ 时，输出 $\vec{B}^*=(b_2^{\mathrm{II}},\cdots,b_m^{\mathrm{II}})$，停止．

说明　算法 2 中 A_1,A_2 分别为如下定义的活动集合：

$$A_1\triangleq\{\hat{A}|A\text{ 是机器上活动，且 }\exists\ C\in C^*\text{ 使 }I(C)=I(A),M(A)\geqslant M(C)\},$$

$$A_2\triangleq\{\hat{A}|A\text{ 是机器上活动，且 }\exists\ C\in C^*\text{ 使 }I(C)=I(A),M(A)\leqslant M(C)\}.$$

$\hat{A}$ 为与 A 相对应的配置 $\vec{B}$ 情形的加工活动．3)，5)步计算分别只涉及 A_1 或 A_2 内活动．算法 1 中 $\mathscr{T}(\vec{B})$ 指 $\vec{B}$ 时的 $\mathscr{T}$．

由命题 1 必要性证明可推知 $T(\vec{B}^*)=T((n,\cdots,n))$，故 $\vec{B}^*\in U$．用反证法可证：

命题 4　设 $\vec{B}'$ 是 $\vec{B}^*$ 去掉一个缓冲单元的配置，则 $\vec{B}'\notin U$．

5　例　子

三台机器加工 4 个工件，加工参数在表 1 中给出．按算法 1，$\vec{B}=(0,0)$ 时，$\mathscr{T}(\vec{B})$ 有两个元，在甘特图上(图 1)以 C^0,C^1 标出了这两条路径．$\mathrm{sen}(C^0)\cap\mathrm{sen}(C^1)=\{1,2\}\cap\{1\}=\{1\}$，$b_{1+1}=b_2$ 增加 1，$\vec{B}=(1,0)$ 时 $\mathscr{T}(\vec{B})$ 仅有一个元，在甘特图(图 2)上以 C^0 标出，$\mathrm{sen}(C^0)=\Phi$，停止．(1,0)即所求．按算法 2，先由 $\vec{B}=(4,4)$ 配置找到 C^*，已在甘特图(图 3)中标出．此例 A_2 平凡(仅含 C^* 中相应活动)，只需计算 b_i^{I}，令 $b_i^{\mathrm{II}}\equiv b_i^{\mathrm{I}}$．计算得 $\vec{B}^*=(1,0)$，恰为图 2 情形．从图 2 看出 $\vec{B}=(1,0)$ 时部分加工活动有阻塞，但仍有 $T((1,0))=T((4,4))=8.5$．此例表明，两种算法都可找到允许部分加工活动阻塞的问题 P 的次优解．

表 1　例子的加工参数表

参数 工件 / 机器	1	2	3	4
1	1	0.5	3	2
2	1	1	1	1
3	3	1	1	1

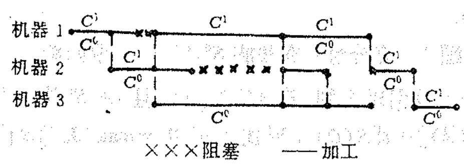

图 1　$\vec{B}=(0,0)$ 时甘特图

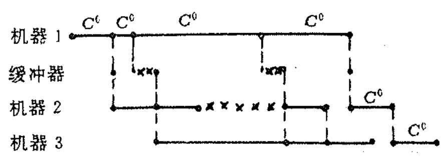

图 2 $\vec{B}=(1,0)$时甘特图

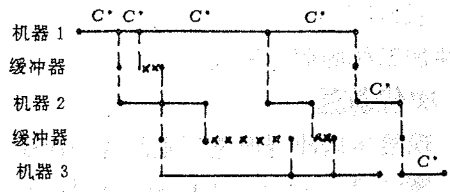

图 2 $\vec{B}=(4,4)$时甘特图

6 结 论

本文在事件域通过基于关键路径的阻塞分析方法，得到了加工完成时间和缓冲器容量增加的关系，进而给出了配置容量的次优算法. 本文的结果在理论上有一定意义，在实际中是实用的.

参 考 文 献

[1] 涂菶生. 离散事件动态系统的关键路径与扰动分析. 南开大学离散事件动态系统分析与控制文集，天津，1990，40

[2] Ho, Y. C. and Cassandras, C.. A New Approach to the Analysis of Discrete Event Dynamic System. Automatica, 1983, 19(2): 149—167

[3] Ho, Y. C.. Performance Evaluation and Perturbation Analysis of Discrete Event Dynamic System. IEEE Trans. Automat. Contr., 1987, AC-32(7): 563—572

[4] 王梅生. 一类离散事件动态系统(DEDS)的状态方程. 东北工学院学报，1990，11(3): 272—278

[5] Ho, Y. C. et al. A Gradient Technique for General Buffer Storage Design in a Production Line. Int. J. Prod. Res., 1979, 17(6): 557—580

附 录

为证明命题 1 需要归纳定义集族 $S^0,S^1,\cdots$. 先定义 $L_{\bar{n}}\triangleq\max\{t[S(P)]\,|\,M(P_{C^{\bar{n}}}^{-})>i_0\geqslant M(P),P\in C^{\bar{n}}\}$，$H_{\bar{n}}\triangleq O_{i_0}(I(P_0)-i_0-1)$，其中 $P_0\in C^{\bar{n}}$ 使 $t[S(P_0)]=L_{\bar{n}}$.

$$S^0\triangleq\bigcup_{\bar{n}=0}^{\bar{N}}\{A\,|\,A\in B_{\bar{n}}\backslash J_{et},A\geqslant H_{\bar{n}},\text{且}\ \forall\ B\in J_{et}\cap B_{\bar{n}},\text{只要}\ B\geqslant H_{\bar{n}},\text{就有}\ A\prec B\}.$$

1) $l\leftarrow 0,l^0\leftarrow 0,\{A\,|\,A\geqslant H_0\}\cap J_{et}\cap B_0$ 按"$\prec$"排成 $A_{l_1}\prec\cdots\prec A_{l_\lambda}$.

2) 若$\{A\,|\,A\geqslant H_0\}\cap J_{et}\cap B_0\subset S^l$ 则停止；

3) 否则，令 $A_l^1\triangleq\min(\{A_{l_1},\cdots,A_{l_\lambda}\}\backslash S^l)$(按"$\preccurlyeq$")，$i\leftarrow 1$.

4) 记 $C^{l^i}\triangleq\min\{C\,|\,C\in\mathscr{T},A_l^i\in C\}$(按"$\trianglelefteq$")).

5) 若 $H_{l^i}\succ A_l^i$ 则停止；否则，记 $B\leftarrow\min[(J_{et}\cap B_{l^i}\cap\{A\,|\,A\geqslant H_{l^i}\})\backslash S^l]$，若 $B=A_l^i$，则转 6)；若 $B\neq A_l^i$，则记 $A_l^{i+1}\triangleq B,i\leftarrow i+1$，转 4).

6) 令 $I^*\triangleq i,S^{l+1}\triangleq S^l\cup\{A_l^i\}\cup\bigcup_{\bar{n}\text{使}A_l^I\in B_{\bar{n}}}(\{A\in B_{\bar{n}}\,|\,A\succ A_l^i,\forall\ B\in J_{et}\cap B_{\bar{n}},\text{只要}\ A_l^i\prec B,\text{都有}\ A\prec B\}),l\leftarrow l+1$，转 2).

命题 1 充分性：在集族 $S^0,S^1,\cdots$上用归纳法. $i_0\in\bigcap_{C\in\mathscr{T}}\text{sen}(C)$于是 H_{l^i}存在. 易证 $H_{\bar{N}}\in S^0$，故 $S^0\neq\Phi$. 由引理 4 及引理 3 知：若 $A\in P_{re_{C^{\bar{n}}}}(C)$且 $A\in S^0$ 则 $t[X(\tilde{A})]<t[S(C)]$. 归纳假设：若 $A\in P_{re_{C^{\bar{n}}}}(C)$且 $A\in S^l$，则 $t[X(\tilde{A})]<t[S(C)]$. 形式上记 $B_1=\max(J_{et}\cap S^l\cap B_{l^I})$，$B_2=\max[J_{et}\cap B_{l^{I-1}}\cap\{A\,|\,A_l^1\succ A\geqslant H_{l^{I-1}}\}]$(按"$\geqslant$"). 按 B_1 是否存在分别讨论可证 $O_{M(A_l^1)}(J(A_l^1)-1)$和 $O_{M(A_l^1)-1}(J(A_l^1))\in S^l$，由归纳假设及(2′)得

---

* I 与 l 有关.

$$t[S(\tilde{A}_l^1)] < t[S(A_l^1)]. \tag{A1}$$

按 B_2 是否存在分别讨论，再用(3)及(1)可证：

$$t[X(\tilde{A}_l^1)] < t[X(A_l^1)]. \tag{A2}$$

据(A2)、引理 4 和引理 3 可知 $A \in P_{tv_{C^k}}(C)$ 且 $A \in S^{l+1} \backslash S^l$ 时有

$$t[\tilde{X}(A)] < t[S(C)]. \tag{A3}$$

由归纳法显然 $\tilde{T} < T$. 充分性得证.

必要性：反设 $i_0 \notin \bigcap_{C \in \mathscr{T}} \mathrm{sen}(C)$，则 $\exists\ C^* \in \mathscr{T}$，使 $i_0 \notin \mathrm{sen}(C^*)$. 利用引理 4，(1)及引理 1 递推地可证 $\tilde{T} = T$，这与已知 $\tilde{T} < T$ 矛盾. 必要性得证.

Algorithms of Suboptimal Design of Buffers' Capacities for Flow Shops

ZHAO Qianchuan　and　ZHENG Dazhong

(Department of Automation, Tsinghua University・Beijing, 100084, PRC)

Abstract: This paper consider design of buffers' capacities for the flow shops with deterministic parameters. Based on the results of blocking analysis, the relation between the total production time and the buffers' capacities is derived and algorithms are proposed for suboptimal design of buffers' capacities.

Key words: flow shops; blocking; critical path; nomarlized critical path set

本文作者简介

赵千川　1969 年生. 1992 年毕业于清华大学自动化系，获自动控制工学学士学位，现为清华大学自动控制理论及应用专业博士生. 主要兴趣为 DEDS 理论，混合系统（HDS），生产系统的建模与分析等.

郑大钟　1935 年生. 1959 年毕业于清华大学自动控制系. 现为清华大学自动化系教授. 主要研究领域有线性系统理论，最优控制，大系统分散控制，鲁棒控制，离散事件动态系统等. 在国内外发表论文近 60 篇，出版著作 5 本. 担任中国自动化学会理事，控制理论专业委员会副主任，《自动化学报》和《控制与决策》编委.