

# 多变量PID控制器的在线自整定

沈 炯 陈来九

(东南大学三系·南京, 210096)

摘要: 本文研究具有PID结构反馈控制器的多变量控制系统的参数自整定. 提出了具有校正因子的多变量PID控制算法及在线自动调整校正因子的专家自整定方法. 将该方法用于火电单元机组负荷控制系统自整定仿真研究, 结果表明系统具有好的完整性和鲁棒性.

关键词: PID控制; 自整定; 专家控制; 多变量系统

## 1 引 言

多变量PID控制系统的在线自整定的研究是源于工程的实际课题. 与单变量过程不同, 多变量过程的动态特性决定了一些原来适用于单变量PID控制器的自整定方法已无法用于多变量过程. 基于这一出发点, 本文从理论上探讨了解决多变量PID控制系统参数自整定的有效途径. 提出了多变量过程辨识和专家控制原理相结合的自整定概念以及采用“粗调”和“细调”在线整定控制参数的实现手段. 仿真研究表明该方法是有用的.

## 2 多变量PID控制器的结构

考虑如下多变量被控过程模型:

$$\begin{cases} A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t), \\ A(q^{-1}) = I + A_1q^{-1} + \dots + A_nq^{-n}, \\ B(q^{-1}) = q^{-k}(B_0 + B_1q^{-1} + \dots + B_nq^{-n}). \end{cases} \quad (1)$$

式中  $u(t), y(t)$  分别是  $n \times 1$  维输入、输出向量;  $A(q^{-1})$  和  $B(q^{-1})$  均为后移算子  $q^{-1}$  的矩阵多项式. 假定闭环系统所采用的多变量PID控制器的离散形式为

$$u(k) = K_P e(k) + K_I \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + K_D [e(k) - e(k-1)]. \quad (2)$$

则对应的差分格式为

$$(1 - q^{-1})u(t) = (D_0 + D_1q^{-1} + D_2q^{-2})e(t). \quad (3)$$

式中  $K_P, K_I$  和  $K_D$  分别为PID控制器的比例、积分和微分系数矩阵;  $e(k) = y_r(k) - y(k)$ ,  $y_r(k)$  为参考输入;  $D_0 = K_P + K_D, D_1 = K_I - K_P - 2K_D, D_2 = K_D$ . 下面导出多变量PID控制器的结构形式, 即  $K_P, K_I$  和  $K_D$  的计算公式.

### 2.1 比例系数矩阵的确定

当采用比例控制  $u(t) = K_P e(t)$  时,  $y(t)$  与  $y_r(t)$  存在下列关系

$$y(t) = [A(q^{-1}) + B(q^{-1})K_P]^{-1}B(q^{-1})K_P y_r(t). \quad (4)$$

设  $y_r(t)$  作阶跃变化, 即  $y_r(t) = (1 + q^{-1} + q^{-2} + \dots)y_{r0}$ ,  $y_{r0}$  为阶跃量, 并将  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  和  $y_r(t)$  的展开式代入式(4), 经推导可得  $y(t)$  在各采样时刻的离散值 ( $T$  为采样周期)<sup>[1]</sup>.

当延迟时间  $k = 0$  时, 有(以下省略算子  $q^{-1}$ )

$$y(0) = (I + B_0 K_P)^{-1} B_0 K_P y_{r0},$$

$$y(T) = (I + B_0 K_P)^{-1} [B_0 K_P + (A_1 + B_1 K_P)(I + B_0 K_P)^{-1} (B_1 - B_0) K_P] y_{r0},$$

...

当延迟时间  $k \geq 1$  时, 可得:

$$y(0) = 0, \quad \dots, \quad y[(k-1)T] = 0,$$

$$y(kT) = B_0 K_P y_{r0},$$

...

为了削弱控制系统在高频段 ( $t$  较小时) 的关联性, 减小特征方向的不一致角<sup>[2]</sup>, 可取  $B_0 K_P$  为对角阵或对角优势阵, 以保证系统在高频段是解耦或近似解耦的. 这里取  $B_0 K_P = \text{diag}\{p_i\}$ , 则

$$K_P = B_0^{-1} \text{diag}\{p_i\}. \quad (5)$$

式中  $B_0^{-1}$  由被控过程动态特性决定, 称为比例因子(粗调),  $p_i$  称为比例校正因子(细调).

## 2.2 积分系数矩阵的确定

系统采用积分控制  $(1 - q^{-1})u(t) = K_I q^{-1}e(t)$  时, 很容易求得

$$y(t) = [(1 - q^{-1})I + A^{-1} B K_I q^{-1}]^{-1} A^{-1} B K_I q^{-1} y_r(t). \quad (6)$$

显然, 若取

$$K_I = B^{-1}(1)A(1)\text{diag}\{\epsilon_i\}, \quad (7)$$

则控制系统必定满足无差调节和稳态解耦的要求. 这里  $B^{-1}(1)A(1)$  为被控过程稳态增益矩阵的逆, 称为积分因子(粗调);  $\epsilon_i$  称为积分校正因子(细调).

## 2.3 微分系数矩阵的确定

仅考虑微分控制作用  $u(t) = K_D(1 - q^{-1})[y_r(t) - y(t)]$  时, 可导出下列闭环关系式

$$y(t) = \{I + B_0 K_D q^{-k} + \sum_{l=1}^{n_a} A_l q^{-l} + [\sum_{l=1}^{n_b} B_l q^{-l} - \sum_{l=0}^{n_b} B_l q^{-(l+1)}] K_D q^{-k}\}^{-1} \cdot q^{-k} [B_0 K_D + (\sum_{l=1}^{n_b} B_l q^{-l}) K_D] y_r(t). \quad (8)$$

假如延迟时间  $k = 0$ , 则用长除法可将式(8)化为

$$y(t) = (I + B_0 K_D)^{-1} [I + \varphi(q^{-1})] B_0 K_D y_r(t).$$

式中  $\varphi(q^{-1})$  为余项, 且当  $t$  很小, 即  $q^{-1} \rightarrow 0$  时, 有  $\|\varphi(q^{-1})\| \rightarrow 0$  成立, 这里  $\|\cdot\|$  为矩阵的范数. 如果  $K_D$  取得足够小, 则一定有  $\|K_D\| \rightarrow 0$ ,  $(I + B_0 K_D)^{-1} \approx I$  成立, 因而,  $y(t) \approx B_0 K_D y_r(t) + \varphi(q^{-1}) B_0 K_D y_r(t)$ . 同样考虑高频段补偿, 可取

$$K_D = B_0^{-1} \text{diag}\{\delta_i\}. \quad (9)$$

式中  $\delta_i$  称为微分校正因子. 容易证明, 当  $k \neq 0$  时有类似结果成立.

这样, 式(5), (7)和(9)决定了多变量PID控制器的结构形式. 各系数矩阵均由决定

于对象特性的粗调部分和可调校正因子(细调)两部分组成. 本文将通过系统辨识确定粗调部分, 而采用专家校正方法在线调整各校正因子 ( $p_i, \epsilon_i$  和  $\delta_i$ ).

### 3 实施专家自整定的稳定性条件

由第 2 节可看出, 多变量 PID 控制器的参数自整定实际上是在线自动调整各校正因子. 为了保证自整定过程中控制系统是稳定的, 下面给出三条定理予以说明(定理的证明参见文献[1]).

**定理 1** 对于稳定的被控过程, 若控制器为  $u(t) = K_P e(t)$ , 且  $K_P$  各元素足够小, 则闭环控制系统一定稳定且与  $K_P$  的结构无关.

**推论 1** 对于稳定的被控过程, 若控制器为  $u(t) = K_P e(t)$ ,  $K_P = B_0^{-1} \text{diag}\{p_i\}$ , 则当  $p_i$  足够小时闭环系统一定稳定.

**定理 2** 若控制器采用 PI 结构, 且  $K_P$  满足定理 1, 则 1) 闭环系统稳定的必要条件是  $A^{-1}(1)B(1)$  满秩; 2) 当  $K_I$  各元素足够小时闭环系统一定稳定.

**定理 3** 若控制器采用 PID 结构, 且  $K_P$  和  $K_I$  分别满足定理 1 和定理 2, 则当  $K_D$  元素足够小时闭环系统一定稳定.

**推论 2** 若  $K_P$  和  $K_I$  满足使闭环系统稳定的条件, 则当  $K_D = B_0^{-1} \text{diag}\{\delta_i\}$ , 且  $\delta_i$  足够小时一定能保证 PID 控制系统是稳定的.

## 4 校正因子的专家调整及算法实现

### 4.1 专家调整方法

该方法基于模式识别原理, 采用产生式规则描述系统输出阶跃响应模式与校正因子  $p_i, \epsilon_i$  及  $\delta_i$  的关系, 并用衰减率  $\psi$ , 超调量  $M$ , 上升时间  $T_r$  和振荡周期  $T_f$  表征这些模式(这里  $\psi, M, T_r$  和  $T_f$  称为模式特征参数). 因此, 校正规则可如下描述:

$$R_1: \text{IF } \Delta p_i > 0 \text{ THEN } \Delta \psi < 0. \quad (\text{反之亦然})$$

这里  $\Delta(\cdot)$  表示当前参数与校正前参数之差. 该方法共采用七条校正规则<sup>[1]</sup>. 尽管这些规则指出了调整校正因子的趋势, 但未给出每次调整量的大小. 文献[3]针对不同响应模式采用不同的校正公式给出调整量, 显然推理工作量较大. 为此本文提出一种适用于各种模式的统一的校正公式:

$$\begin{cases} P(n) = P(n-1)[1 + \text{sgn}(\sum_{i=1}^l s w_i e_i) e^{-\frac{n+1}{2}}], \\ s w_i = s_i \times w_i \times e_i. \end{cases} \quad (10)$$

式中  $P(n-1), P(n)$  表示调整前后的校正因子;  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数;  $s_i$  表示调整校正因子的方向,  $s_i = +1 / -1$  表示增大 / 减小校正因子;  $e_i$  表示模式特征参数偏离其给定值的相对误差;  $w_i$  为权系数, 用户可根据对各模式特征参数的偏重程度选定. 由于  $w_i$  的大小不影响每次调整量, 所以其选择较为灵活.

### 4.2 算法实现

多变量自整定 PID 控制算法可按下列步骤实现(假定已初始化):

- 1)  $t := t + 1$ , 若递推结束, 转向 4), 否则测量  $y(t)$ ;
- 2) 用递推最小二乘法辨识被控过程模型参数;

- 3) 按式(5),(7),(9)及式(3)计算系数矩阵及控制律,返回1);
- 4) 作阶跃扰动试验,检测输出响应模式,若满足性能指标,则校正过程结束,否则5);
- 5)  $n_i = n + 1$ ,按式(10)校正  $p_i, \epsilon_i$  和  $\delta_i$ ;
- 6) 重算控制律(粗调部分不变),转向4).

## 5 仿真实例

仿真时采用国产 125MW 机组传递函数模型<sup>[4]</sup>:

$$\begin{bmatrix} N_E \\ P_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{68.81s}{(1+12s)(1+82s)} & \frac{1}{(1+83s)^2} \\ -2.194 \left( \frac{0.064}{1+3s} + \frac{0.936}{1+124s} \right) & \frac{2.194}{(1+80s)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_T \\ \mu_B \end{bmatrix}$$

式中,  $N_E, P_T$  分别为机组输出电功率及主汽压力;  $\mu_T, \mu_B$  分别为锅炉燃烧率及汽机调门指令。

为简单起见,取初值  $p_{N_0} = p_{P_0} = 0.02, \epsilon_{N_0} = \epsilon_{P_0} = 0.35, \delta_{N_0} = \delta_{P_0} = 0.1; \omega_N = 40, \omega_P = 25$ ; 期望值  $\psi_N^d = \psi_P^d = 0.98, M_N^d = M_P^d = 0.1$  (足标  $N, P$  分别表示功率侧和压力侧); 最大允许相对误差为  $e_{\psi_{\max}} = 0.02, e_{M_{\max}} = 0.05$ . 自整定过程及相应的仿真曲线见表 1 和图 1.

表 1 自整定结果

$n$	$p_i$	$\epsilon_i$	$\delta_i$	$\psi$	$M$
0	0.020	0.35	0.100	0.9186	0.0912
1	0.013	0.22	0.063	0.9227	0.1032
2	0.010	0.17	0.049	0.9349	0.1051
3	0.008	0.15	0.042	0.9662	0.1042

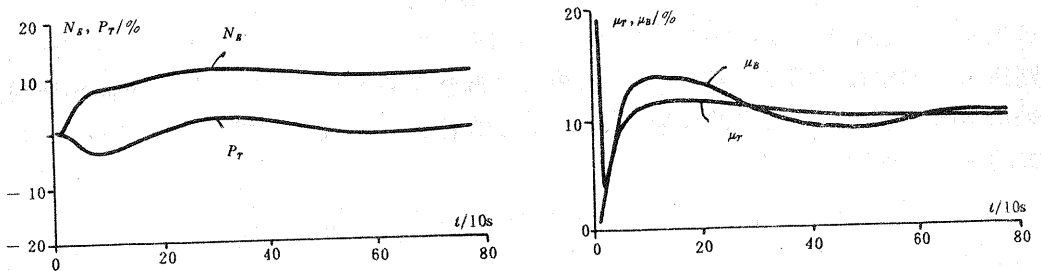


图 1 功率定值  $N_0$  阶跃 10% 时的仿真曲线

图 2(a),(b) 分别为锅炉侧控制回路中  $P_T$  反馈信号断开和汽机侧控制回路中  $N_E$  反馈信号断开时完整性检验仿真曲线. 图 3 是当对象特性改为<sup>[4]</sup>

$$\begin{bmatrix} N_E \\ P_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{68.81s}{(1+10s)(1+100s)} & \frac{1}{(1+90s)^2} \\ -2.194 \left( 0.064 + \frac{0.936}{1+150s} \right) & \frac{2.194}{(1+65s)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_T \\ \mu_B \end{bmatrix}$$

时重新进行自整定计算,并按自整定结果  $p = 0.01, \epsilon = 0.08$  及  $\delta = 0.004$  进行仿真的鲁棒性检验结果.

仿真结果表明,采用本文方法对单元机组负荷系统进行自整定 PID 控制时,系统具有好的完整性和鲁棒性。

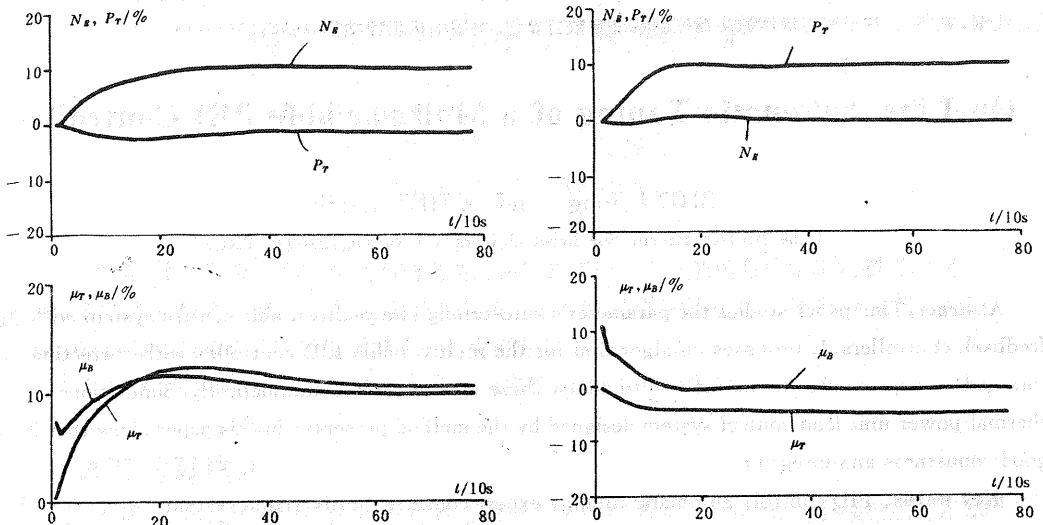


图 2 完整性检验仿真结果

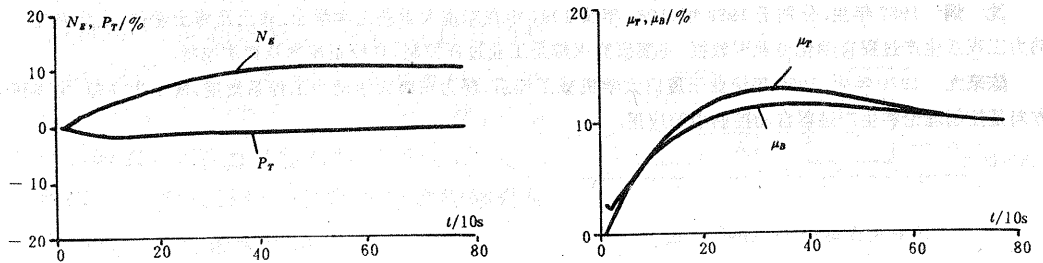


图 3 鲁棒性仿真试验 ( $\Delta N_0 = 10\%$ )

## 6 结 论

本文的研究工作从理论上探讨了解决多变量 PID 控制系统参数自整定的工程应用的有效途径,所得结论如下:

- 1) 提出了一种多变量自整定 PID 控制算法,并采用粗调和细调分步实现,方法简单可行。
- 2) 提出了用专家控制原理自动在线调整校正因子的思想,并给出了统一的校正公式,减小了推理工作量,具有一定参考价值。
- 3) 用本文的方法实现了单元机组负荷控制系统的参数自整定,保证了系统具有较强鲁棒性和好的完整性。

## 参 考 文 献

- [2] MacFarlane, A. G. J. and Kouvaritakis, B. A Design Method Technique for Linear Multivariable Feedback Systems. *Int. J. control*, 1977, 25: 837-874
- [3] 曹晔, 李军. PID 参数自整定专家系统. *化工自动化及仪表*, 1990, 17(5): 5-9
- [4] 沈炯, 陈来九. 基于智能解耦的协调控制系统参数自整定. *中国电机工程学报*, 1993, 13(4): 13-19

## On-Line Automatic Tuning of a Multivariable PID Controller

SHEN Jiong and CHEN Laijiu

(The 3th Department, Southeast University • Nanjing, 210096, PRC)

**Abstract:** This paper studies the parameter's auto-tuning of a multivariable control system with PID feedback controllers. It proposes an algorithm for the multivariable PID controller with correcting factors and an expert auto-tuning method to adjust these factors on-line automatically. Simulations on the thermal power unit load control system designed by the method presented in this paper show that it has good robustness and integrity.

**Key words:** PID control; automatic tuning; expert control; multivariable system

### 本文作者简介

沈炯 1957年生, 分别于1983年、1986年及1994年在东南大学获工学学士、硕士及博士学位, 现为东南大学动力工程系生产过程自动化专业副教授. 主要研究兴趣是工业过程控制, 自校正控制及智能控制.

陈来九 1929年生, 1952年毕业于厦门大学机械工程系, 现为东南大学动力工程系教授, 博士生导师. 主要研究方向是控制理论在生产过程自动控制中的应用.