第 12 卷第 6 期
1995 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 12, No. 6
Dec., 1995

广义分散控制系统的 DR-能控性

张国山
(东北大学自动化研究中心·沈阳,110006)

谢绪恺
(东北大学数学系·沈阳,110006)

摘要：本文研究广义分散控制系统的 DR-能控性问题,给出了一般情况下的广义分散控制系统 DR-能控的充要条件.

关键词：广义分散控制系统；DR-能控性；脉冲模式；Kalman 标准分解

1 引　言

多年来,许多作者对广义分散控制系统进行了深入的研究,得到了一些有意义的结果.但其中的一个重要问题——DR-能控性问题一直没有得到解决.由于一般情况下的广义分散控制系统本身含有脉冲模式,其许多性质并非正常分散控制系统相应性质的简单推广,这就使研究的问题更复杂化.本文首先研究广义集中控制系统的某些性质,得到几个有用的结果.在这个基础上,解决了具有两个通道的广义分散系统的控制问题,进而解决了具有 N 个通道的广义分散系统的控制问题,得到了一般情况下的广义分散控制系统 DR-能控的充要条件.

2 广义集中控制系统的某些性质

考虑广义集中控制系统

$$E\dot{x} = Ax + Bu, \tag{2.1a}$$

$$y = Cx. \tag{2.1b}$$

这里一般 E 是奇异的;$E,A \in \mathrm{R}^{n\times n}$;$B \in \mathrm{R}^{n\times m}$;$C \in \mathrm{R}^{p\times n}$;且 (E,A) 是正则的,即 $\det(sE + A) \neq 0$.简记系统(2.1)为 (C,E,A,B),当 $E = I$(单位阵)时,系统(2.1)表示正常系统,记 $(C,I,A,B) \triangleq (C,A,B)$.

一般情况下,系统(2.1)含有指数模式和脉冲模式.含有指数模式的个数为 $r \triangleq \deg\det(sE - A)$,含有脉冲模式的个数为 $r_0 \triangleq \operatorname{rank} E - \deg\det(sE - A)$.记 $\sigma(E,A) \triangleq \{s \mid \det(sE - A) = 0, s \in \mathscr{C}\}$,当 $\sigma(E,A) = \varnothing$(空集)时,系统(2.1)不含有指数模式.

取反馈 $u = Ky + v$,系统(2.1)化为

$$E\dot{x} = (A + BKC)x + Bv, \tag{2.2a}$$

$$y = Cx. \tag{2.2b}$$

这时,系统(2.2)含有脉冲模式的个数为 $r_f \triangleq \operatorname{rank} E - \deg\det(sE - A - BKC)$,记 $r_e \triangleq \max\limits_K(r_0 - r_f)$,则系统(2.1)有 r_e 个脉冲模式可以通过输出反馈来消除,而另 $r_0 - r_e$ 个脉冲模式不能通过输出反馈消除.

引理 2.1　广义系统(2.1)的脉冲模式是完全能控能观的充分必要条件是:存在 $K \in \mathrm{R}^{m\times p}$,使系统(2.2)不含脉冲模式,即 $r_f = 0$.

本文于 1994 年 1 月 26 日收到. 1995 年 1 月 5 日收到修改稿.

为了讨论问题方便，我们给出如下定义：

定义 2.1　我们称系统(2.1)有 r_e 个脉冲模式是既能控又能观的；当 $r_e=0$ 时，我们称系统(2.1)的每一个脉冲模式都是不能控或不能观的.

由前面的讨论及引理 2.1 可以看出，定义 2.1 与我们熟知的脉冲能控能观的定义无矛盾性而且更加广泛.

考察系统(2.2)的传递函数，令

$$C(sE-A-BKC)^{-1}B=G_K(s)+F_K(s). \tag{2.3}$$

这里 $G_K(s)$ 是 s 的严格真有理分式阵，$F_K(s)$ 是 s 的多项式阵. 当 $K=0$ 时，$G_0(s)$ 及 $F_0(s)$ 对应系统(2.1)的传递函数相应的部分.

下面引理对本文后面各部分结果的得出是十分重要的.

引理 2.2　设系统(2.1)中 $A=I$ 是单位阵；$E=N$ 是幂零阵. 则系统(2.1)的每一个脉冲模式都是不能控或不能观的充分必要条件是：系统(2.1)的传递函数是一个常阵，即

$$C(sN-I)^{-1}B=-CB. \tag{2.4}$$

证　由定义 2.1 知，系统(2.1)的每一个脉冲模式都是不能控或不能观的充分必要条件是对任意 $K\in \mathrm{R}^{m\times p}$，有

$$\deg\det(sN-I-BKC)\equiv 0. \tag{2.5}$$

因此，若证明引理 2.2 只须证明(2.4)与(2.5)等价.

将 (C,N,B) 分解为 Kalman 标准形，存在可逆阵 T，使得

$$TNT^{-1}=\begin{bmatrix} N_{11} & 0 & N_{13} & 0 \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} & N_{24} \\ 0 & 0 & N_{33} & 0 \\ 0 & 0 & N_{43} & N_{44} \end{bmatrix},\quad TB=\begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad CT^{-1}=[C_{11}\quad 0\quad C_{13}\quad 0].$$

这里 $N_{ii}(i=1,2,3,4)$ 是幂零的，(C_{11},N_{11},B_{11}) 是既能控又能观的，由此推得 (C_{11},N_{11},I,B_{11}) 的脉冲模式是完全能控能观的. 因此，(2.5) 成立必然 $N_{11}=0$，即(2.4) 式成立. 另一方面，$\deg\det(sN-I-BKC)=\deg\det(I-C(sN-I)^{-1}BK)$，因此，(2.4)式成立必然(2.5)式成立.　　证毕.

引理 2.2 仅考虑了系统(2.1)不含指数模式的情况. 对于一般情况，我们给出如下两个定理.

定理 2.1　系统(2.1)的每个脉冲模式都是不能控或不能观的充分必要条件是其传递函数是真有理分式阵，即 $F_0(s)$ 是一个常阵.

定理 2.2　总存在 $K\in \mathrm{R}^{m\times p}$，使得系统(2.2)的每一个脉冲模式都是不能控或不能观的，即其传递函数(2.3)是真有理分式阵.

定理 2.1 与定理 2.2 分别考虑的是系统(2.1)当 $r_e=0$ 与 $r_e\neq 0$ 时两种情况. 上文中已讨论，系统(2.1) 有 r_e 个脉冲模式可以通过输出反馈来消除，即存在 $K\in \mathrm{R}^{m\times p}$，对系统(2.1)取反馈 $u=Ky+v$ 后，得到的系统(2.2)不含既能控又能观的脉冲模式.

使用引理 2.2 及系统(2.1)的受限制等价分解[1]可以证明定理 2.1，再由定理 2.1 证明定理 2.2，这里限于篇幅略去.

上面两个定理说明：1° 不能控或不能观的脉冲模式不出现在系统的传递函数中，即

$F_0(s)$ 中的 s 是系统既能控又能观的脉冲模式；2° 使用输出反馈可以消除系统的既能控又能观的脉冲模式. 这里，我们也得出另一个事实：广义系统的传递函数仍然表示该系统的既能控又能观的那部分子系统.

3 具有两个通道的广义系统的单通道控制

设 $\mathscr{K}_i$ 为 $\mathrm{R}^{m_i\times p_i}$ 的稠密开子集，$(i=1,2,\cdots)$. 则 $\mathscr{K}_i$ 是 $\mathrm{R}^{m_i\times p_i}$ 的鲁棒子集[2,3]，为使用方便，我们不指出 $\mathscr{K}_i$ 的具体维数，$K\in\mathscr{K}_i$ 是指 $\mathscr{K}_i$ 与 K 同维数.

引理 3.1 对于 $K_i\in\mathscr{K}_i(i=1,2,3)$，四矩阵：

i) $C(sE-A)^{-1}B$； ii) $C(sE-A-BK_1C)^{-1}B$； iii) $C(sE-A-BK_2)^{-1}B$；
iv) $C(sE-A-K_3C)^{-1}$ 的秩皆相等.

证 注意到下面四矩阵：

i) $\begin{bmatrix} sE-A & B \\ C & 0\end{bmatrix}$； ii) $\begin{bmatrix} sE-A-BK_1C & B \\ C & 0\end{bmatrix}$；

iii) $\begin{bmatrix} sE-A-BK_2 & B \\ C & 0\end{bmatrix}$； iv) $\begin{bmatrix} sE-A-K_3C & B \\ C & 0\end{bmatrix}$

的秩皆相等且皆等于 n 与引理中四矩阵任意之一的秩的和，因此，引理中四矩阵的秩皆相等. 证毕.

我们主要使用引理 3.1 中四矩阵同为零或同不为零的性质，关于这一点用 Kalman 标准分解也可以证明.

从引理 3.1 及文献[4]中引理 1，可得

引理 3.2 对于 $K\in\mathscr{K}$，

$$C(sE-A-B_1KC_1)^{-1}B\neq 0 \tag{3.1}$$

成立的充分必要条件是

i) $$C(sE-A)^{-1}[B_1\quad B]\neq 0, \tag{3.2a}$$

ii) $$\begin{bmatrix} C_1 \\ C\end{bmatrix}(sE-A)^{-1}B\neq 0. \tag{3.2b}$$

实际上(3.2a)与(3.2b)中较小的秩等于(3.1)的秩.

引理 3.3 设 $A\in\mathrm{R}^{n\times n}$，$B\in\mathrm{R}^{n\times m}$，$C\in\mathrm{R}^{p\times n}$，$D\in\mathrm{R}^{n\times q}$ 且 $C\neq 0$，则

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sI-A-DKC\quad B]=n,\quad (\forall\, s\in\mathscr{C}) \tag{3.3}$$

成立的充分必要条件是

i) $$C(sI-A)^{-1}B\neq 0; \tag{3.4a}$$

ii) $$\mathrm{rank}[sI-A\quad B\quad D]=n,\quad \forall\, s\in\sigma(A); \tag{3.4b}$$

iii) $$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} sI-A & B \\ C & 0\end{bmatrix}\geqslant n,\quad \forall\, s\in\sigma(A). \tag{3.4c}$$

证 与文献[2]中定理比较，只须证明(3.3)式成立时，(3.4a)成立，由(3.3)知 $C(sI-A-DKC)^{-1}B\neq 0$，再由引理 3.1 知(3.4a)成立. 证毕.

引理 3.4 设 A,B,C,D 同引理 3.3 条件，且 $G\in\mathrm{R}^{p\times m}$，则

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sI-A-DKC\quad B+DKG]=n,\quad (\forall\, s\in\mathscr{C}) \tag{3.5}$$

成立的充分必要条件是

i)　$$C(sI-A)^{-1}B-G\neq 0, \tag{3.6a}$$

ii)　$$\operatorname{rank}[sI-A \quad B \quad D]=n,\quad \forall\, s\in\sigma(A), \tag{3.6b}$$

iii)　$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sI-A & B \\ C & G\end{bmatrix}\geqslant n,\quad \forall\, s\in\sigma(A). \tag{3.6c}$$

证　任取 $A_0\in R^{m\times m}$，设

$$\bar{A}=\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & A_0\end{bmatrix},\quad \bar{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ I_m\end{bmatrix},\quad \bar{C}=[C \quad G],\quad \bar{D}=\begin{bmatrix} D \\ 0\end{bmatrix}.$$

对 $\bar{A},\bar{B},\bar{C},\bar{D}$ 应用引理 3.3，n 对应 $n+m$，经过简单的化简即证明引理 3.4 成立.　　证毕.

经过上面的准备，我们给出如下定理.

定理 3.1　设 A,B,C,D,E 同前面给定.

1) 如果 $C(sE-A)^{-1}B\neq 0$，则

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sE-A-DKC \quad B]=n,\quad (\forall\, s\in\mathscr{C}) \tag{3.7}$$

成立的充分必要条件是

i)　$$\operatorname{rank}[sE-A \quad B \quad D]=n,\quad \forall\, s\in\sigma(E,A), \tag{3.8a}$$

ii)　$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sE-A & B \\ C & 0\end{bmatrix}\geqslant n,\quad \forall\, s\in\sigma(E,A). \tag{3.8b}$$

2) 如果 $C(sE-A)^{-1}B=0$，则(3.7)式成立的充分必要条件是

i)　$$\operatorname{rank}[sE-A \quad B]=n,\quad \forall\, s\in\sigma(E,A), \tag{3.9a}$$

ii)　$$\max_{K\in\mathscr{K}}\deg\det(sE-A-DKC)=\deg\det(sE-A). \tag{3.9b}$$

这里值得特别作以说明的是：(3.7)式中，$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[\cdot]$ 表示矩阵$[\cdot]$的通有秩，即对所有的 $K\in\mathscr{K}$ 及 $s\in\mathscr{C}$（或 $s\in\sigma(E,A+DKC)$），$[\cdot]$可能取得的秩. 通有秩与最大秩不同，当 $E=I$ 时，通有秩就是最大秩；当 E 奇异时，通有秩不一定是最大秩. 见本文第 5 部分例子.

定理 3.1 的证明.

1) 由引理 3.1 及(3.7)，(3.8)式容易看出将定理中的 A 换为 $A+[B \quad D]K_0C$ 对定理没有影响，$K_0\in\mathscr{K}$. 因此，不妨设 A 满足

$$\max_{K_0}\deg\det(sE-A-[B \quad D]K_0C)=\deg\det(sE-A). \tag{3.10}$$

这时我们还设 E,A,B,C,D 具有如下形式[1]：

$$E=\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & N_2\end{bmatrix},\quad A=\begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2\end{bmatrix},$$

$$C=[C_1 \quad C_2],\quad D=\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2\end{bmatrix}.$$

这里 N_2 是幂零的，由(3.10)式知，子系统 $N_2\dot{x}_2=x_2+[B_2 \quad D_2]u,\ y=C_2x_2$ 的每一个脉冲模式都是不能控或不能观的. 应用引理 2.2 及矩阵恒等式

$$I-C_2(I+D_2KC_2)^{-1}D_2K=(I+C_2D_2K)^{-1},$$

$$C_2(I+D_2KC_2)^{-1}=(I+C_2D_2K)^{-1}C_2.$$

化简 $\operatorname{rank}[sE-A-DKC \quad B]$，得

$$\begin{aligned}&\operatorname{rank}[sE-A-DKC \quad B]\\&=\operatorname{rank}[I+D_2KC_2]+\operatorname{rank}[sI-A_1-D_1\overline{K}C_1 \quad B_1-D_1\overline{K}C_2B_2].\end{aligned} \tag{3.11}$$

这里 $\overline{K}=K(I+C_2D_2K)^{-1}$，$K\in\mathscr{K}$ 时，$\overline{K}\in\mathscr{K}$，由于 $C(sE-A)^{-1}B=C_1(sI-A_1)^{-1}B_1-C_2B_2\neq 0$，由引理 3.4 知

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sI-A_1-D_1\overline{K}C_1 \quad B_1-D_1\overline{K}C_2B_2]=n_1,\quad (\forall s\in\mathscr{C}) \tag{3.12}$$

成立的充分必要条件是

i) $$\operatorname{rank}[sI-A_1 \quad B_1 \quad D_1]=n_1,\quad \forall s\in\sigma(A); \tag{3.13a}$$

ii) $$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}sI-A_1 & B_1\\ C_1 & C_2B_2\end{bmatrix}\geqslant n_1,\quad \forall s\in\sigma(A). \tag{3.13b}$$

而(3.7)式对应于(3.12)式，(3.8)式对应于(3.13)式. 这里，n_1 为 A_1 的阶数. 1) 部分得证.

2) 当 $C(sE-A)^{-1}B=0$ 时，系统 (C,E,A,B) 有如下 Kalman 标准分解[5]：

$$\left[\begin{array}{ccc:c}sE_{11}-A_{11} & * & * & B_{11}\\ 0 & sE_{22}-A_{22} & 0 & 0\\ 0 & * & sE_{33}-A_{33} & 0\\ \hdashline 0 & C_{22} & 0 & \end{array}\right]. \tag{3.14}$$

设对应(3.14)式的 D 为 $[D_{11}^{\mathrm T} \quad D_{22}^{\mathrm T} \quad D_{33}^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$，则(3.7)式成立的充分必要条件为

i) $$\operatorname{rank}[sE_{11}-A_{11} \quad B_{11}]=n_{11},\quad \forall s\in\sigma(E,A); \tag{3.15a}$$

ii) $$\max_{K\in\mathscr{K}}\deg\det(sE_{22}-A_{22}-D_{22}KC_{22})=0; \tag{3.15b}$$

iii) $$\deg\det(sE_{33}-A_{33})=0. \tag{3.15c}$$

这里 n_{11} 是 A_{11} 的阶数. 结合(3.14)式比较(3.9)式和(3.15)式，不难得出(3.9)式与(3.15)式是等价的.　　证毕.

在定理 3.1 中，第 1)部分可以看成是正常系统对应结果的推广，特别地可以看成是引理 3.3 及引理 3.4 的直接推广；第 2)部分揭示了广义系统所特有的性质，当(3.7)式成立时，在(3.14)式中，$\det(sE_{ii}-A_{ii})=\det(-A_{ii})\neq 0$(或 $\sigma(E_{ii},A_{ii})=\varnothing$)，$(i=2,3)$，即这两部分子块不含有指数模式；而且子系统 $(C_{22},E_{22},A_{22},D_{22})$ 不含既能控又能观的脉冲模式. 若不然，系统产生了不能控的指数模式，即(3.15b) 式不成立时，取 $s\in\sigma(E_{22},A_{22}+D_{22}KC_{22})$，此时(3.7) 式不成立.

定理 3.1 可以推广到具有 N 个通道的情况.

4　DR-能控性

下面考虑广义分散控制系统

$$E\dot{x}=Ax+\sum_{i=1}^{N}B_iu_i, \tag{4.1a}$$

$$y_i=C_ix,\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{4.1b}$$

这里 E 是奇异的，$E,A\in\mathrm{R}^{n\times n}$，$B_i\in\mathrm{R}^{n\times m_i}$，$C_i\in\mathrm{R}^{p_i\times n}$，且 B_i 与 C_i 皆不为零，$i=1,2,\cdots,N$.

设 S 为集合 $\mathscr{N}\triangleq\{1,2,\cdots,N\}$ 的非空真子集，$S=\{i_1,i_2,\cdots,i_g\}$，记 $B_S=[B_{i1},B_{i2},\cdots,B_{ig}]$，$C_S=[C_{i1}^{\mathrm T} \quad C_{i2}^{\mathrm T} \quad \cdots \quad C_{ig}^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$，$\mathscr{N}-S=\{1,2,\cdots,N\}-\{i_1,i_2,\cdots,i_g\}$.

定义 4.1　如果

$$\underset{K_i\in\mathscr{K}_i}{gr}[sE-A-\sum_{i=1}^{N}B_iK_iC_i \quad B_j]=n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}). \tag{4.2}$$

则称系统(4.1)对通道 j 是 DR-能控的.

同样可以对偶地定义 DR-能观的概念.

定理 4.1 1) 如果对任意 $S\subset\mathscr{N}, j\in S$，皆有 $C_{N-S}(sE-A)^{-1}B_S\neq 0$，则广义分散控制系统(4.1) 对通道 j 是 DR-能控的充分必要条件是

i) $$\operatorname{rank}[sE-A \quad B_1 \quad B_2 \quad \cdots \quad B_N]=n, \quad \forall s\in\sigma(E,A); \tag{4.3a}$$

ii) $$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sE-A & Bs \\ C_{N-S} & 0\end{bmatrix}\geqslant n, \quad \forall S\subset N, \quad j\in S, \quad \forall s\in\sigma(E,A). \tag{4.3b}$$

2) 如果对于某个 $S_0\subset\mathscr{N}, j\in S_0$，使得 $C_{N-S_0}(sE-A)^{-1}B_{S_0}=0$，则广义分散控制系统(4.1) 对通道 j 是 DR-能控的充分必要条件是

i) $$\underset{K_i\in\mathscr{K}_i}{gr}[sE-A-\sum_{i\in S_0}B_iK_iC_i \quad B_j)=n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}). \tag{4.4a}$$

ii) $$\max_{K_i\in\mathscr{K}_i}\deg\det(sE-A-\sum_{i\in N-S_0}B_iK_iC_i)=\deg\det(sE-A). \tag{4.4b}$$

证　1) 当 $\mathscr{N}=\{1,2\}$ 时，定理 4.1 即是定理 3.1. 下面对 $\mathscr{N}=\{1,2,3\}, j=3$ 时给予证明，当 $N>3$ 时，仿 $N=3$ 的情况用数学归纳法递推即得.

因为 $C_1(sE-A)^{-1}[B_2 \quad B_3]\neq 0$，$\begin{bmatrix}C_1\\C_2\end{bmatrix}(sE-A)^{-1}B_3\neq 0$，根据引理 3.2 知 $C_2(sE-A-B_1K_1C_1)^{-1}B_3\neq 0$. 因此，由定理 3.1 知(4.2)式成立的充分必要条件是

i) $$\underset{K_1\in\mathscr{K}_1}{gr}[sE-A-B_1K_1C_1 \quad B_2 \quad B_3]=n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}); \tag{4.5a}$$

ii) $$\underset{K_1\in\mathscr{K}_1}{gr}\begin{bmatrix} sE-A-B_1K_1C_1 & B_3\\ C_2 & 0\end{bmatrix}\geqslant n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}). \tag{4.5b}$$

下面证明充分性，即由(4.3)式证明(4.5)式.

由已知条件及(4.3)式，应用定理 3.1 得

i) $$\begin{bmatrix}C_1\\C_2\end{bmatrix}(sE-A-B_2K_2C_2)^{-1}B_3\neq 0; \tag{4.6a}$$

ii) $$\underset{K_2\in\mathscr{K}_2}{gr}[sE-A-B_2K_2C_2 \quad B_1 \quad B_3]=n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}); \tag{4.6b}$$

iii) $$\underset{K_2\in\mathscr{K}_2}{gr}\begin{bmatrix} sE-A-B_2K_2C_2 & B_3\\ C_1 & 0\\ C_2 & 0\end{bmatrix}\geqslant n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}). \tag{4.6c}$$

对(4.6)式再次应用定理 3.1，得

$$\underset{K_i\in\mathscr{K}_i}{gr}\left[sE-A-B_2K_2C_2-B_1[K_1 \quad K_{12}]\begin{bmatrix}C_1\\C_2\end{bmatrix} \quad B_3\right]=n, \quad (\forall s\in\mathscr{C}). \tag{4.7}$$

从上式得(4.5b)成立.(4.5a)容易证得. 因此，1)的充分性得证，而必要性是显然的.

2) 仿定理 3.1 第 2)部分可证.　　证毕.

从(4.2)与(4.4a)式可以看出，定理 4.1 具有递推特性.

5 例 子

设

$$E=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix},\quad A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},$$

$$D=(0\quad 0\quad 1)^{\mathrm{T}},\quad C=[C_1\quad C_2\quad C_3].$$

则 $\mathrm{rank}[sE-A\quad B]=3$ 对 $\forall\, s\in\mathscr{C}$ 成立.

1) 当 $c_1=0, c_2=1, c_3=0$ 时

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sE-A-DKC\quad B]<3, \text{对于 } \mathscr{K}=R-\{0\}, s=\frac{1}{K}.$$

这说明通有秩小于最大秩. 这时 $C(sE-A)^{-1}B=0$, $\max\limits_{K\in\mathscr{K}}\deg\det(sE-A-DKC)=2$, 而 $\deg\det(sE-A)=1\neq 2$, 这种情况下, (3.7) 与 (3.9b) 同时不成立.

2) 当 $c_1=0, c_2=0, c_3=1$ 时,

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sE-A-DKC\quad B]=3, \text{对于 } \mathscr{K}=R-\{-1\}, \forall\, s\in\mathscr{C}.$$

这时 $C(sE-A)^{-1}B=0$, $\max\limits_{K\in\mathscr{K}}\deg\det(sE-A-DKC)=\deg\det(sE-A)=1$. 这说明 (3.7) 与 (3.9) 同时成立.

3) $c_1=1, c_2, c_3$ 任意时,

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{gr}[sE-A-DKC\quad B]=3, \text{对于某个 } \mathscr{K}, \forall\, s\in\mathscr{C}.$$

这时 $C(sE-A)^{-1}B\neq 0$, 这说明 (3.7) 与 (3.8) 同时成立.

这个例子是对本文结果的一个简要说明与解释.

6 结束语

本文将现有的正常分散控制系统的结果与广义系统相结合,解决了一般情况下的广义分散控制系统的控制问题. 本文结果也是 Corfmat and Morse 的结果[3]的推广.

参 考 文 献

[1] 王朝珠,戴立意. 广义动态系统. 控制理论与应用. 1986,3(1):2—12

[2] Potter, J. M. et al. Single-Channel Control of a Two-Channel System. IEEE Trans. Automat. Contr. 1979, AC-24(3): 491—492

[3] Corfmat, J. P. and Morse, A. S.. Decentralized Control of Linear Multivariable Systems. Automatica, 1976, 12(5): 479—495

[4] 谢绪恺,荆海英. 分散控制系统的固定模式. 自动化学报, 1986, 12(2):185—189

[5] Verghese, G. C. et al. A Generalized State-Space for Singular Systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1981, AC-26 (4):811—831

[6] 王朝珠,王恩平. 广义分散控制系统的无穷远固定模, 系统科学与数学, 1988, 8(2):142—150

[7] Cobb, D.. Controllability, Observability, and Duality in Singular Systems, IEEE Trans. Automat. Contr., 1984, AC-29(12):601—611

[8] Lee, J. S. et al. Feedback Control of Linear Decentralized Control Systems: An Algebraic Approach. Int. J. Contr., 1990, 52(6)1371—1390

DR-Controllability of Descriptor Decentralized Control Systems

ZHANG Guoshan
(Research Center of Automation, Northeastern University · Shenyang, 110006, PRC)
XIE Xuhai
(Department of Mathematics, Northeastern University · Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: In this paper, the DR-Controllablity of descriptor decentralized control systems is studied. Some necessary and sufficient conditions about DR-Controllability are established in general case.

Key words: descriptor decentralized control systems; DR-Controllability; impulse mode; Kalman canonical decomposition.

本文作者简介

张国山 1961 年生. 1983 年毕业东北师范大学数学系,之后任教于空军后勤学院. 1989 年获东北大学应用数学专业硕士学位,现为东北大学自动化研究中心博士研究生. 目前感兴趣的领域为线性系统、广义系统、分散控制系统、互质分式表示法的理论及应用等.

谢绪恺 见本刊 1995 年第 3 期第 376 页.