第 13 卷第 4 期　　控制理论与应用　　Vol. 13, No. 4
1996 年 8 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Aug., 1996

奇异摄动系统 H_∞ 问题的进一步研究 *

谭　文　涂其栵　周其节　　　梁天培
（华南理工大学自动化系・广州，510641）　（香港理工大学机械工程系・香港）

摘要：本文给出奇异摄动系统 H_∞ 问题有解的一个简洁的 ε-独立充要条件，并给出 H_∞ 控制器的具体形式. 同时本文证明该控制器亦具有奇异摄动性，并且其快、慢部分分别为原系统的快、慢子系统之 H_∞ 问题的次优控制器. 本文结果亦适用于非标准摄动情形.

关键词：奇异摄动系统；H_∞ 控制；快、慢分解

1　引　言

普通线性系统的 H_∞ 控制理论已取得较好结果[1]. 对奇异摄动系统，文献[2]证明最小灵敏度问题可分解为快、慢子系统之相应问题，整个系统的控制器设计可从快子系统控制器与慢子系统控制器综合而成. [3]对一般输出反馈 H_∞ 问题亦得到类似结果，但未给出控制器构成. 而最近[4]以对策的观点讨论了整个系统的 H_∞ 控制问题与其快、慢子系统 H_∞ 控制问题的关系.

本文将继续[3]之工作，给出 H_∞ 问题有解充要条件，并给出次优控制器的具体形式. 本文证明该控制器亦具有奇异摄动性，并且其快、慢部分分别为原系统的快、慢子系统之 H_∞ 问题的次优控制器. 与[4]之结果相比，本文结果亦适用于非标准摄动情形.

2　奇异摄动系统 H_∞ 问题有解条件

首先我们给出奇异摄动系统 H_∞ 问题有解的 ε- 独立条件. 对给定的奇异摄动系统

$$G:=\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \varepsilon\dot{x}_2\end{bmatrix}=A\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+B_1w+B_2u,\\ z=C_1\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+D_{12}u,\\ y=C_2\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+D_{21}w.\end{cases}\tag{2.1}$$

其中

$$A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix},\quad B_1=\begin{bmatrix}B_{11}\\ B_{12}\end{bmatrix},\quad B_2=\begin{bmatrix}B_{21}\\ B_{22}\end{bmatrix},$$

$$C_1=[C_{11}\quad C_{12}],\quad C_2=[C_{21}\quad C_{22}].\tag{2.2}$$

令
$$E=\begin{bmatrix}I & \\ & 0\end{bmatrix},A_\varepsilon=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21}/\varepsilon & A_{22}/\varepsilon\end{bmatrix},\quad B_{1\varepsilon}=\begin{bmatrix}B_{11}\\ B_{21}/\varepsilon\end{bmatrix},\quad B_{2\varepsilon}=\begin{bmatrix}B_{21}\\ B_{22}/\varepsilon\end{bmatrix}.\tag{2.3}$$

本文不假设 A_{22} 为可逆的，从而(2.1)可为非标准摄动系统[5]. 我们如下假设：

A1) (E,A,B_2) 有限模可稳，(E,A,C_2) 有限模可检，且系统 $\{E,A,B_1,C_2,D_{21}\}$，$\{E,A,$

* 京港学术交流中心资助课题.

本文于 1994 年 7 月 30 日收到. 1995 年 8 月 1 日收到修改稿.

$B_2, C_1, D_{12}\}$ 在虚轴上不存在有限不变零点.

A2) (A_{22}, B_{22}) 可稳, (A_{22}, C_{22}) 可检, 且系统 $\{A_{22}, B_{21}, C_2, D_{21}\}$ 及 $\{A_{22}, B_{22}, C_1, D_{12}\}$ 在虚轴上不存在不变零点.

A3) $D_{12}^{\mathrm{T}}[C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad I]$, $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$.

假设 A1)与[5]中关于慢模型可稳可检的定义是一致的(参见[6]中奇异系统的有关概念). 对充分小参数, 上述假设可保证全阶系统满足 H_∞ 问题的标准假设. 全阶系统 H_∞ 问题有解当且仅当[3]

i) $A_\varepsilon^{\mathrm{T}} X_\varepsilon + X_\varepsilon A_\varepsilon + (\gamma^{-2} B_{1\varepsilon} B_{1\varepsilon}^{\mathrm{T}} + B_{2\varepsilon} B_{2\varepsilon}^{\mathrm{T}}) X_\varepsilon + C_1^{\mathrm{T}} C_1 = 0$ 存在稳定化解 $X_\varepsilon \geq 0$.

ii) $A_\varepsilon Y_\varepsilon + Y_\varepsilon A_\varepsilon^{\mathrm{T}} + Y_\varepsilon (\gamma^{-2} C_1^{\mathrm{T}} C_1 - C_2{}^{\mathrm{T}} C_2) Y_\varepsilon + B_{1\varepsilon} B_{1\varepsilon}{}^{\mathrm{T}} = 0$ 存在稳定化解 $Y_\varepsilon \geq 0$.

iii) $\rho(X_\varepsilon Y_\varepsilon) < \gamma^2$.

上述条件为 ε- 相关的. 由[3], 对充分小 ε, X_ε, Y_ε 分别具有如下形式:

$$X_\varepsilon = \begin{bmatrix} X_1 & \varepsilon X_2{}^{\mathrm{T}} \\ \varepsilon X_2 & \varepsilon X_3 \end{bmatrix} + O(\varepsilon), \quad Y_\varepsilon = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2{}^{\mathrm{T}} \\ Y_2 & Y_3/\varepsilon \end{bmatrix} + O(\varepsilon). \tag{2.4}$$

从而条件 i)中 Riccati 方程可展开为:

$$\begin{cases} A_{11}^{\mathrm{T}} X_1 + A_{21}^{\mathrm{T}} X_2 + X_1 A_{11} + X_2 A_{21} + X_1 R_{11} X_1 + X_2^{\mathrm{T}} R_{12}^{\mathrm{T}} X_1 \\ \quad + X_1 R_{12} X_2 + X_2^{\mathrm{T}} R_{22} X_2 + C_{11}^{\mathrm{T}} C_{11} = O(\varepsilon), \\ \varepsilon A_{11}^{\mathrm{T}} X_2{}^{\mathrm{T}} + A_{21}^{\mathrm{T}} X_3 + X_1 A_{12} + \varepsilon X_2{}^{\mathrm{T}} A_{22} + \varepsilon X_1 R_{11} X_2^{\mathrm{T}} + \varepsilon X_2^{\mathrm{T}} R_{12}{}^{\mathrm{T}} X_2^{\mathrm{T}} \\ \quad + X_1 R_{12} X_3 + X_2^{\mathrm{T}} R_{22} X_3 + C_{11}^{\mathrm{T}} C_{12} = O(\varepsilon), \\ \varepsilon A_{12}^{\mathrm{T}} X_2{}^{\mathrm{T}} + A_{22}^{\mathrm{T}} X_3 + \varepsilon X_2 A_{12} + X_3 A_{22} + \varepsilon X_2 R_{11} X_2^{\mathrm{T}} + \varepsilon X_3 R_{12}^{\mathrm{T}} X_2^{\mathrm{T}} \\ \quad + \varepsilon X_2 R_{12} X_3{}^{\mathrm{T}} + X_3 R_{22} X_3 + C_{12}^{\mathrm{T}} C_{12} = O(\varepsilon), \end{cases} \tag{2.5}$$

其中 $\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12}/\varepsilon \\ R_{12}^{\mathrm{T}}/\varepsilon & R_{22}/\varepsilon^2 \end{bmatrix} := \gamma^{-2} B_{1\varepsilon} B_{1\varepsilon}{}^{\mathrm{T}} - B_{2\varepsilon}{}^{\mathrm{T}} B_{2\varepsilon}$. 由[3], X_1, X_2, X_3 为(2.5)中令 $\varepsilon = 0$ 所得方程之解. 令 $X = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ X_2 & X_3 \end{bmatrix}$, 可以验证, $\varepsilon = 0$ 时, (2.5)可简化为:

$$A^{\mathrm{T}} X + X^{\mathrm{T}} A + X^{\mathrm{T}} (\gamma^{-2} B_1 B_1{}^{\mathrm{T}} - B_2 B_2{}^{\mathrm{T}}) X + C_1{}^{\mathrm{T}} C_1 = 0. \tag{2.6a}$$

又 $A_\varepsilon + (\gamma^{-2} B_{1\varepsilon} B_{1\varepsilon}{}^{\mathrm{T}} - B_{2\varepsilon} B_{2\varepsilon}{}^{\mathrm{T}}) X_\varepsilon = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \frac{1}{\varepsilon} I \end{bmatrix} [A + (\gamma^{-2} B_1 B_1{}^{\mathrm{T}} - B_2 B_2{}^{\mathrm{T}}) X + O(\varepsilon)]$, 从而其为稳定的等价于 $(E, A + (\gamma^{-2} B_1 B_1{}^{\mathrm{T}} - B_2 B_2{}^{\mathrm{T}}) X$ 及 $A_{22} + (\gamma^{-2} B_{12} B_{12}{}^{\mathrm{T}} - B_{22} B_{22}{}^{\mathrm{T}}) X_3$ 同时稳定. 以下称(2.6a)具有上述性质的解为其稳定化解.

对偶地, 令 $Y = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 \\ Y_2 & Y_2 \end{bmatrix}$, $\varepsilon = 0$ 时, 条件 ii) 可简化为以下方程具有稳定化解:

$$AY + Y^{\mathrm{T}} A^{\mathrm{T}} + Y^{\mathrm{T}} (\gamma^{-2} C_1^{\mathrm{T}} C_1 - C_2{}^{\mathrm{T}} C_2) Y + B_1 B_1^{\mathrm{T}} = 0. \tag{2.6b}$$

因 $X_\varepsilon Y_\varepsilon = \begin{bmatrix} X_1 Y_1 + \varepsilon X_2{}^{\mathrm{T}} Y_2 & X_1 Y_2{}^{\mathrm{T}} + X_2{}^{\mathrm{T}} Y_3 \\ \varepsilon (X_2 Y_1 + X_3 Y_2) & X_3 Y_3 + \varepsilon X_2 Y_2{}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} + O(\varepsilon)$, 从而 $\varepsilon = 0$ 时条件 iii) 等价于

$$\rho(X_1 Y_1) < \gamma^2, \quad \rho(X_3 Y_3) < \gamma^2, \quad \text{也等价于 } \rho(XY) < \gamma^2. \tag{2.6c}$$

于是我们得到 ε- 独立的有解条件:

命题 1　在假设 A1) A2) A3)下，对充分小 ε，奇异摄动系统 H∞ 问题有解当且仅当：

i) (2.6a)存在下三角形式稳定化解 $X=\begin{bmatrix}X_1 & 0\\ X_2 & X_3\end{bmatrix}$，并且 $X_1=X_1^{\mathrm T}\geq 0, X_3=X_3^{\mathrm T}\geq 0$.

ii) (2.6b)存在下三角形式稳定化解 $Y=\begin{bmatrix}Y_1 & 0\\ Y_2 & Y_3\end{bmatrix}$，并且 $Y_1=Y_1^{\mathrm T}\geq 0, Y_3=Y_3^{\mathrm T}\geq 0$.

iii) $\rho(XY)<\gamma^2$.

3　奇异摄动系统 H∞控制的奇异摄动性

将奇异摄动系统作为全阶系统考虑，熟知当其 H∞问题有解时，其 central 控制器为[6]：

$$K_\varepsilon := \begin{cases}\dot p = A_{k\varepsilon}p + B_{k\varepsilon}y,\\ u = C_{k\varepsilon}p.\end{cases} \tag{3.1a}$$

其中

$$\begin{aligned}A_{k\varepsilon} &= A_\varepsilon + (\gamma^{-2}B_{1\varepsilon}B_{1\varepsilon}^{\mathrm T} - B_{2\varepsilon}B_{2\varepsilon}^{\mathrm T})X_\varepsilon - Z_\varepsilon Y_\varepsilon C_2^{\mathrm T}C_2,\\ B_{k\varepsilon} &= Z_\varepsilon Y_\varepsilon C_2^{\mathrm T}, C_{k\varepsilon} = -B_{2\varepsilon}^{\mathrm T}X_\varepsilon, Z_\varepsilon = (I-Y_\varepsilon X_\varepsilon)^{-1}.\end{aligned} \tag{3.1b}$$

令 $Z := (I-\gamma^{-2}XY)^{-1} =: \begin{bmatrix}Z_1 & 0\\ Z_2 & Z_3\end{bmatrix}$，其中 $X=\begin{bmatrix}X_1 & 0\\ X_2 & X_3\end{bmatrix}$，$Y=\begin{bmatrix}Y_1 & 0\\ Y_2 & Y_3\end{bmatrix}$ 分别为命题 1 中条件 i) ii)之解. 经过一些复杂计算，(3.1b)中各式可化为：

$$Z_\varepsilon^{\mathrm T} \sim \left(I-\gamma^{-2}\begin{bmatrix}Y_1X_1+\varepsilon Y_2^{\mathrm T}X_2 & \varepsilon(Y_2X_1+Y_3X_2)^{\mathrm T}\\ Y_2X_1+Y_3X_2 & Y_3X_3+\varepsilon Y_2X_2^{\mathrm T}\end{bmatrix}\right)^{-1} \sim \begin{bmatrix}Z_1^{\mathrm T} & \varepsilon Z_2^{\mathrm T}\\ * & Z_3^{\mathrm T}\end{bmatrix}. \tag{3.2a}$$

其中～表示一阶逼近，$*$ 表示无关项. 因此

$$C_{k\varepsilon} \sim [B_{21}^{\mathrm T}\quad B_{22}/\varepsilon]\begin{bmatrix}X_1 & \varepsilon X_2^{\mathrm T}\\ \varepsilon X_2 & \varepsilon X_3\end{bmatrix} \sim B_2^{\mathrm T}X, \tag{3.2b}$$

$$B_{k\varepsilon} \sim -\begin{bmatrix}Z_1^{\mathrm T} & \varepsilon Z_2^{\mathrm T}\\ * & Z_3^{\mathrm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_1 & Y_2^{\mathrm T}\\ Y_2 & Y_3/\varepsilon\end{bmatrix}C_2^{\mathrm T} \sim -\begin{bmatrix}I & \\ & 1/\varepsilon\end{bmatrix}Z^{\mathrm T}Y^{\mathrm T}C_2^{\mathrm T}, \tag{3.2c}$$

$$A_{k\varepsilon} \sim \begin{bmatrix}I & \\ & 1/\varepsilon\end{bmatrix}(A+(\gamma^{-2}B_1B_1^{\mathrm T}-B_2B_2^{\mathrm T})X - Z^{\mathrm T}Y^{\mathrm T}C_2^{\mathrm T}C_2). \tag{3.2d}$$

于是我们得到：

命题 2　对充分小 ε，奇异摄动系统 central H∞控制器具有如下奇异摄动形式：

$$K := \begin{cases}\begin{bmatrix}I & \\ & \varepsilon\end{bmatrix}\dot p = A_kp + B_ky,\\ u = C_kp.\end{cases} \tag{3.3a}$$

其中

$$\begin{aligned}A_k &= A + (\gamma^{-2}B_1B_1^{\mathrm T} - B_2B_2^{\mathrm T})X - Z^{\mathrm T}Y^{\mathrm T}C_2^{\mathrm T}C_2,\\ B_k &= Z^{\mathrm T}Y^{\mathrm T}C_2^{\mathrm T},\quad C_k = -B_2^{\mathrm T}X.\end{aligned} \tag{3.3b}$$

式中 X,Y,Z 定义见上.

4　奇异摄动 H∞控制器的结构

由命题 2，显然奇异摄动系统的 central H∞控制器可分解为一快部分与一慢部分. 下面

我们将证明快、慢控制器分别为快、慢子系统的 H_∞ 次优控制器.

首先,控制器(3.3)之快、慢部分分别可表示为[5],

$$\begin{cases} K_f:=\begin{cases}\dot{p}_f=(A_{22}+(\gamma^{-2}B_{21}B_{21}^{\mathrm{T}}-B_{22}B_{22}^{\mathrm{T}})X_3-Z_3^{\mathrm{T}}Y_3^{\mathrm{T}}C_{22}^{\mathrm{T}}C_{22})p_f+Z_3^{\mathrm{T}}Y_3^{\mathrm{T}}C_{22}^{\mathrm{T}}y_f,\\ u_f=-B_{22}^{\mathrm{T}}X_3p_f,\end{cases}\\ K_s:=\begin{cases}\begin{bmatrix}I & \\ & 0\end{bmatrix}\dot{p}_s=A_kp_s+B_xy_s,\\ u_s=C_kp_s.\end{cases}\end{cases} \tag{4.1}$$

而对象(2.1)之快、慢部分分别为:

$$G_f:=\begin{cases}\dot{x}_f=A_{22}x_f+B_{21}w_f+B_{22}u_f,\\ z_f=C_{12}x_f+D_{12}u_f,\\ y_f=C_{22}x_f+D_{21}w_f,\end{cases}\qquad G_s:=\begin{cases}\begin{bmatrix}I & \\ & 0\end{bmatrix}\dot{x}_s=Ax_s+B_1w_s+B_2u_s,\\ z_z=C_1x_s+D_{12}u_s,\\ y_s=C_2x_s+D_{21}w_s.\end{cases} \tag{4.2}$$

其中 $w=w_s+w_f,u=u_s+u_f,y=y_s+y_f+O(\varepsilon),z=z_s+z_f+O(\varepsilon)$.

因 $Z_3^{\mathrm{T}}Y_3^{\mathrm{T}}=(I-\gamma^{-2}Y_3X_3)^{-1}Y_3$ 显然,K_f 为 G_f 之 H_∞ 次优控制器.

为证明 K_s 为 G_s 之 H_∞ 次优控制器,我们需要如下引理:

引理 1[7] 设(E,A,C) 有限模可检且脉冲可观,则(E,A) 稳定且不含脉冲当且仅当广义 Lyapunov 方程

(GLE): $\qquad A^{\mathrm{T}}P+P^{\mathrm{T}}A+C^{\mathrm{T}}C=0,\quad E^{\mathrm{T}}P=P^{\mathrm{T}}E$

存在解 P 满足 $E^{\mathrm{T}}P\geq 0$.

不失一般性,以下假设 $\gamma=1$. 作变换 $v=u_s+B_2^{\mathrm{T}}Xx_s,e=x_s-p_s$,于是 G_s,K_s 分别变换为:

$$P:=\begin{cases}E\dot{x}_s=(A-B_2B_2^{\mathrm{T}}X)x_s+B_1w_s+B_2v,\\ z_s=(C_1-D_{12}B_2^{\mathrm{T}}X)x_s+D_{12}v,\\ r=-B_1^{\mathrm{T}}Xx_s+w_s,\end{cases} \tag{4.3}$$

$$C:=\begin{cases}E\dot{e}=(A+B_1B_1^{\mathrm{T}}X-Z^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}C_2^{\mathrm{T}}C_2)e+(B_1-Z^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}C_2^{\mathrm{T}}D_{21})r,\\ v=B_2^{\mathrm{T}}Xe.\end{cases} \tag{4.4}$$

由假设 A1),A2) 可推知$(E,A-B_2B_2^{\mathrm{T}}X,[C_1^{\mathrm{T}}\,|\,X^{\mathrm{T}}B_1\,|\,X^{\mathrm{T}}B_2]^{\mathrm{T}})$ 有限模可检且脉冲可控,由命题 1 条件 i) 及引理 1 知$(E,A-B_2B_2^{\mathrm{T}}X)$ 稳定且不含脉冲. 因

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x_s^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Xx_s)&=[(A-B_2B_2^{\mathrm{T}}X)x_s+B_1w_s+B_2v]^{\mathrm{T}}Xx_s\\ &\quad+x_s^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}}[(A-B_2B_2^{\mathrm{T}}X)x_s+B_1w_s+B_2v]\\ &=-z_s^{\mathrm{T}}z_s+w_s^{\mathrm{T}}w_s-r^{\mathrm{T}}r+v^{\mathrm{T}}v.\end{aligned} \tag{4.5}$$

从而 P 为等距的. 又命题 1 条件 i) 意味着$(E,A+(B_1B_1^{\mathrm{T}}-B_2B_2^{\mathrm{T}})X)$ 稳定且不含脉冲. 因此 P 之(2,1) 块之逆 P_{21}^{-1} 存在且稳定.

令 $Q:=YZ$,利用条件 i),命题 1 条件 ii) 可化为:

$$(A + B_1B_1^{\mathrm{T}}X)Q + Q^{\mathrm{T}}(A + B_1B_1^{\mathrm{T}}X)^{\mathrm{T}} + B_1B_1^{\mathrm{T}} + Q^{\mathrm{T}}(X^{\mathrm{T}}B_2B_2^{\mathrm{T}}X - C_2^{\mathrm{T}}C_2)Q = 0, \tag{4.6a}$$

$$Y^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}(I - XY) = Y^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}} - Y^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}}EY = (I - Y^{\mathrm{T}}X^{T})EY, \text{从而 } EQ = Q^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}. \tag{4.6b}$$

由引理 1 知 C 稳定且不含脉冲.

考虑 C 之对偶：

$$C^*:=\begin{cases} E^{\mathrm{T}}\dot{e}^* = (A + B_1B_1^{\mathrm{T}}X - Z^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}C_2^{\mathrm{T}}C_2)e^* + XB_2e^*, \\ v^* = (B_1 - Z^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}C_2^{\mathrm{T}}D_{21})^{\mathrm{T}}e^*. \end{cases} \tag{4.7}$$

由(4.6)得：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(e^{*\mathrm{T}}EQe^*) = -v^{*\mathrm{T}}v^* + r^{*\mathrm{T}}r^* - (r^* - B_2^{\mathrm{T}}XQe^*)^{\mathrm{T}}(r^* - B_2^{\mathrm{T}}XQe^*). \tag{4.8}$$

从而 $\| C^* \| < 1$. 于是由[8]之引理 15 可知 K_r 为 G_r 之 H∞ 次优控制器.

综合上述，本文主要结果可叙述为：

定理 1　在假设 A1)，A2)，A3)下，对奇异摄动系统(2.1)，当 ϵ 充分小时，

i) H∞控制问题有解当且仅当命题 1 之条件 i)，ii)，iii)成立.

ii) 当上述条件满足时，一复合控制器由(3.3)给出.

iii) 该控制器亦具有奇异摄动形式，并且其快、慢部分分别为(2.1)之快、慢子系统的 H∞次优控制器.

注意到全文推导中没有用到系统矩阵之逆，即使 A_{22} 奇异时，上述结果亦成立，从而本文方法亦适用于非标准摄动系统.

5　结束语

本文深入讨论了奇异摄动系统的 H∞控制问题有解的充要条件，并给出次优控制器的具体形式. 同时本文还证明了该控制器亦为奇异摄动的，并且其快、慢部分分别为原系统的快、慢子系统之 H∞问题的次优控制器. 采用奇异系统表示，本文避免了系统的降阶，因此结果对一般的非标准系统亦适用.

参　考　文　献

[1] 谭文，陈亚陵. 有限维线性系统 H∞理论进展评述. 控制与决策，1994，(9)：81－87

[2] Luse, D. W. and Ball, J. A.. Frequency-Scale Decomposition of H∞-Disk Problems. SIAM J. Contr. Optimiz., 1989, (27): 814－835

[3] 谭文，陈亚陵. 奇异摄动系统的 H∞最优问题及其分解. 控制与决策，1993，(8)：229－231

[4] Pan, Z. G. and Basar, Z.. H∞-Optimal Control for Singularly Perturbed Systems. Pat Ⅰ: Perfect State Measurements, Automatica, 1993, (29): 401-423. Part Ⅱ: Imperfect State Measurements, IEEE Trans. Automat. Contr., 1994, AC-(2): 280－298

[5] Khalil, H.. Feedback Control of Nonstandard Singularly Peturbed Systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989, AC-(34): 1052－1060

[6] Dai, L.. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences 118, Springer-Verlag, 1989

[7] Takaba, K., et al.. A Generalized Lyapunov Theorem for Descriptor System. Syst. Contr. Lett., 1995(24): 49－51

[8] Doyle, J. C., et. al.. State-Space Solution to Standard H₂ and H∞ Control Problem. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989, AC-(34): 831－847

Further Research on H_∞ Control for Singularly-Perturbed Systems

TAN Wen, TU Qilie and ZHOU Qijie
(Department of Automation, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)
Leung, T. P.
(Department of Mechanical Engineering, Hong Kong Polytechnic, Hong Kong)

Abstract: This paper presents a concise ε-independent sufficient and necessary condition for H_∞ control problem of singularly-perturbed systems and the construction of the (sub)optimal controller. We observe that the controller is also singularly perturbed. Furthermore, the fast and slow part of the (sub)optimal controller are (sub)optimal for the fast and slow subsystem of the original singularly-perturbed system respectively. Our results apply to the case when A_{22} is singular.

Key Words: singularly-perturbed system; H_∞ control; fast and slow decomposition

本文作者简介

谭 文 1969年生,1990年本科毕业于厦门大学数学系,1993年在该校系统科学系获硕士学位,现在广州华南理工大学自动化系攻读博士学位,感兴趣研究方向为:鲁棒控制,H_∞优化以及挠性体控制等.

涂其栵 1951年中山大学毕业,中科院工程控制论研究生.曾任中科院自动化所助研,中国科技大学教授,系主任;华南理工大学教授,系副主任;"控制理论与应用"杂志副主编;广州市自动化学会理事长,亚太区控制与检测大会主席;澳门大学校外考试评委,IEEE高级会员,纽约科学院会员,历来从事自动控制理论及应用的科研与教学.有译著4本,论文二十篇.涉及随机控制,工业过程系统辨识,生物医药系统建模,计算机辅助设计和H_∞控制方等方面.

周其节 见本刊1996年第1期10页.

梁天培 见本刊1996年第2期204页.