

基于模糊聚类和卡尔曼滤波方法的模糊辨识*

张平安 李人厚

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

摘要: 本文提出一种通用的基于模糊聚类和卡尔曼滤波方法的模糊辨识方法. 模糊聚类方法在给定的广义目标下按线性簇对被辨识的样本数据进行聚类, 这样使得被辨识模型可用若干局部线性模型表示, 然后, 利用卡尔曼滤波方法拟合这些线性模型. 本文给出了详细的模糊辨识算法. 为了验证该辨识方法的有效性, 本文最后给出了熟知的 Box-Jenkins 数据的辨识结果.

关键词: 模糊辨识; 模糊聚类; 卡尔曼滤波; 系统辨识

1 引言

目前, 聚类技术在模糊辨识方法中得到了广泛的应用^{[1]~[3]}. 其中文献[1]实现了一种完全基于模糊聚类方法的模糊辨识方法. 这种方法的主要特点是建立的模糊模型无方向性(direction-free), 人们可根据需要观测输入输出变量. 一旦输入输出变量确定, 即可根据聚类结果, 对给定的输入, 通过求解一个特殊的不等式, 获得输出变量的确定值. 然而, 由于解这个不等式比较复杂, 而且模糊辨识的精度主要依赖于聚类的结果, 因此在一定程度上影响了这种辨识方法的精度. 文献[4]提出了一种原理简单而直观的模糊辨识方法. 这种辨识方法可通过正确划分输入变量模糊子空间来获得较高的辨识精度, 然而, 输入变量模糊子空间的划分是一个复杂的非线性规划问题. 因此, 在一定程度上限制了该方法的应用.

本文综合了上述两种方法的优点, 提出了一种新的简单实用的模糊辨识方法. 首先, 对被辨识对象的输入输出样本数据进行模糊聚类, 使得被辨识模型可用若干局部线性模型表示, 然后, 利用卡尔曼滤波方法拟合这些线性模型. 最后, 对于给定的系统输入, 通过求解一个最小化问题, 得到系统相应的输出. 在不改变聚类结果的基础上, 选择辨识不同的输入输出变量, 运用卡尔曼滤波方法辨识相应的模糊模型的结论(后件)参数. 显然, 这种方法在一定程度上保留了文献[1]方法的模糊模型无方向性的优点, 而且只要选择合适的聚类数就可获得较高的辨识精度. 同时, 与文献[4]相比, 本文的辨识方法极大地简化了模糊辨识过程中结构辨识的复杂性. 该方法实现简单, 具有较强的实用性.

2 模糊聚类方法

给定样本集 $x_1, x_2, \dots, x_n \in R^p$, 设聚类数为 c . 定义如下广义目标函数:

$$J = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m \delta_{ik}. \quad (1)$$

其中 $\mu_{ik} \in [0, 1]$ 表示第 k 对数据对第 i 个聚类的隶属度, 且满足: $\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; n > \sum_{i=1}^n \mu_{ik} > 0, \forall i, 1 < m < \infty$.

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于 1995 年 5 月 15 日收到. 1995 年 10 月 10 日收到修改稿.

$$\delta_{ik} = d_{ik}^2 + D_{ik}^2, \quad (2)$$

$$d_{ik} = \|x_k - v_i\|, \quad (3)$$

$$D_{ik} = \left(\sum_{j=1}^r \langle x_k - v_i, s_{ij} \rangle^2 \right)^{1/2}. \quad (4)$$

其中, v_i 为第 i 个聚类中心. r 为特征向量数目(见后叙). s_{ij} 为线性独立向量, 下面将会给出其具体意义.

文献[5]已证明, 若按下面聚类算法可保证式(1)最小:

a) 初始化参数. 给定 c, r , 和 m, m 一般取为 2. 选择 μ_{ik} 的初始值;

b) 根据下式计算 v_i :

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m X_k}{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m}; \quad (5)$$

c) 根据 μ_{ik} 和 v_i 计算矩阵 \sum_i :

$$\sum_i = \left[\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m (x_k - v_i)(x_k - v_i)^T \right]; \quad (6)$$

d) 计算 \sum_i 的 r 个最大的特征向量, 即 s_{ij} . 这里 $r \leq p$; 当 $r = 1$ 时, 表示按直线簇进行聚类, 当 $r = 2$ 时, 表示按平面簇进行聚类, 依此类推;

e) 根据下式更新 μ_{ik} :

$$\mu_{ik} = 1 / \left\{ \sum_{j=1}^c (\delta_{ik} / \delta_{jk}) \right\}^{1/(m-1)}; \quad (7)$$

f) 如果 $\|\mu_{\text{new}} - \mu\| \leq \lambda$, λ 为阈值, 则停止. 否则, 转 b).

一般模糊聚类方法都是按式(3)进行聚类, 而上述方法则加上一项称为线性簇的式(4)进行聚类, 这样使得样本集在一定程度上按线性关系聚类, 便于后面采用线性关系方程来拟合样本集. 这正是该方法区别于一般聚类方法的关键之处.

3 模糊辨识方法

设被辨识对象为 $P(U, Y)$, 其中 U 为系统的输入, Y 为系统的输出, 且 $U \in R^p, Y \in R^q$. 因为, 对于这样 MIMO 系统, 可以分为 q 个 MISO 子系统进行辨识, 因此, 不失一般性, 本文只讨论 MISO 系统的辨识.

设系统的模糊模型由 C (聚类数) 条具有以下形式的模糊隐含规则组成:

$$R^i \text{ IF } S(U) \in C_i \text{ THEN } \hat{y}_i = a_0^i + a_1^i x_1 + a_2^i x_2 + \dots + a_p^i x_p. \quad (8)$$

上式 R^i 表示模型的第 i 条规则, $S(U)$ 为 $P(U, Y)$ 的输入采样数据, C_i 表示对样本集 $\{U, Y\}$ 进行模糊聚类的结果, 即第 i 个聚类. 它由二元组 (v_i, v_{ij}) 表示, 其中 $i = 1, 2, \dots, c, j = 1, 2, \dots, r$. 由 (v_i, s_{ij}) 和式(7) 可求得相应隶属度 $\mu_i, a_0^i, a_1^i, \dots, a_p^i$ 称结论(后件) 参数.

对于给定的 L 组样本, 输入 $X = [x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{pj}]$, 输出 $y_j, j = 1, 2, \dots, L$, 假定模糊隐含关系为 1, 采用面积中心法去模糊化, 则系统的输出可表示为:

$$y_j = \sum_{i=1}^c \mu_{ij} \hat{y}_{ij} = \sum_{i=1}^c \mu_{ij} (a_0^i + a_1^i x_{1j} + a_2^i x_{2j} + \dots + a_p^i x_{pj}). \quad (9)$$

定义

$$X = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{c1} & \mu_{11}x_{11} & \cdots & \mu_{c1}x_{11} & \cdots & \mu_{11}x_{p1} & \cdots & \mu_{c1}x_{p1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_{1L} & \cdots & \mu_{cL} & \mu_{1L}x_{1L} & \cdots & \mu_{cL}x_{1L} & \cdots & \mu_{1L}x_{pL} & \cdots & \mu_{cL}x_{pL} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_L]^T. \quad (11)$$

则式(9)可以表示成: $Y = XP$. (12)

其中 $P = [a_0^1, \dots, a_0^c, a_1^1, \dots, a_1^c, \dots, a_p^1, \dots, a_p^c]^T$, X 为 $L \times c(p+1)$ 的矩阵. 这是一个典型的最小二乘问题. 可由如下公式求得参数矩阵 P :

$$P = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (13)$$

为了迭代优化结论参数矩阵 P 以及避免矩阵求逆, 本文利用如下稳态卡尔曼滤波公式求得结论参数矩阵 P :

$$P_{i+1} = P_i + \frac{S_{i+1} * X(i, :)^T * (y_i - X(i, :) * P_i)}{Q + X(i, :) * S_i * X(i, :)^T}, \quad (14)$$

$$S_{i+1} = S_i - \frac{S_i * X(i, :)^T * X(i, :) * S_i'}{Q + X(i, :) * S_i * X(i, :)^T}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, L-1. \quad (15)$$

这里 $X(i, :)$ 表示式(10)的第 i 个行向量. P 即是结论参数向量. S 稳态卡尔曼滤波公式的增益阵. $P_0 = 0, S_0 = C^* I, C$ 一般取大于 100 的实数. Q 一般取为 1. 如果多次迭代使用卡尔曼滤波公式, Q 取指数加权形式 $\exp(-\text{number}/N)$, number 为迭代次数, N 取大于 30 的正整数.

本文提出的完整的模糊辨识算法总结如下:

- 1) 初始设置 c, r 和 m .
- 2) 按照第二节的模糊聚类算法对辨识样本集 $\{U, Y\}$ 进行聚类. 这里的聚类样本集中的每一元素为 R^{p+1} 维向量.
- 3) 根据式(10)形成 X .
- 4) 利用式(14)和式(15)求得 P .
- 5) 计算特性指标 J_1 (本文的特性指标为 $J = \sum_{i=1}^L (y_i - \hat{y}_i)^2 / L$, 如果 J_1 小于阈值或相邻两次 J_1 不变, 则转 6), 否则, 转 4).
- 6) 给定系统输入样本 X_j , 求解如下极值问题:

$$\min (y_j - \sum_{i=1}^c \mu_{ij} \hat{y}_{ij})^2, \quad (16)$$

可得相应的系统输出 $y_j, j=1, 2, \dots, L$. 并计算特性指标 J_2 . 本文求解极值的方法为黄金分割法.

7) 如果 J_2 满足辨识精度, 则辨识算法结束. 否则, 增加 c , 转 2).

4 仿真实例

例 Box 和 Jenkins 煤气炉数据^[6].

Box 和 Jenkins 煤气炉数据已被许多文献采用, 常用做检验辨识方法的标准实验数据. 这组数据是一个 SISO 动态系统, 本文选择煤气的流量 $u(t-3), u(t-2), u(t-1)$ 及 CO_2

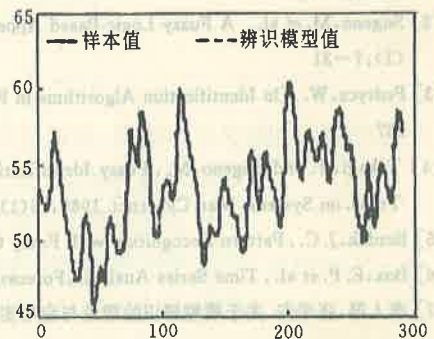


图 1 模型 ($c=4$) 输出值与真实值的比较

浓度 $y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 作为模糊模型的输入变量, 输出为 t 时刻 CO_2 浓度 $y(t)$.

为了便于比较, 表 1 列出了其它模糊辨识方法在相同的性能指标(模型输出与实测值间的均方误差)下的结果. 从表 1 可见, 本文辨识算法具有较高的精度. 图 1 比较了样本值与 $c=4$ 时的辨识模型值. 可见, 采用本文提出的方法, 对给定的观测输入输出数据, 可以得到很好的辨识结果.

表 1 各种模糊辨识方法结果比较

模型名称	输入	规则数	模型误差
Tong 模型[2]	$y(t-1), u(t-4)$	19	0.469
Pedrycz 模型[2]	$y(t-1), u(t-4)$	81	0.32
Xu 模型[2]	$y(t-1), u(t-4)$	25	0.328
线性模型[2]	$y(t-1), y(t-2), u(t-3), u(t-4), u(t-5)$...	0.193
Takagi 模型[2]	$y(t-1), y(t-2), y(t-3), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	2	0.068
Sugeno 模型[2]	$y(t-1), u(t-3), u(t-4)$	6	0.190
Yoshinari 模型[1]	$y(t-1), u(t-3)$	6	0.299
同上[1]	$y(t-1), u(t-3)$	11	0.264
本文	$y(t-1), y(t-2), y(t-3), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	2	0.0594
本文	$y(t-1), y(t-2), y(t-3), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	4	0.0527

5 结 论

结构辨识是模糊辨识方法中最重要、最复杂的问题^[7]. 本文提出的模糊辨识方法利用模糊聚类的方法进行结构辨识, 与以往的模糊辨识方法相比, 极大地简化了结构辨识的复杂性, 具有实现简单, 辨识精度高的特点. 仿真结果表明, 这是一种在实际应用中行之有效的辨识方法, 而且它为模糊控制提供了一种有力的设计依据和基础.

参 考 文 献

- [1] Yoshinari, Y. et al. . Construction of Fuzzy Models through Clustering Techniques. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993, 54 (2):157-165
- [2] Sugeno, M. et al. . A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling. *IEEE Trans. on Fuzzy systems*, 1993, 1 (1):7-31
- [3] Pedrycz, W. . On Identification Algorithms in Fuzzy Relational Systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 1984, 13(2):153-167
- [4] Takagi, T. and Sugeno, M. . Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modelling and Control. *IEEE Trans. on Systems Man Cybernet.* 1985, 15(1):16-132
- [5] Bezdek, J. C. . Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms. New York: Plenum Press, 1981
- [6] Box, E. P. et al. . Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco: Holden Day, 1970
- [7] 李人厚, 张平安. 关于模糊辨识的理论与应用实际问题. *控制理论与应用*, 1995, 12(2):129-137

Fuzzy Identification through Fuzzy Clustering Techniques and Kalman Filter Method

ZHANG Pingan and LI Renhou

(The Institute of Systems Engineering of Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: This paper discusses a general approach to fuzzy identification based on the fuzzy clustering techniques and Kalman filter method. The fuzzy clustering method utilizes a generalized objective function involving a collection of linear varieties. In this way the identified model is distributed and consists of a series of 'local' linear-type model, then the Kalman filter can be used to fit them as accurately as possible. A detailed identification algorithm is given in this paper. To clarify the advantages of the proposed method, it is used to identify the well-known Box-Jenkins data set, and the result is shown at the end of this paper.

Key words: fuzzy identification; fuzzy clustering; kalman filter; system identification

本文作者简介

张平安 1966年生. 现为西安交通大学系统工程研究所讲师. 在职博士生. 研究方向为模糊辨识理论及其在模糊控制中的应用.

李人厚 1935年生. 西安交通大学教授, 博士生导师. 主要研究方向为大系统的理论与应用, 复杂系统的智能控制和计算机控制系统.