

对位置和速度进行滤波的实时跟踪算法

尹中航 马海朝 毛二可 韩月秋

(辽宁省葫芦岛市 38611 部队 96 分队·辽宁, 125000) (北京理工大学电子工程系·北京, 100081)

摘要: 为充分地利用测量信息, 提高数据处理精度, 本文提出了对位置和速度测量值进行滤波的实时跟踪算法. 它以测量设备提供的位置和速度信息作为输入参数, 经过最多十组增益常数的反馈修正, 递推出较高精度的位置和速度的滤波和预测值. 对定常增益阵的选择, 本文尝试性地引入了黄金分割法的思想. 理论分析和 Monte Carlo 计算机仿真结果表明此算法优于 α - β 方法. 另外, 该算法的实时性满足工程实践要求.

关键词: 滤波; 跟踪; 飞行器; 实时性

1 引言

在飞行器实时测量控制系统中, 测量设备提供的原始测量信息包括位置和速度. 目前, 许多工程系统中使用的方法如 α - β 或 α - β - γ , 均以位置信息作为输入参数, 经过滤波后, 产生位置和速度的估值. 显然, 此类方法应用于工程系统时, 将浪费一半的原始测量信息, 以致滤波精度不高. 根据工程实际需求, 我们提出了利用位置和速度测量信息作为输入参数的实时跟踪算法, 其滤波和预测精度优于 α - β 方法. 根据实时测量控制系统的特点, 我们采用抑噪比作为衡量滤波优劣的指标, 其定义为:

抑噪比 = 滤波值剩余随机误差与测量值随机误差之商的绝对值的平均值.

本文共分 4 部分, 它们为: 1) 引言; 2) 根据实际工程特点, 建立系统离散模型; 利用原系统的可控性和可观性, 对该模型进行稳定性判断; 3) 利用黄金分割法选取定常增益阵, 并给出实时跟踪公式; 4) 计算滤波结果理论上的抑噪比; 并通过对一个具有代表性的飞行轨迹进行模拟观测和模拟滤波, 利用 Monte Carlo 实验验证理论精度分析的结果, 并给出与 α - β 方法相比较的图形.

2 系统离散模型建立^[1]及其稳定性判断

在工程实践中, 许多控制系统对实时性指标要求很苛刻. 例如对飞机、导弹、卫星等实时测量控制, 为了对它们进行跟踪、导航、制导或拦截, 需要系统在规定的时间内根据观测数据给出它们的位置和速度的预测和平滑值. 为了避免通过解矩阵黎卡提方程来求最佳增益矩阵, 人们提出了简化滤波器增益阵的 α - β 次优滤波方法^[2,3]. α - β 方法满足了工程实际对实时性的要求, 但该方法仅利用了观测设备提供的位置信息, 浪费了原始测量速度信息. 在本文以后的部分中, 可以看出其滤波精度较低.

为了克服 α - β 方法的缺陷, 合理、充分地利用原始信息, 我们建立了以下的系统离散状态方程和观测方程. 在实时测控系统中, 观测设备等间隔录取数据, 采样周期短; 目标运动速度不高. 因此, 在每个采样间隔内可以近似地认为目标是按匀速直线运动规律飞行的, 于是,

我们选用时间 t 的一阶线性函数 $S(t) = a + bt$ 来近似目标的飞行轨迹.

$$\text{令} \quad X_1(t) = S(t), \quad X_2(t) = \dot{S}(t).$$

$$\text{则} \quad \dot{X}_1(t) = \dot{S}(t) = X_2(t).$$

设 $W_1(t)$ 和 $W_2(t)$ 分别为作用于目标速度和加速度上的随机干扰. 它们表现为大气湍流对目标飞行轨道干扰或模型误差等, 这种干扰又称状态噪声. 为具有代表性, 假设它们是均值为零的白色噪声, 且

$$E[W_1(t)W_1(\tau)] = R_1^2\delta(t - \tau); \quad E[W_2(t)W_2(\tau)] = R_2^2\delta(t - \tau).$$

于是, 可得状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1(t) \\ W_2(t) \end{bmatrix}.$$

在观测值含有速度测量信息的情况下, 观测方程为

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{bmatrix}.$$

其中 $[Z_1(t) \ Z_2(t)]^T$ 为观测向量. $[V_1(t) \ V_2(t)]^T$ 是观测噪声向量. 同样, 假设它们是均值为零的白色噪声, 且

$$E[V_1(t)V_1(\tau)] = Q_1^2\delta(t - \tau); \quad E[V_2(t)V_2(\tau)] = Q_2^2\delta(t - \tau).$$

状态噪声和观测噪声的协方差阵分别为

$$E[W(t)W^T(\tau)] = \begin{bmatrix} R_1^2 & 0 \\ 0 & R_2^2 \end{bmatrix} \quad \text{和} \quad E[V(t)V^T(\tau)] = \begin{bmatrix} Q_1^2 & 0 \\ 0 & Q_2^2 \end{bmatrix}.$$

$$\text{另外, 设 } E[W(t)V^T(\tau)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

设采样周期为 T , 将上述状态方程和观测方程离散化, 得系统离散模型

$$\begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} Z_1(k) \\ Z_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1(k) \\ V_2(k) \end{bmatrix}.$$

由于状态方程和观测方程是两维的, 故无法象设计 α - β 滤波器那样, 用经典的时域特性法来判断其稳定性. 但是, 当 T 确定以后, 本系统属于线性定常随机系统. 根据现代控制理论, 欲判断卡尔曼滤波的稳定性, 需判断原系统的一致完全可控和一致完全可观性条件^[4]. 不难推得原系统可控阵和可观阵的秩均为 2, 故此卡尔曼滤波过程是稳定的. 也就是说, 当滤波时间充分长之后, 不论选取任何初始值, 滤波方差阵 P 和最优增益阵 K 都将各自趋于一个唯一确定的稳态阵.

3 实时跟踪算法

为了满足系统的实时性要求, 预防或克服滤波发散, 基于 a) 计算量要少; b) 保证滤波精度; c) 滤波的灵敏度要低等三条原则, 本文提出了一种新的实时跟踪算法. 其核心是选取定常增益阵, 此阵直接决定了滤波的收敛速度和精度. 利用两维卡尔曼最优滤波递推公式, 通

对多个不同初值情况的两维卡尔曼滤波实验结果(增益阵和误差阵)分析,并考虑到实时测控系统特点,我们选定 10 个常增益阵即 $K(1), K(2), \dots, K(10)$ 作滤波和预测时使用。

下面给出 10 个常增益阵的选取方法。

3.1 $K(1)$ 的选取

前面已经证明,已建立模型的滤波是稳定的,不受初始值准确与否的影响。但是,较准确的初始值可以加快滤波的收敛速度,从而有利于滤波输出结果的全程使用。对实时测控系统而言,由于存在着多初始点情况及有的初始点位置无法事先确定等因素,故不能够得到适用于所有情况的固定的初始值,但选择初始测量值作为滤波初始值具有较大的适应性和较高的准确性。根据卡尔曼滤波公式可知, $K(1)$ 按下式取值时,可以实现这一目的,即

$$K(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3.2 $K(2) \sim K(9)$ 的选取

在 Q_1, Q_2, R_1 和 R_2 分别为 12, 6, 20 和 10 情况下,计算出两维卡尔曼滤波初始过渡阶段的增益和方差。从中可以发现,滤波开始时误差较大,以后,迅速下降,至第 9 个点时,位置方差已接近测量误差方差的十分之一——这是采用了最优增益阵的结果。如果在前 9 点不采用各点的最优增益阵,而是直接采用某一固定阵,则将增加这 9 点中每一点的方差,影响滤波的收敛速度。结合实际要求,本设计将 $K(2) \sim K(9)$ 作为 $n = 2 \sim 9$ 对应各点的最优增益阵,以获取尽可能快的收敛速度。

3.3 $K(10)$ 的选取

我们把 $K(10)$ 作为从第 10 点开始和后续滤波点一直使用的固定增益阵。它选取得合适与否在某种程度上直接决定了滤波抑噪比的高低。对于单阶系统,人们通常通过时域特性法或稳态值法来选取定常增益阵。由于本文所研究的系统为两输入/两输出的,这两种方法均不实用。我们尝试地提出一种新的选取方法——黄金分割选取法。

通过计算机算出两维卡尔曼滤波前 300 点的增益和方差阵值。分析其结果,可以发现,在第 9~200 点这一段滤波区间上,增益较大,对应的位置滤波误差方差由大到小递减变化;第 200 点以后,增益较小,对应的误差方差保持为较小的稳态值。从理论上讲,如果 $K(10)$ 选为较大的增益(如第 9 点的增益),则前一段区间上的误差可保证较小,但当观测噪声较大时,后一段时间上的误差方差将较大,从而使总的抑噪比较高。假若 $K(10)$ 选为较小的增益(如第 200 点的增益),则可保证后一段区间上的方差较小,但当观测噪声较小时,前一段区间上的误差将较大,同样也会造成总的抑噪比较高。为有利于滤波结果的全程使用,应既不使前一段区间上的误差较大又不使后一段区间上的误差较大。

黄金分割选取法的基本思想为权衡 $K(10)$ 的大小(对应滤波的平均随机残差大小即抑噪比的高和低)进行折衷,从而使抑噪比尽量低。折衷方法为;由于前一段区间(过渡区间)相对于后一段区间(稳定区间或平稳区间)短得多,故前一段区间上的误差在平均随机残差中所占的比例要小些,后一段区间上的误差在平均随机残差中所占比例要大些。仿照几何上的黄金分割法思想,将具有代表性的第 9 点的位置滤波均方差权系数定为 0.382,将第 200 点的位置滤波均方差权系数定为 0.618。算得加权均方差后,寻找卡尔曼最优滤波误差均方差与之最接近的点,选取此点的增益阵作为 $K(10)$ 。

用计算机按上述黄金分割选取法自动搜索 $K(10)$, 结果选择了第 19 个滤波点的增益作为 $K(10)$. 计算过程中, 将状态噪声幅度设为观测噪声幅度的 60%, 以适应目标运动轨迹变化规律较明显及模型与实际物理过程不完全一致的情况. 至此, 增益系数阵 $K(1) \sim K(10)$ 全部选取完毕, 表 1 给出了它们的值.

根据卡尔曼最优滤波递推公式^[5], 不难推得以下实时跟踪公式:

$$\hat{X}(k+1) = X'(k+1/k) + K_{11}(n)[Z(k+1) - X'(k+1/k)] + K_{12}(n)[\dot{Z}(k+1) - \dot{X}'(k+1/k)],$$

$$\hat{\dot{X}}(k+1) = \dot{X}'(k+1/k) + K_{21}(n)[Z(k+1) - X'(k+1/k)] + K_{22}(n)[\dot{Z}(k+1) - \dot{X}'(k+1/k)],$$

$$X'(k+1/k) = \hat{X}(k) + TX(k),$$

$$\dot{X}'(k+1/k) = \hat{\dot{X}}(k).$$

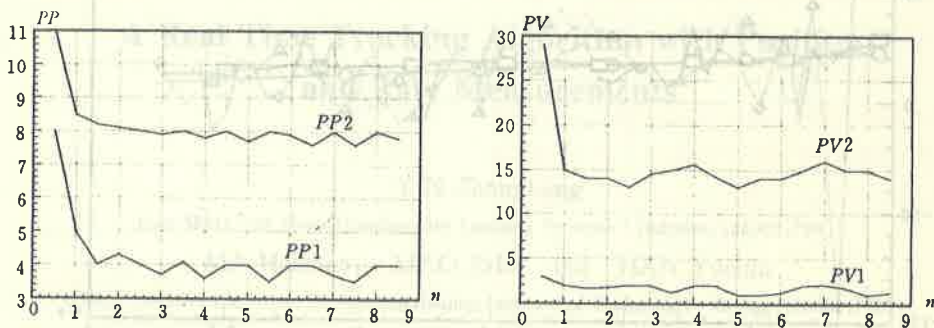
其中: $\hat{X}(k+1), \hat{\dot{X}}(k+1)$ 为 $(k+1)T$ 时刻的位置、速度滤波值; $X'(k+1/k), \dot{X}'(k+1/k)$ 为 kT 时刻对 $(k+1)T$ 时刻的位置、速度预测值; $Z(k+1), \dot{Z}(k+1)$ 为 $(k+1)T$ 时刻的位置、速度测量值; $K_{11}(n), K_{12}(n), K_{21}(n), K_{22}(n)$ 为增益系数, 取值见表 1.

表 1 滤波增益系数

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{11}(n)$	1	0.500	0.334	0.251	0.202	0.169	0.145	0.128	0.114	0.058
$K_{12}(n)$	0	0.013	0.017	0.109	0.020	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023
$K_{21}(n)$	0	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006
$K_{22}(n)$	1	0.500	0.334	0.250	0.201	0.168	0.144	0.127	0.113	0.055

4 理论精度分析和 Monte Carlo 实验

4.1 理论精度分析^[5,6]



(a) 位置

(b) 速度

图 1 滤波误差均方差

由所建立的模型,可以推得各滤波点理论误差均方差计算公式为

$$P(l+1) = (I - K * H) * [\Phi * P(l) * \Phi^T + \Gamma * Q * \Gamma^T] * (I - K * H)^T + K * R * K,$$
 其中 $P(l)$ 为 $l * T$ 时刻的滤波误差均方差; I 为单位阵(2×2); K 为选定的常增益阵如表 1.

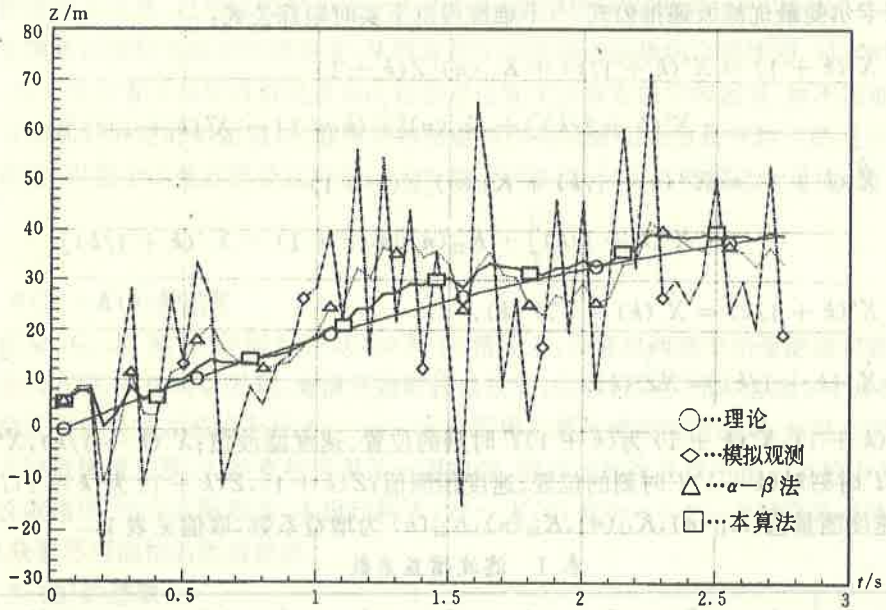


图 2 某目标位置滤波

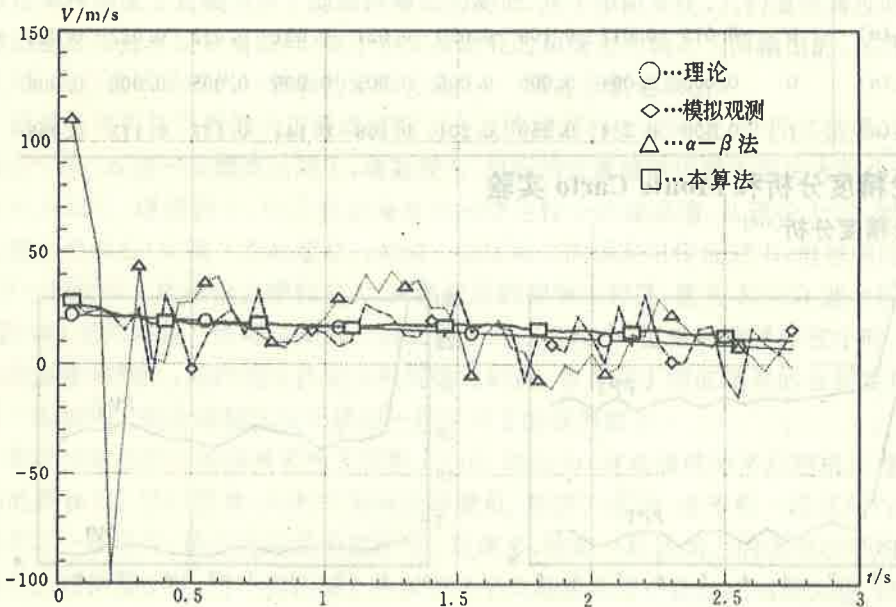


图 3 某目标速度滤波

根据以上公式,算得滤波误差的位置和速度均方差 (PP_1 和 PV_1). 为了便于对比,把

α - β 滤波器在相同条件下的对应的参数($PP2$)和($PV2$)也计算出来并绘于图1. 由本文所定义的抑噪比算得理论位置抑噪比约为 21%, 速度抑噪比约为 19%. 在计算量上, 与 α - β 滤波器相比, 此算法增加了三次加法和一次乘法运算. 对现代的大容量高速 32 位微机、工作站或小型机来讲, 所增加的计算量可以忽略不计, 即对实时性几乎无影响. 然而, 此算法收敛速度比 α - β 法快; 其位置抑噪比为 α - β 法的 52%, 速度抑噪比为 α - β 法的 11%.

4.2 Monte Carlo 实验

为了更好地检验该算法对于较难跟踪目标的滤波效果及与 α - β 方法相比较, 我们选择了某飞行器的飞行轨迹进行了处理. 该目标飞行时间较短, 轨迹变化较迅速, 我们在此轨迹上叠加了一定幅度的白色噪声作为模拟观测数据, 分别利用此算法和 α - β 滤波器对观测数据进行了频率为 100 的 Monte Carlo 实验. 结果是, 此算法的位置、速度抑噪比分别为 α - β 法的 47.4% 和 10.7%. 与前面算得的理论抑噪比相吻合. 图 2 和图 3 分别给出了两种算法位置及速度滤波的结果.

本文设计的实时跟踪算法是以卡尔曼滤波技术为基础并引用黄金分割法选取定常增益阵设计出来的. 理论分析和实验结果表明其滤波性能优于 α - β 方法, 表现在滤波精度高, 收敛速度快. 该算法适用于具有位置和速度原始测量信息的、实时性要求较高的测量控制系统.

参 考 文 献

- [1] Castella, F. R.. An Adaptive Two-Dimensional Kalman Tracking Filter. IEEE Trans. Aerospace Electronic Syst., 1980, 16(11): 822-829
- [2] Benedict, T. R. and Bordner, G. W.. Synthesis of an Optimal Set of Radar Track-While-Scan Smoothing Equations. IEEE Trans. Automat. Contr., 1962, AC-27(J): 27-32
- [3] Singer, R. A. and Behnke.. Real Time Tracking Filter Evaluation and Selection for Tactical Application. IEEE Trans. Aerospace Electronic Syst., 1971, 7(1): 100-110
- [4] CHEN, Chi Tsong. Linear System Theory and Design. Holt, Rinehart and Winston, 1984
- [5] 吴广玉编. 系统辨识与自适应控制. 上册, 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1987
- [6] Castella, F. R.. Tracking Accuracies with Position and Rate Measurements. IEEE Trans. Aerospace Electronic Syst., 1981, 17(5): 433-437

A Real Time Tracking Algorithm with Position and Rate Measurements

YIN Zhonghang

(No. 38611-96 Navy, Huludao City Liaoning Province • Huludao, 125000, PRC)

MA Haichao, MAO Erke and HAN Yueqiu

(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology • Beijing, 100081, PRC)

Abstract: A real time tracking algorithm is presented for the problem of tracking constant speed target. The radar sensor measures range and range rate, and both these measurements are utilized in the measuring model. The Golden Section method is attempted to select constant gain matrices for faster conver-

gence of filtering. Theoretical analyses and Monte carlo computer simulation results are included to demonstrate the effectiveness and more accurate estimates of position, velocity of the proposed algorithm associated with the two dimensional system model. The algorithm performance has advantages over the α - β filter. Also, its real-time feature could meet the requirement of aircraft control systems.

Key words: filtering; tracking; aircraft; real-time

本文作者简介

尹中航 1964年生. 1989年获海军航空工程学院自动控制理论及应用硕士学位. 现为葫芦岛市38611部队96分队工程师. 感兴趣研究方向: 自适应控制, 实时控制系统总体, 数据处理, 多进程应用软件设计等.

马海朝 1962年生. 1990年获海军航空工程学院自动控制理论及应用硕士学位. 现为北京理工大学电子工程系博士研究生. 主要研究方面: 语音识别, 实时控制系统, 软件测试, 计算机网络, 雷达精度, 信号处理等.

毛二可 1934年生. 1956年毕业于原北京工业学院. 现任中国工程院院士, 北京理工大学电子工程系教授, 博士生导师. 现主要从事各种型号雷达信号处理硬件设计和实现及软件算法, 目标识别和成像, 自适应滤波, 数字图像增强和恢复等方面的研究工作.

韩月秋 1936年生. 1959年毕业于原北京工业学院. 现为北京理工大学电子工程系教授, 博士生导师; 信号采集与处理国家实验室主任. 主要研究领域: 各种型号雷达信号处理系统设计和研制, 多媒体技术, 专用数字信号芯片设计, 自适应滤波, 数字图像编码和压缩等.

(上接第737页)

Submission of Papers

Five copies of an extended abstract (about 1000 words) in English should be received by the following address:

Prof. Wei Wang

Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang, 110006, P. R. China

Tel: (+86)-24-3909157, Fax: (+86)-24-3895647

e-mail: wangw@mail.neu.edu.cn

The abstract should include:

- 1) The title of the paper
- 2) The name(s) and affiliation(s) of the author(s)
- 3) The contact author; mail address, e-mail address and fax number

Deadlines

Submission of extended abstract : October 30, 1997

Notification of acceptance : January 5, 1998

Camera reaky copy : March 5, 1998