

# 关于自动导向车最优控制的设计

饶 聃 邓岳湘 任永益

(中国人民解放军第二五四医院·天津, 300142)

**摘要:** 本文从自动导向车的运动学特性出发, 分析自导车运动时偏差与车轮速度的关系, 在此基础上推导出自导车的动态特性结构图并将它化简, 然后解黎卡提矩阵方程获得具有二次型最优性能指标的最优反馈控制系统数学模型. 本文还介绍了该控制系统数学模型在激光导向自导车上实现的情况和试验结果. 这种数学模型对于采用两个电机独立驱动的自导车, 均具有普遍的适应性.

**关键词:** 自动导向车; 最优控制; 数学模型

## 1 引言

自导车(AGV)是CIMS物流系统的重要部件, 在各种导向方式中, 都需要把检测到的偏差量通过一定的数学模型计算以实现对其控制. 而控制系统数学模型的优劣对控制的有效性、精确性和制造成本都有较大的影响. 虽然在一些论文<sup>[1,2]</sup>中对此有所涉及, 但详尽的推导和全面的论述尚不多见. 为此我们进行了比较深入的研究, 建立了精确的数字模型, 并通过实践验证了它的正确性.

## 2 自导车的运动学特性

在CIMS中, 自导车通常沿着预先确定的路径运行. 若自导车的初始运行状态无偏差, 如图一虚线所示, 经过时间 $\Delta t$ , 由于外部扰动的影晌, 自导车相对于路径产生了偏差, 偏差可用自导车两驱动轮连线中点与路径的垂直距离 $\Delta d$ 和连线中垂线与路径的夹角 $\Delta\theta$ 表示, 如图1实线所示.

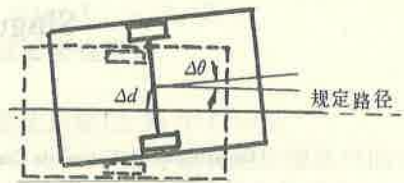


图1 移动状态和偏差示意图

自导车左驱动轮速度为 $V_L$ , 右驱动轮速度为 $V_R$ , 两轮连线中点速度为 $V_C$ , 且在很短的时间间隔 $\Delta t$ 内, 它们的大小和方向均不改变, 则由几何关系可知:

$$V_C = \frac{V_R + V_L}{2}, \tag{1}$$

$$\Delta\theta = \frac{(V_R - V_L) \cdot \Delta t}{D}, \tag{2}$$

$$\Delta d = \frac{V_R + V_L}{2} \cdot \Delta t \cdot \sin\theta. \tag{3}$$

上式中 $D$ 为两驱动轮间的距离, 当 $\Delta t$ 趋近于零时可得微分形式:

\* 本文于1995年4月17日收到, 1996年1月24日收到修改稿.

$$d\theta = \frac{V_R - V_L}{D} dt, \quad (4)$$

$$dd = \frac{V_R + V_L}{2} \sin\theta dt. \quad (5)$$

对(4)、(5)式积分并取拉氏变换得:

$$\theta(s) = \frac{V_R - V_L}{Ds}, \quad (6)$$

$$d(s) = \frac{(V_R + V_L) \cdot \Delta t \cdot \sin\theta}{2s}, \quad (7)$$

当角度偏差  $\theta$  很小时, (7)式可近似写成:

$$d(s) = \frac{(V_R + V_L)\theta}{2s}. \quad (8)$$

### 3 自导车控制系统的数学模型

自导车的两个驱动轮分别用两个直流电动机驱动. 设电机转速与车轮转速相同, 为  $n$ ; 车轮半径为  $r$ ; 电机电枢给定电压信号为  $U$ ; 电机及负载时间常数为  $T_m$ ; 左、右电机相应参数分别用下标  $L$  和  $R$  加以区别, 则右、左电机的传递函数可简化表示为:

$$n_R = \frac{k_R}{1 + T_{mR}s} U_R, \quad (9)$$

$$n_L = \frac{k_L}{1 + T_{mL}s} U_L. \quad (10)$$

其中  $k_R$  与  $k_L$  是与电机的反电势有关的常数. 考虑到两个电机的参数完全相同, 令:  $T_{mR} = T_{mL} = T_m, k_R = k_L = \frac{k}{60r}$ , 又考虑到车轮线速度与转速的关系, 可得右、左车轮的线速度为:

$$V_R = \frac{k}{1 + T_m s} U_R, \quad (11)$$

$$V_L = \frac{k}{1 + T_m s} U_L. \quad (12)$$

根据方程(11)、(12)可画出自导车动态特性结构图, 如图 2.

在图 2 的动态特性结构中, 由于包着  $\theta$  与  $(V_R + V_L)$  相乘的环节, 因此是一个非线性系统, 难以进行控制系统的精确设计. 但是由于自导车是在确定路线下运行的, 它的纠偏过程可视为在确定信号上迭加一个微小的控制变量, 因而这样一个非线性系统可采用小偏差线性化的方法将它转化为线性系统来设计.

为简化推导过程, 以匀速直线运行情况为例. 自导车在没有外部扰动作用的情况下, 左、右电机的给定信号相等, 即  $U_R = U_L = U_C$ ,  $U_C$  作用下自导车产生速度  $V_C$ , 在匀速直线情况下  $V_C$  可视为常数, 由图 2 可知, 此时的偏差信号  $\theta$  和  $d$  均为零. 当外部扰动使自导车偏离预定路径时, 给定信号将分别加、减一个纠偏

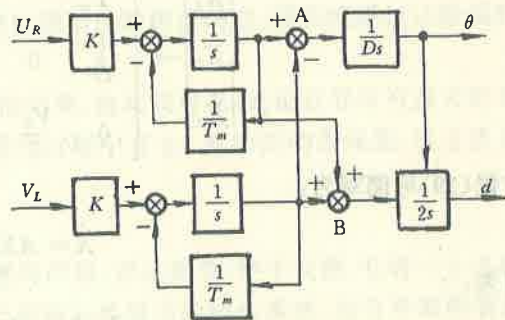


图 2 动力学框图

控制量  $\Delta U$  ,即:

$$U_R = U_C + \Delta U, \tag{13}$$

$$U_L = U_C - \Delta U. \tag{14}$$

相应电机输出线速度为:

$$V_R = V_C + \Delta V, \tag{15}$$

$$V_L = V_C - \Delta V. \tag{16}$$

因而图 2 中右上部相加点的输出量为:

$$V_R - V_L = 2\Delta V. \tag{17}$$

右下部相加点的输出量为:

$$V_R = V_L = 2V_C. \tag{18}$$

由方程(13)~(18)可知,在图 2 中由  $U_R$  和  $U_L$  所产生的输出偏差信号  $\theta$  和  $d$  与在图 3 中由小偏差控制信号  $2\Delta U$  和二倍平均速度  $2V_C$  所产生的输出信号  $\theta$  和  $d$  相同. 因而图 3 是图 2 的小偏差线性化等效框图.

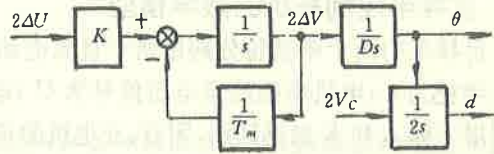


图 3 小偏差线性化等效框图

考虑到图 3 中平均速度  $V_C$  是常数,可

移入  $\frac{1}{2s}$  环节的方框中,且将各输入量均除以 2,再适当选择状态变量,则图 3 可画成图 4 的形式. 其中  $X_1 = \Delta V, X_2 = \theta, X_3 = d$ .

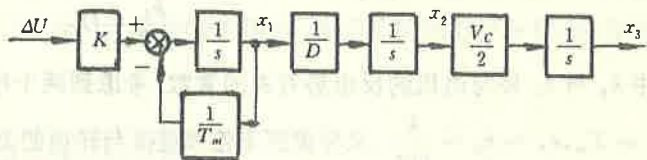


图 4 控制对象状态变量框图

由图 4 可写出自导车控制对象状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 \\ \frac{1}{D} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_C}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta U. \tag{19}$$

方程(19)可简写为:

$$\dot{X} = AX + BU. \tag{20}$$

因为:

$$\text{rank}[B \ AB \ A^2B] = 3,$$

说明该控制对象是可控的,可采用二次型指标

$$J = \int_0^\infty (X^T Q X + U^T R U) dt \tag{21}$$

为最小的原则,设计最优反馈控制系统.

由于方程(19)中  $A$ 、 $B$  矩阵中的元素均为已知量,适当选择正定常数矩阵  $Q$  和  $R$  的参数,用数字计算机解黎卡提矩阵方程(22)<sup>[3]</sup>

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0, \quad (22)$$

可得  $P$  矩阵,由  $P$  矩阵可求得最优状态反馈矩阵  $K$  :

$$K = R^{-1}B^T P = [K_1 \quad K_2 \quad K_3]^T. \quad (23)$$

自导车采用最优状态反馈控制的结构如图 5.它是可用于设计自导车控制系统的数学模型.

#### 4 系统的实现

本数学模型已在我们自行研制的激光导向自导车上运用并获得良好的效果.该自导车前后上方各有一排光电接收器,分别接收两束平行的激光束.自导车中部两侧各有一个驱动轮,分别由两个力矩电机拖动;前后各有一个方向轮,以保持车体平衡,

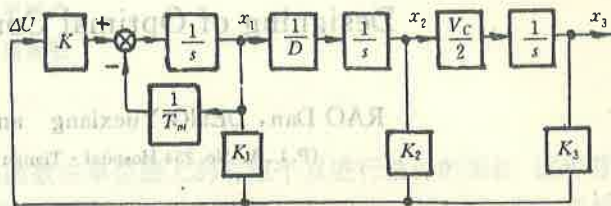


图 5 最优状态反馈框图

表 1 实验结果

初始角度	动态偏差(cm)	调节时间(s)
-40°	±1.0	< 8
-20°	±1.0	< 6
-10°	±1.0	< 4
0°	±1.0	0
+10°	±1.0	< 4
+20°	±1.0	< 6
+40°	±1.0	< 8

自导车控制电路由单片机及相应的接口电路组成,自导车运行时,安装在地面的两个激光器发出两平行的激光束,指示规定的行驶路径.自导车上前后两组光电控制器(分别由 15 个光电三极管组成)将检测到的偏差信号送入并行接口.单片机每隔 10 毫秒从并口定时取数.通过几何关系计算出偏量  $\theta$  和  $d$ ,同时,左、右两个电机转速经过测速发电机和模数转换器反馈给单片机,单片机按最优反馈计算出控制量,

改变 PWM 功放的占空比,调节电机的转速,使自导车自动纠正偏差.该系统经过试验运行测试,结果如表 1.

表 1 是在车速为 0.3 米/秒情况下所测得的结果,由此表可见,无论自导车有多大的初始偏差角,都能在较短的时间内校正过来.在运行过程中有 ±1 厘米的动态偏差,这主要是因为地面欠平整,影响小车运行状态而造成的.

#### 5 结 论

1) 本文提出的自导车控制系统数学模型推导严格,形式简单,便于实现.它将一个多输入多输出的非线性多变量控制系统转化为一个单输入单输出的线性系统,为自导车控制系统的设计提供了简便可行的依据.

2) 该数学模型由于采用二次型性能指标的最优反馈控制原理,因而具有优良的控制性能,并在实验中得到证实.

3) 该数学模型对于以双电机独立驱动自导车,无论其引导方式如何,均具有普遍的

适用性.

### 参 考 文 献

- [1] Mamoru Okzaki, Hisao Tomikawa, Mashiro Sudare and Kenji Terada. New Guidance System for Automated Navigation Vehicle. in Japan U. S. A Symposium on Automation, 1986, 321—329
- [2] Komoriya, K. . Wheeled Type of Mobile Mechanism and Its navigation. Tool Engineer 1982, Special Issue, 47—53
- [3] 孙增圻, 袁曾任. 控制系统的计算机辅助设计. 北京: 清华大学出版社, 1988

## Designing of Optimal Control of AGV

RAO Dan, DENG Yuexiang and REN Yongyi

(P. L. A. No. 254 Hospital • Tianjin, 300142, PRC)

**Abstract:** This paper presents a mathematical model of the control system of AGV (automated guided vehicle). The article studies the kinematical characteristic, derives the dynamic configuration and establishes the mathematical model with the optimal feedback. This model has been applied to a laser guided vehicle. The better performance and higher accuracy had been shown by test results.

**Key words:** automated guided vehicle; optimal control; mathematic model

### 本文作者简介

**饶 聘** 1966年生. 1988年和1992年分别在天津大学和国防科技大学获得自动化系学士学位和精密仪器与自动检测专业硕士学位. 曾作过相关流量仪表及CIMS中自导车方面的研究, 目前主要研究领域是仓库自动化, 包括物品的自动识别, 仓库的参数检测及控制, 仓库的管理及安防方面的研究. 主要兴趣是将所有的仓库现代化管理手段集中在一起.

**邓岳湘** 1969年生. 1992年在国防科技大学获得系统工程学士学位. 现任中国人民解放军后勤部第八分部卫生处助理员. 主要研究领域为系统辨识建模及过程控制.

**任永益** 1939年生. 1961年毕业于哈尔滨军事工程学院, 1985年任副教授, 1990年任教授, 曾担任过教研室主任、系副主任、系主任. 长期从事飞行器仪表及自动控制理论的教学科研工作.