第 13 卷第 6 期
1996 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 13, No. 6
Dec., 1996

递推鲁棒频域辨识算法误差界计算的改进*

陈　琦　袁震东
(华东师范大学数学系·上海,200062)

摘要：文[1]研究了带未建模动态系统的频域辨识问题,辨识的结果为传递函数在单位圆上的有限个点估计及其误差界.本文指出文[1]定理的错误,并对其进行了更正,数字仿真表明,更正的误差界比文[1]中的误差界更精确.

关键词：鲁棒辨识；频域；传递函数

1 引　言

文[1]提出了一种对系统传递函数在单位圆上的有限个点进行估计的算法.这种算法将[2]中 LaMaire et al. 所采用的方法与[3]中 Fogel and Huang(1982)所提出的算法思想结合起来,较[2]中的算法,能更好地利用数据中所蕴藏的信息,是一种值得引起注意的递推算法.

但是,文[1]在推导定理 1 时出现了错误,导致定理 2 所给出的估计误差界的错误,影响了定理结论的正确性.本文将首先指出文[1]的错误所在,然后给出经修改的结论,并给出一个仿真例子,从而验证了误差界改进的必要性.为了节省篇幅,本文省略了一些与文[1]一致的内容,所以本文应与文[1]对照起来阅读.

2 问题描述

为了叙述方便,本节将简要复述一下[1]中所提出的问题,并根据表述结论的需要,对其进行适当修改.

考虑单输入,单输出离散时间系统,其输入和输出模型为

$$y(n) = G(q^{-1})u(n), \quad n = 0,1,\cdots. \tag{1}$$

其中,$y(n)$,$u(n)$ 分别为系统之输出,输入.q^{-1} 为延时算子,系统传递函数 $G(q^{-1})$ 为

$$G(q^{-1}) = G_0(q^{-1}) + \Delta(q^{-1})D(q^{-1}). \tag{2}$$

其中,$G_0(q^{-1})$ 表示名义系统模型,$\Delta(q^{-1})D(q^{-1})$ 刻划模型的未建模动态.它们都是稳定且线性时不变的.

已知的先验信息为

1) 存在常数 $M_0>0, 0<\rho_0<1, \overline{M}>0, 0<\bar{\rho}<1$,使 $G_0(q^{-1})$,$\Delta(q^{-1})D(q^{-1})$ 的单位脉冲响应序列 $\{h_0(i), i=0,1,\cdots\}\{\bar{h}(i), i=0,1,\cdots\}$ 满足

$$|h_0(i)| \leqslant M_0\rho_0^i, \quad |\bar{h}(i)| \leqslant \overline{M}\bar{\rho}^i, \quad i=0,1,\cdots. \tag{3}$$

2) 已知　$u_{\max} = \sup|u(i)|$.

3) 零初始条件,即 $i<0$ 时,$u(i) = y(i) = 0$.

目的是基于上述先验信息及输出,输入数据$\{y(i),u(i),i=0,1,\cdots\}$,对传递函数$G(q^{-1})$

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于 1995 年 6 月 12 日收到,1996 年 3 月 18 日收到修改稿.

在单位圆上 N 个点进行估计，并导出其误差界.

3 文[1]中的错误

定义信号序列的有限点富利叶变换(DFT)，由下式给出(以序列 $\{u(i), i = n-N+1, \cdots, n\}$ 为例说明)

$$U_N^n(\omega_k) = \sum_{m=n-N+1}^{n} u(m) W_N^{km}, \quad k = 0, \cdots, N-1. \tag{4}$$

其中

$$\omega_k = 2\pi k/N, \quad W_N = e^{-j2\pi/N}. \tag{5}$$

这里 j 是虚单位. 仿上可定义 $Y_N^n(\omega_k)$.

文[1]用到下面的式(6)(见[1]附录 A):

$$\sum_{m=n-N+1}^{n} \Delta(q^{-1}) D(q^{-1}) u(m) W_N^{km} = \Delta(q^{-1}) D(q^{-1}) U_N^n(\omega_k). \tag{6}$$

本文指出这个等式不成立.

因为文[1]将式(6)右边等式中的 q^{-1}，看成是 $U_N^n(\omega_k)$ 中关于 n 的延时算子(见[1]附录 B)，那么

$$\begin{aligned}式(6)右边 &= \sum_{i=0}^{n} \bar{h}(i) U_N^{n-i}(\omega_k) = \sum_{i=0}^{n} \bar{h}(i) \sum_{m=n-i-N+1}^{n-i} u(m) W_N^{km} \\ &= \sum_{i=0}^{n} \sum_{m=n-N+1}^{n} \bar{h}(i) u(m-i) W_N^{k(m-i)}. \end{aligned}\tag{7}$$

而

$$式(6)左边 = \sum_{m=n-N+1}^{n} \sum_{i=0}^{n} \bar{h}(i) u(m-i) W_N^{km}. \tag{8}$$

式(7)和式(8)中 W_N 的指数不同，所以式(7) $\neq$ 式(8).

因此，文[1]的关键性结果——传递函数 $G(q^{-1})$ 在单位圆上的 N 个点估计的误差界(见[1]定理 2)是错误的.

4 定理陈述及证明的更正

在这一部分中，我们对文[1]中的定理 1，定理 2 进行了改进，得到了较为简洁合理的结果.

引理 考虑由式(1)给出的系统，有

$$Y_N^n(\omega_k) = G(e^{j2\pi k/N}) U_N^n(\omega_k) + R_N^n(\omega_k), \quad k = 0, 1, \cdots, N-1.$$

其中

$$R_N^n(\omega_k) = \sum_{P=0}^{\infty} h(p) W_N^{kp} (U_N^{n-p}(\omega_k) - U_N^n(\omega_k)), \quad k = 0, \cdots, N-1.$$

这里 $\{h(p), p = 0, 1, \cdots\}$ 是传递函数 $G(q^{-1})$ 的单位脉冲响应序列.

该引理实际上是文[2]中的定理 1.

定理 1 对由式(1)，(2)所描述的系统有

$$Y_N^n(\omega_k) = G(e^{j2\pi k/N}) U_N^n(\omega_k) + E_N^n(\omega_k), \quad k = 0, 1, \cdots, N-1. \tag{9}$$

其中

$$E_N^n(\omega_k) = \sum_{i=0}^{\infty}(h_0(i)+\bar{h}(i))W_N^{ki}(U_N^{n-i}(\omega_k) - U_N^n(\omega_k)), \quad k = 0,1,\cdots,N-1. \tag{10}$$

证　令 $\{h(i), i = 0,1,\cdots\}$ 是传递函 $G(q^{-1})$ 的单位脉冲响应序列. 由于,

$$G(q^{-1}) = G_0(q^{-1}) + \Delta(q^{-1})D(q^{-1}).$$

所以

$$h(i) = h_0(i) + \bar{h}(i), \quad i = 0,1,\cdots.$$

引理中 $h(i)$ 用上式代入,可得(9)(10),故结论成立.

定理 2　存在正整数 L 使式(9)中的 $E_N^n(\omega_k)$ 为 $\bar{E}_N^n(\omega_k)$ 所界,即

$$|E_N^n(\omega_k)| \le \bar{E}_N^n(\omega_k) := \sum_{i=0}^{L-1}(M_0\rho_0^i + \bar{M}\bar{\rho}^i|U_N^{n-i}(\omega_k) - U_N^n(\omega_k)| + 2u_{\max}\left(M_0\rho_0^L\frac{L-L\rho_0+\rho_0}{(1-\rho_0)^2} + \bar{M}\bar{\rho}^L\frac{L-L\bar{\rho}+\bar{\rho}}{(1-\bar{\rho})^2}\right). \tag{11}$$

从而有

$$|G(e^{j2\pi k/N}) - Y_N^n(\omega_k)/U_N^n(\omega_k)| \le \bar{E}_N^n(\omega_k)/|U_N^n(\omega_k)|, k = 0,1,\cdots,N-1. \tag{12}$$

定理 2 是定理 1 与文[2]中定理 2 的直接推论.

将 $Y_N^n(\omega_k)/U_N^n(\omega_k)$ 看成 $G(e^{j2\pi k/N})$ 的估计,那么 $\bar{E}_N^n(\omega_k)/|U_N^n(\omega_k)|$ 给出了该估计之误差上界.

辨识的算法仍采用文[1]中所给出的(见文[1]的第 4 部分)不过估计的误差界应更正为上述定理 1,2 的结论.

5　仿真例子

利用[1]所给出的递推鲁棒频域辨识算法,对如下不确定性离散时不变系统

$$G(q^{-1}) = G_0(q^{-1}) + \Delta(q^{-1})D(q^{-1}) = \frac{0.39347}{q^{-1}-0.60653} + \Delta(q^{-1})\frac{0.001q^{-1}}{q^{-1}-0.36788}$$

进行辨识,为便于计算,取 $\Delta(q^{-1}) = 0.55065/(q^{-1}-0.44933)$.

显然　$G_0(q^{-1}), \Delta(q^{-1})D(q^{-1})$　是稳定且线性时不变模型,而且

$$M_0 = 0.39347/0.60653 = 0.64872, \quad \rho_0 = 0.60653,$$

$$\bar{M} = 0.0005506, \quad \bar{\rho} = 0.44933.$$

其中　$0 < \rho_0 < 1, 0 < \bar{\rho} < 1$,满足要求.

为考察算法的鲁棒性,在输出信号中加上[−0.3,0.3]上均分布的随机噪声. 取输入为[0,1]区间上的随机信号,得到系统输出信号,若取 $N = 128, L = 20$,用[1]中的算法(估计的误差界由本文定理 2 给出)对系统进行辨识,$n = 100$ 时,得出的误差界如图 1 所示. 图 1 中虚线表示由[1]给出的误差公式计算出的误差界,显然比本文所出的误差界(实线)高.

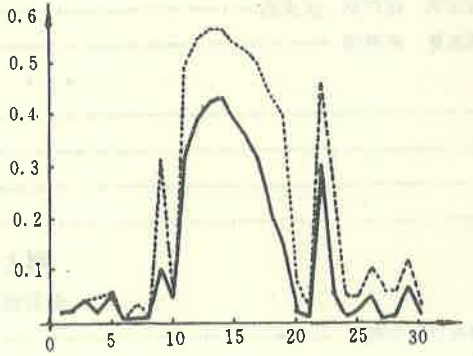

图 1　n=100 时误差界

6 结　论

文[1]的递推鲁棒频域辨识算法是正确的,但其误差界的计算公式应更正为本文定理1,2的结论.

参 考 文 献

[1] 冯旭,孙优贤.递推鲁棒频域辨识算法.控制理论与应用,1995,12(2):201—208

[2] Lamaire, R. O. et al.. A Frequency-Domain Estimation for Use in Adaptive Control Systems. Automatica, 1991, 27 (1):23—28

[3] Fogel, E. and Huang, Y. F.. On the Value of Information in System Identification Bounded Noise Case. Automatica, 1982, 18:229—238

Improvement of Error Bounds for the Recursive Robust Indentification Algorithm in Frequency-Domain

CHEN Qi　and　YUAN Zhendong

(East China Normal University • Shanghai, 200062, PRC)

Abstract: A recursive robust identification algorithm in frequency-domain is proposed in [1]. The results of that identification algorithm are finite number frequency point estimates on a unit circle. The corresponding error bounds are given. Some mistakes in the theorems of [1] will be corrected in this paper. The simulation result demonstrates the corrected error bounds are more accurate than those in [1].

Key words: robust identification; frequency-domain; transfer function

本文作者简介

陈　琦　1973年生.1994年毕业于华东师范大学数学系,现为华东师范大学数学系运筹与控制论专业硕士研究生,从事鲁棒辨识研究.

袁震东　1937年生.华东师范大学数学系教授,控制与智能系统科学专业博士生导师.主要兴趣为新颖辨识算法和自适应控制理论.