

多变量鲁里叶系统鲁棒输入、输出稳定性的 Gap 度量界*

陈 辉 黄 琳

(北京大学力学系·北京, 100871)

摘要: 本文讨论了多变量鲁里叶系统鲁棒输入、输出稳定性问题, 文中利用 Gap 度量作为系统中非结构型摄动的测量手段, 给出了当系统线性部分的摄动量的 Gap 度量满足某种估计式, 同时非线性部分的扇形斜率也受到某种类型摄动时, 闭环系统仍能保持稳定的若干充分条件.

关键词: 多变量鲁里叶系统; 鲁棒输入、输出稳定性; Gap 度量

1 引 言

关于鲁里叶系统的稳定性问题, 曾先后出现过多种研究方法和结果. 首先鲁里叶等人用李雅普诺夫方法得到了一些结果^[1], 此后出现了用频域方法进行的研究工作, 得到了著名的波波夫判据^[1]. 在六十年代中期, Zames 等人基于泛函分析的方法对一般系统的稳定性进行了研究, 提出了输入、输出稳定性方法(以后简记为 IO 稳定性), 并得到了有关鲁里叶系统 IO 稳定性的结果^[2]. 但是上述结果均没有考虑系统的鲁棒稳定性问题.

进入八十年代以来, 系统的鲁棒分析与控制问题取得了重要突破, 这也使得鲁里叶系统的鲁棒稳定性问题得到了重视. 文献[3]中曾对鲁里叶系统鲁棒 IO 稳定性问题进行了研究, 提出增益裕度 δ 的概念并指出 δ 尚未同系统的品质建立一定的联系. 文献[4]对线性部分为区间有理函数族的鲁里叶系统的鲁棒绝对稳定性问题进行了研究, 得到了一些顶点结果, 这一工作是属于系统带有结构型摄动的问题. 本文则对于鲁里叶系统带有非结构型摄动情况下的鲁棒 IO 稳定性问题进行了研究, 利用 Gap 作为系统非结构型摄动的度量, 得到了多变量鲁里叶系统在其线性环节及非线性环节扇形斜率同时有摄动时, 系统仍可保持 IO 稳定的充分条件. Gap 度量是控制理论中用于刻画系统与系统之间的“距离”的新概念, 由 Zames 等人在处理线性反馈系统中的不稳定摄动时引入^[5]. 此后 Zhu 和 Georgiou 等人对 Gap 度量下线性反馈系统的鲁棒稳定性和控制器设计问题进行了研究, 得到了一批较为完善的结果^[6~8]. 本文将 Gap 度量概念引入鲁里叶系统的鲁棒 IO 稳定性研究中, 所得结论对于系统中带不稳定摄动的情况也成立.

2 Gap 度量与引理

2.1 符号说明及 Gap 度量定义

为了方便, 我们对本文常用的一些符号作一个统一的说明.

H_∞, H_2 代表标准的 Hardy 空间^[8], L_∞ 与 L_2 则代表标准的 Lebesgue 空间^[8]. $\|\cdot\|_\infty$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别代表 H_∞ 和 H_2 的元素的范数^[8]. 另外我们用 H_2^n 和 L_2^n 分别代表其元素有 n 个分量的 H_2 和 L_2 空间. $\mathbb{R}H_\infty$ 代表 H_∞ 空间中由所有实有理传递函数矩阵所组成的子空间.

L_2^n 代表 L_2 空间的扩展空间^[2]; $\mathbb{R}_p(s)$ 代表所有具有实系数的 s 的真实有理函数的全体; $\mathbb{R}_p^{n \times m}(s)$ 表示其元素属于 $\mathbb{R}_p(s)$ 的 $n \times m$ 实有理矩阵的全体.

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于 1995 年 1 月 28 日收到. 1996 年 6 月 28 日收到修改稿.

下面我们给出 Gap 度量的定义.

令 X 为一个 Banach 空间, φ 和 ψ 为 X 的两个闭线性子空间, 我们定义 $S_\varphi = \{x \in \varphi \mid \|x\| = 1\}$ 为 φ 子空间中的单位球, 则我们将下式

$$\bar{\delta}(\varphi, \psi) = \sup_{x \in S_\varphi} \inf_{y \in \psi} \|x - y\|. \quad (2.1)$$

定义为 φ 到 ψ 的有向 Gap. 类似可定义 $\bar{\delta}(\psi, \varphi)$. 由此我们将 φ 与 ψ 间的 Gap—— $\delta(\varphi, \psi)$ 定义为

$$\delta(\varphi, \psi) = \max\{\bar{\delta}(\varphi, \psi), \bar{\delta}(\psi, \varphi)\}. \quad (2.2)$$

设 $P_i (i = 1, 2) \in \mathbb{R}_p^{n \times m}(s)$, 文献[9]中已证明 $P_i (i = 1, 2)$ 是把 $\text{dom}(P_i) \subset H_2^n$ 映到 H_2^m 的闭线性算子, 这样 $P_i (i = 1, 2)$ 的图象 $G(P_i) = \{(x, P_i x) \mid x \in \text{dom}(P_i)\}, i = 1, 2$ 为 $H_2^n \times H_2^m$ 空间中的两个闭子空间, 则 P_1 与 P_2 之间的 Gap 度量由下式定义

$$\delta(P_1, P_2) = \delta(G(P_1), G(P_2)). \quad (2.3)$$

2.2 几个引理

引理 2.1 考察如图 1 所示的非线性系统. 假设其非线性环节 $\Phi(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 满足

$$\begin{aligned} \langle \Phi(e) - A_1 e, \Phi(e) - A_2 e \rangle &\leq 0, \\ \Phi(0) &= 0, \quad \forall e \in \mathbb{R}^n. \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中 $A_1, A_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是两个实常数矩阵, 其直观上的意义为系统非线性部分的扇形“斜率矩阵”, $G(s)$ 为线性部分的传递函数. 则对于任何实常数矩阵 K ,

图 1 的闭环系统等价于图 2 所示的闭环系统.

且令

$$\begin{cases} K = \frac{A_1 + A_2}{2}, \\ \gamma = \left\| \frac{A_1 - A_2}{2} \right\|_2 \end{cases} \quad (2.5)$$

时, \bar{H}_2 有如下的增益估计式

$$\begin{aligned} \gamma(\bar{H}_2) &\leq \gamma \\ &= \left\| \frac{A_1 - A_2}{2} \right\|_2. \end{aligned} \quad (2.6)$$

证 从略.

引理 2.2 考察图 3 所示的闭环系统. 设 $G(s)$ 是 $\mathbb{R}_p^{n \times n}(s)$ 中的一个元素, 矩阵 $K \in \mathbb{R}^{n \times n}, u, e, y \in \mathbb{R}^n$, 设 $G(s)$ 在虚轴上没有极点, 令

$$g(s) = \det[I + KG(s)], \quad (2.7)$$

则图 2.3 的闭环系统稳定的充要条件是:

- 1) $g(s)$ 的奈氏线 (ω 由 $-\infty$ 到 $+\infty$ 变化时 $g(j\omega)$ 在复平面上的轨线) 逆时针方向绕原点的圈数正好等于 $G(s)$ 在开右半平面中极点的个数.
- 2) 如下的矩阵关系式成立

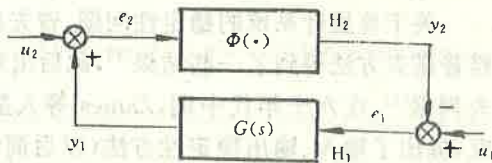


图 1 非线性反馈系统方框图

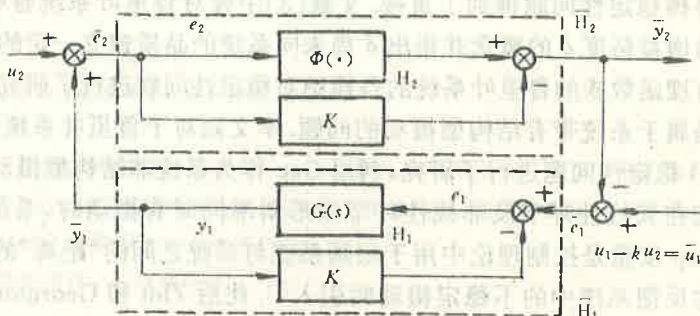


图 2 回路变换方框图

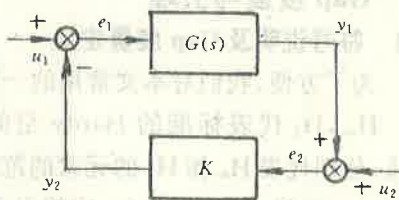


图 3 线性反馈系统方框图

$$\begin{bmatrix} I & K \\ -G & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (I + KG)^{-1} & -K(I + GK)^{-1} \\ G(I + KG)^{-1} & (I + GK)^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{RH}_\infty. \quad (2.8)$$

证 参见文献[10].

引理 2.3 设 $A \in \mathbb{RH}_\infty$, $\|A\|_\infty < 1$, 则

$$\|(I + A)^{-1}\|_\infty \leq \frac{1}{1 - \|A\|_\infty}. \quad (2.9)$$

证 参见文献[6].

引理 2.4 设 $G(s) \in \mathbb{R}_p^{n \times n}(s)$, $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 设

$$G(s)(I + KG(s))^{-1} \in \mathbb{RH}_\infty, \quad (2.10)$$

$$(I + KG(s))^{-1} \in \mathbb{RH}_\infty, \quad (2.11)$$

又设

$$G(s) = N(s)D^{-1}(s).$$

$[D(s), N(s)]$ 为 $G(s)$ 的右互质因子分解^[10], 则

$$1) \quad N(s)[D(s) + KN(s)]^{-1} \in \mathbb{RH}_\infty, \quad (2.12)$$

$$2) \quad [D(s) + KN(s)]^{-1} \in \mathbb{RH}_\infty. \quad (2.13)$$

证 利用文献[11](PP167)及互质因子分解的性质, 可很容易的证明本引理, 这里从略.

引理 2.5 设 $\delta(p_1, p_2) < 1$, $p_1, p_2 \in \mathbb{R}_p^{n \times m}(s)$, $p_2 = N_2(s)D_2^{-1}(s)$, $[D_2(s), N_2(s)]$ 为 P_2 的正规化右互质因子^[6]. 令 $\Pi(P_i)$ ($i = 1, 2$) 为从 $H_2^n \times H_2^m$ 空间到图 $G(P_i)$ ($i = 1, 2$) 的正交投影算子, 令

$$\begin{bmatrix} D_1(s) \\ N_1(s) \end{bmatrix} = \Pi(P_1) \begin{bmatrix} D_2(s) \\ N_2(s) \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

则 $[D_1(s), N_1(s)]$ 为 P_1 的右互质因子且

$$1) \quad \left\| \begin{bmatrix} D_1(s) - D_2(s) \\ N_1(s) - N_2(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \delta(P_1, P_2) < 1, \quad (2.15)$$

$$2) \quad \| [D_1(s) - D_2(s)] \|_\infty \leq \delta(P_1, P_2), \quad (2.16)$$

$$\| [N_1(s) - N_2(s)] \|_\infty \leq \delta(P_1, P_2). \quad (2.17)$$

证 从略.

3 主要结果

定理 3.1 考察图 1 所示系统, 假设 $u_1, u_2, e_1, e_2, y_1, y_2: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$, 又设 $G_0(s)$ 为线性部分的名义传函矩阵, $G_0(s) \in \mathbb{R}_p^{n \times n}(s)$, 且在虚轴上无极点; 非线性部分为

$$(H_2 e_2)(t) = \Phi[e_2(t)].$$

Φ 为 $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 的连续函数, 并满足条件(2.4). 现假设 $u_1, u_2 \in L_2^n$ 时, $y_1, y_2 \in L_2^n$, 又假设

1) 系统线性部分的真实的传函为 $G(s) = G_0(s) + \Delta G(s)$,

$$g(s) = \det[I + KG_0(s)], \quad K = \frac{A_1 + A_2}{2}, \quad (3.1)$$

当 ω 从 $-\infty$ 变化到 $+\infty$ 时, $g(j\omega)$ 的奈氏轨线逆时针方向包围原点的圈数等于 $G_0(s)$ 在开右半平面中极点的个数.

2) 设 $G_0(s)$ 的正规化右互质因子为 $[D_0(s), N_0(s)]$, 则

$$\gamma \| N_0(s)[D_0(s) + KN_0(s)]^{-1} \|_\infty < 1. \quad (3.2)$$

3) 当线性部分的摄动量用 Gap 表示时, 满足

$$\delta(G_0, G) < \delta = \frac{1 - M_1 \gamma}{(1 + \gamma + \|K\|_2)M} \leq 1. \quad (3.3)$$

其中
$$\gamma = \left\| \frac{A_1 - A_2}{2} \right\|_2, \quad \|K\|_2 = \left\| \frac{A_1 + A_2}{2} \right\|_2, \quad (3.4)$$

$$M_1 = \|N_0(s)(D_0(s) + KN(s))^{-1}\|_\infty, \quad (3.5)$$

$$M = \|(D_0(s) + KN_0(s))^{-1}\|_\infty, \quad (3.6)$$

则对于图 1 的系统, 当 $u_1, u_2 \in L_2^2$ 时, 有 $e_1, e_2, y_1, y_2 \in L_2^2$, 而且是有界输入、输出稳定的. (注: 文中的各假设条件直观意义相当于单输入、单输出系统 IO 稳定性圆判据条件的推广).

证 由引理 2.1 知, 图 1 的系统等价于图 2 的系统, 而且图 2 系统的上半部分虚线框环节的增益有以下的估计式

$$\gamma(\bar{H}_2) \leq \gamma = \left\| \frac{A_1 - A_2}{2} \right\|_2. \quad (3.7)$$

而图 2 系统的下半部分的虚线框中的环节中, 当 $G(s) = G_0(s)$ 时, 由本定理的条件及引理 2.2 知这个框中的线性闭环系统是稳定的, 也即

$$\bar{H}_1 = \bar{G}_0(s) = G_0(s)[I + KG_0(s)]^{-1} \in \mathbb{RH}_\infty, \quad (3.8)$$

$$G_1(s) = [I + KG_0(s)]^{-1} \in \mathbb{RH}_\infty, \quad (3.9)$$

所以
$$\gamma(\bar{H}_1) = \|G_0(s)[I + KG_0(s)]^{-1}\|_\infty. \quad (3.10)$$

但是因为

$$\begin{aligned} G_0(s)[I + KG_0(s)]^{-1} &= N_0(s)D_0^{-1}(s)[I + KN_0(s)D_0^{-1}(s)]^{-1} \\ &= N_0(s)[D_0(s) + KN_0(s)]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

所以
$$\gamma(\bar{H}_1) = \|N_0(s)[D_0(s) + KN_0(s)]^{-1}\|_\infty. \quad (3.12)$$

由(3.2)、(3.7)及(3.12)式可得

$$\gamma(\bar{H}_1)\gamma(\bar{H}_2) \leq \gamma \|N_0(s)[D_0(s) + KN_0(s)]^{-1}\|_\infty < 1. \quad (3.13)$$

于是由小增益定理知, 在图 2 的系统中, 当 $G(s) = G_0(s)$ 时, 本定理的结论是正确的.

现在设 $G(s) = G_0(s) + \Delta G(s)$ 且 $\delta(G, G_0) < \delta \leq 1$, 则

$$\bar{G}(s) = G(s)[I + KG(s)]^{-1}.$$

令 $\Pi(G)$ 为 $H_2^2 \times H_2^2$ 到图 $G(G)$ 的正交投影算子, 又令

$$\begin{bmatrix} D(s) \\ N(s) \end{bmatrix} = \Pi(G) \begin{bmatrix} D_0(s) \\ N_0(s) \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

由引理 2.5 知, 当 $\delta(G, G_0) < 1$ 时, $[D(s), N(s)]$ 是 $G(s)$ 的右互质因子, 即 $G(s) = N(s)D^{-1}(s)$. 令

$$\Delta D = [D(s) - D_0(s)], \quad \Delta N = [N(s) - N_0(s)]. \quad (3.15)$$

则
$$D(s) = D_0(s) + \Delta D(s), \quad N(s) = N_0(s) + \Delta N(s).$$

由引理 2.5 知, 当 $\delta(G, G_0) < 1$ 时有

$$\|\Delta D(s)\|_\infty \leq \delta(G, G_0) < \delta, \quad (3.16)$$

$$\|\Delta N(s)\|_\infty \leq \delta(G, G_0) < \delta. \quad (3.17)$$

因为
$$\begin{aligned} \bar{G}(s) &= G(s)[I + KG(s)]^{-1} \\ &= (N_0 + \Delta N)(D_0 + \Delta D)^{-1}[I + K(N_0 + \Delta N)(D_0 + \Delta D)^{-1}]^{-1} \\ &= (N_0 + \Delta N)[D_0 + \Delta D + K(N_0 + \Delta N)]^{-1} \\ &= (N_0 + \Delta N)(D_0 + KN_0)^{-1}[I + (\Delta D + K\Delta N)(D_0 + KN_0)^{-1}]^{-1} \end{aligned}$$

$$= N_0(D_0 + KN_0)^{-1}[I + (\Delta D + K\Delta N)(D_0 + KN_0)^{-1}]^{-1} + \Delta N(D_0 + KN_0)^{-1}[I + (\Delta D + K\Delta N)(D_0 + KN_0)^{-1}]^{-1}. \quad (3.18)$$

由引理 2.4 知(3.5)及(3.6)式中的常数 M, M_1 是有限正数, 而由(3.3)式又可得

$$1 - M(1 + \|K\|_2)\delta = M\gamma\delta + M_1\gamma > 0.$$

故再由引理 2.3 及(3.6)、(3.16)、(3.17)式可得

$$\| [I + (\Delta D + K\Delta N)(D_0 + KN_0)^{-1}]^{-1} \|_\infty < \frac{1}{1 - M(1 + \|K\|_2)\delta}. \quad (3.19)$$

所以

$$\gamma(\bar{H}_1) < \frac{(M_1 + M\delta)}{1 - M(1 + \|K\|_2)\delta}. \quad (3.20)$$

所以

$$\gamma(\bar{H}_1)\gamma(\bar{H}_2) < \frac{(M_1 + M\delta)\gamma}{1 - M(1 + \|K\|_2)\delta}. \quad (3.21)$$

但由(3.3)式立即可得

$$\gamma(\bar{H}_1)\gamma(\bar{H}_2) < \frac{(M_1 + M\delta)\gamma}{1 - M(1 + \|K\|_2)\delta} = 1. \quad (3.22)$$

于是对于图 2 的方框图, 小增益定理的条件被满足, 故当 $u_1, u_2 \in L_2^r$ 时, $e_1, e_2 \in L_2^r$, 而且是有界输入、输出稳定的. 再由引理 2.1 知本定理结论对图 1 的系统也成立. 证毕.

定理 3.2 在定理 3.1 的条件中, 除去线性部分有摄动外, 还假设非线性函数所满足的扇形条件也有摄动, 即设

$$A_1 = A_1^0 + \Delta A_1 \quad (3.23)$$

$$A_2 = A_2^0 + \Delta A_2. \quad (3.24)$$

假设 A_1^0 与 A_2^0 满足如下条件

$$\langle \Phi(e) - A_1^0 e, \Phi(e) - A_2^0 e \rangle \leq 0. \quad (3.25)$$

令
$$\gamma_0 = \left\| \frac{A_1^0 + A_1^0}{2} \right\|_2, \quad K_0 = \frac{A_1^0 + A_1^0}{2}. \quad (3.26)$$

对 $G_0(s)$ 的条件除将定理 3.1 中(1)、(2)两条中的 γ, K 分别换为 γ_0 和 K_0 外其余与定理 3.1 中(1)、(2)一样, 令

$$G(s) = G_0(s) + \Delta G(s),$$

设

$$\delta(G, G_0) < \delta_0 < \delta \leq 1, \quad (3.27)$$

$$\|\Delta A_1\|_2 < \Delta, \quad \|\Delta A_2\|_2 < \Delta. \quad (3.28)$$

$\delta_0 > 0, \Delta > 0$ 为常数, 并且它们满足

$$1 - M\delta_0 - M_1\Delta - k_0\delta_0M - M\Delta\delta_0 > 0, \quad (3.29)$$

$$\Delta = \frac{1 - M\delta_0(1 + k_0) - \gamma_0(M_1 + M\delta_0)}{2(M_1 + M\delta_0)}. \quad (3.30)$$

其中

$$k_0 = \left\| \frac{A_1 + A_2}{2} \right\|_2, \quad (3.31)$$

$$M_1 = \|N_0(D_0 + K_0N_0)^{-1}\|_\infty, \quad (3.32)$$

$$M = \|(D_0 + K_0N_0)^{-1}\|_\infty, \quad (3.33)$$

则定理 3.1 中的结论仍成立.

证 由引理 2.1 知,图 1 的系统等价于图 2 的系统,由定理 3.1 的证明知,对于满足(3.25)的非线性函数,当

$$K = K_0 + \Delta K, \quad \Delta K = \frac{\Delta A_1 + \Delta A_2}{2} \quad (3.34)$$

$$\text{时} \quad \gamma(\bar{H}_1) \leq \left\| \frac{A_1^0 - A_2^0}{2} \right\|_2 + \Delta = \gamma_0 + \Delta. \quad (3.35)$$

由引理 2.4 知

$$M < +\infty, \quad M_1 < +\infty.$$

$$\text{令} \quad \bar{G}(s) = G(s)[I + KG(s)]^{-1}. \quad (3.36)$$

再令 $\Pi(G)$ 为 $H_2^2 \times H_2^2$ 到图 $G(G)$ 的正交投影算子,又令

$$\begin{bmatrix} D(s) \\ N(s) \end{bmatrix} = \Pi(G) \begin{bmatrix} D_0(s) \\ N_0(s) \end{bmatrix}.$$

由引理 2.5 知,当 $\delta(G, G_0) < 1$ 时, $[D(s), N(s)]$ 是 $G(s)$ 的右互质因子,即 $G(s) = N(s)D^{-1}(s)$, 令

$$\Delta D(s) = [D(s) - D_0(s)], \quad \Delta N(s) = [N(s) - N_0(s)], \quad (3.37)$$

$$\text{于是} \quad D(s) = D_0(s) + \Delta D(s), \quad N(s) = N_0(s) + \Delta N(s). \quad (3.38)$$

再由引理 2.5 知,当 $\delta(G, G_0) < \delta_0 < \delta < 1$ 时,

$$\|\Delta D(s)\|_\infty < \delta(G, G_0) < \delta_0, \quad (3.39)$$

$$\|\Delta N(s)\|_\infty < \delta(G, G_0) < \delta_0. \quad (3.40)$$

因为

$$\begin{aligned} \bar{G}(s) &= G(s)[I + KG(s)]^{-1} \\ &= (N_0 + \Delta N)(D_0 + \Delta D)^{-1}[I + (K_0 + \Delta K)(N_0 + \Delta N)(D_0 + \Delta D)^{-1}]^{-1} \\ &= (N_0 + \Delta N)[D_0 + \Delta D + (K_0 + \Delta K)(N_0 + \Delta N)]^{-1} \\ &= (N_0 + \Delta N)(D_0 + K_0 N_0)^{-1} \\ &\quad \cdot [I + (\Delta D + K_0 \Delta N + \Delta K \Delta N + \Delta K N_0)(D_0 + K_0 N_0)^{-1}]^{-1} \\ &= N_0(D_0 + K_0 N_0)^{-1}[I + (\Delta D + K_0 \Delta N + \Delta K \Delta N + \Delta K N_0)(D_0 + K_0 N_0)^{-1}]^{-1} \\ &\quad + \Delta N(D_0 + K_0 N_0)^{-1}[I + (\Delta D + K_0 \Delta N + \Delta K \Delta N + \Delta K N_0)(D_0 + K_0 N_0)^{-1}]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

由(3.27)~(3.34)、(3.26)式及引理 2.3 知

$$\begin{aligned} &\| [I + (\Delta D + K_0 \Delta N + \Delta K \Delta N + \Delta K N_0)(D_0 + K_0 N_0)^{-1}]^{-1} \|_\infty \\ &< \frac{1}{1 - M\delta_0 - M_1\Delta - k_0\delta_0 M - M\Delta\delta_0}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\text{所以} \quad \gamma(\bar{H}_1) < \frac{M_1 + M\delta_0}{1 - M\delta_0 - M_1\Delta - k_0\delta_0 M - M\Delta\delta_0}. \quad (3.43)$$

$$\text{所以} \quad \gamma(\bar{H}_1)\gamma(\bar{H}_2) < \frac{(M_1 + M\delta_0)(\Delta + \gamma_0)}{1 - M\delta_0 - M_1\Delta - k_0\delta_0 M - M\Delta\delta_0}. \quad (3.44)$$

由(3.30)式可得

$$2\Delta(M_1 + M\delta_0) = 1 - M\delta_0(1 + k_0) - \gamma_0(M_1 + M\delta_0). \quad (3.45)$$

$$\text{所以} \quad \gamma_0(M_1 + M\delta_0) + \Delta(M_1 + M\delta_0) = 1 - M\delta_0 - M_1\Delta - k_0\delta_0 M - M\Delta\delta_0. \quad (3.46)$$

由(3.46)及(3.44)式立即可得

$$\gamma(H_1)\gamma(H_2) < 1. \quad (3.47)$$

于是对于图 2 的系统,小增益定理成立,故当 $u_1, u_2 \in L_2^2$ 时, $e_1, e_2 \in L_2^2$, 而且是输入、输出稳定的. 最后由引理 2.1 知,本定理结论对图 1 所示系统也成立. 证毕.

注 1 定理 3.1 的(3.3)式中的分子 $1 - M_1\gamma$ 正好是文献[3]中所说关于图 2 系统的增益裕度,这样通过(3.3)式就将系统增益裕度与系统本身的品质建立了联系. 另外定理 3.2 中也包含有类似结论.

注 2 由于采用了 Gap 度量作为系统非结构型摄动的测量手段,故本文的结果对系统带不稳定摄动的情况仍有效. 另外有关 Gap 度量的计算已有成熟的算法^[7]和软件包^[6],故对本文结论的检验非常容易.

4 结 论

本文对多变量鲁里叶系统鲁棒输入、输出稳定性进行了研究,得到了系统在受到非结构型摄动,同时非线性部分扇形斜率也有摄动时,系统可保持 IO 稳定的摄动上界,从而保证了很大一族系统的 IO 稳定性成立. 由于引入 Gap 来度量系统不确定性,故得到的结果对带不稳定摄动的情况也成立.

参 考 文 献

- 1 黄琳. 稳定性理论. 北京:北京大学出版社,1992
- 2 Desoer, C. A. and Vidyasagar, M. . Feedback systems input-output properties. New York: Academic Press, 1975
- 3 高为炳. 非线性控制系统导论. 北京:科学出版社,1990,583
- 4 Dahleh, M. , Tesi, A. and Vicino, A. . On the robust criterion for interval Lur'e systems. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, Tucson, AZ, 1992
- 5 Zames, G. and EL-Sakkary, A. K. . Unstable systems and feedback; the Gap metric. Proceedings of Allerton Conf. 1980, 380-385
- 6 Habets, L. . Robust stabilization in the Gap-topology. Berlin: Springer-Verlag, 1991, 25
- 7 Georgiou, T. T. . On the computation of the Gap metric. Syst. Contr. Lett. , 1988, 253-257
- 8 Georgiou, T. T. and Smith, M. C. . Optimal robustness in the Gap metric. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1990, AC-35 (6): 673-685
- 9 Zhu, S. Q. . Graph topology and Gap topology for Unstable plants. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1989, AC-34: 848-855
- 10 Vidyasagar, M. . Control system synthesis: a factorization approach. Cambridge, MA: MIT Press, 1985
- 11 Kato, T. . Perturbation theory for linear operators. Berlin: Springer-Verlag, 1966, 167

The Gap Metric Margin of Robust Input-Output Stability for Multivariable Lur'e Systems

CHEN Hui and HUANG Lin

(Department of Mechanics, Peking University · Beijing, 100871, PRC)

Abstract: This paper deals with the robust input-output stability of multivariable Lur'e systems. Using Gap metric as the measure of unstructured uncertainty, the authors give some sufficient conditions for the Lur'e systems maintaining input-output stability under the presence of both linear element and nonlinear element perturbations.

Key words: multivariable Lur'e systems; robust input-output stability; Gap metric

本文作者简介

陈辉 1967年生。1989年毕业于山东大学数学系控制科学专业,获理学学士学位。1992年在山东大学获运筹学与控制论专业理学硕士学位。1995年获北京大学力学系一般力学专业的理学博士学位。现在邮电部规划研究院从事电信网络的优化及规划理论研究,主要研究工作兴趣为:H_∞理论,鲁棒控制,非线性系统及控制系统的优化理论等。

黄琳 1935年生。1957年毕业于北京大学数学力学系,1957年至1961年在北京大学力学系攻读研究生,毕业后留校任教至今。现为北京大学力学系一般力学专业教授,博士生导师。多年来一直从事一般力学及控制理论的教学和科研工作。发表学术论文80余篇。主要研究工作兴趣为:鲁棒控制理论,线性与非线性控制理论,李雅普诺夫稳定性理论及力学弹性体控制等。

国际会议消息

(转载 IFAC NEWSLETTER 1996, No. 5)

Title	1997	Place	Deadline	Further Information
IFAC Symposium (3rd) Modelling and Control of Biomedical Systems including Biological Systems	March 23-26	Warwick UK		Prof. K. Godfrey, Dept. of Engg. Univ. of Warwick, Coventry CV4 7AL, UK FAX + 44/1203/418922 krg@eng.warwick.ac.uk
IFAC Workshop Algorithms and Architectures for Real-Time Control	April 9-11	Vilamoura Portugal	15 Sept. 1996	Prof. A. E. de Barros Ruao Unidade de Ciencias Exactas e Humanas Universidade do Algarve Camous de Gambelas, p-8000 Faro, Portugal FAX + 351/89/81560 e-mail: aruano@mozart.si.ualg.pt
IFAC/IEEE Symposium Computer-Aided Control Systems Design-CACSD 97	April 28-30	Ghent Belgium	1 Oct. 1996	Prof. Luc Boullart University of Ghent, Campus Ardoyen Technologiepark-Zwijnaarde, 9 B-9052 Zwijnaarde, Belgium FAX + 32/9/264 5605 e-mail: CACSD97@autoctrl.rug.ac.be www.autoctrl.rug.ac.be/cacsd97.html
IFAC Conference Control of Industrial Systems	May 20-22	Belfort France		Dr. Michel Ferney ENIB, BP 525, F-90016 Belfort, France FAX + 33/84582342
IFAC Workshop Computer Software Structures Integrating AI/KBS Systems in Process Control	May 22-23	Budapest Hungary	15 Nov. 1996	Prof. K. M. Irgos Computer and Automation Institute POB 63, H-1518 Budapest, Hungary FAX + 361 166 7503
IMEKO/IFAC Congress New Measurements-Challenges and Visions	June 1-6	Tampere Finland		XIV IMEKO Secretariat Finnish Society of Automation Asemapaällikönkatu 12 C SF-00520 Helsinki, Finland FAX + 358 9 1461 650 e-mail: atufin@ibm.net
1997 American Control Conference (in cooperation with IFAC)	June 4-6	Albuquerque NM, USA	15 Sept. 1996	Prof. A. Haddad AACC Secretariat, Dept. of ECE Northwestern University, 2145 Sheridan Road Evanston, IL 60208-3118, USA FAX + 1/708/491-4455 e-mail: ahaddad@ece.nwu.edu

(下转第 79 页)